

5. Норри Д., Фриз Ж. де. Введение в метод конечных элементов. М.: Мир, 1981.
6. Коннор Д., Бреббия К. Метод конечных элементов в механике жидкости. Л.: Судостроение, 1979.
7. Лойцянский А. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.
8. Пирумов У. Г. Расчет течения в сопле Лавала /ДАН СССР, 1967, Т. 126, № 2, с. 287—290.
9. Экер А., Экей Х. Расчет трансзвукового обтекания решетки профилей с помощью метода конечных элементов.—Ракетная техника и космонавтика, 1981, Т. 19, № 10, с. 82—103.

УДК 532.517.4

В. Н. Лавров

СОТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ ГАЗА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В СПУТНОМ ПОТОКЕ

Условные обозначения

$m = u_2/u_1$ — отношение скоростей спутного потока и струи;

$n = \rho_2/\rho_1$ — отношение плотностей спутного потока и струи;

C — весовая концентрация газа струи;

$\overline{\Delta u} = (u - u_2)/(u_1 - u_2)$ — безразмерная избыточная скорость;

$\overline{\Delta T} = (T - T_2)/(T_1 - T_2)$ — безразмерная избыточная температура;

R — радиус сопла;

$\overline{x} = x/R$ — безразмерное расстояние от выходного сечения струи вдоль оси;

$\overline{\delta^*} = \delta^*/R$; $\overline{\delta^{**}} = \delta^{**}/R$ — относительные толщины вытеснения и потери импульса в выходном сечении;

$\overline{c_p} = c_{p2}/c_{p1}$ — отношение теплоемкостей;

$\overline{\mu} = \mu_2/\mu_1$ — отношение молекулярных весов;

$\overline{\rho u^2} = \rho u^2/\rho_1 u_1^2$;

$\overline{b} = b/R$ — относительная полуширина струи.

Индексы

1 — струя;

2 — спутный поток;

0 — на оси.

Исследование газодинамических процессов в различных устройствах связано с определением параметров струи, втекающей в затопленное пространство или спутный поток. Широко известны полуэмпирические зависимости [1—3], позволяющие рассчитать все параметры струи. Однако удовлетворительное описание течения достигается, если оно достаточно близко к автомоделному, например для затопленных струй. При распространении струи в спутном потоке газа другой плотности на основном участке наблюдается существенное отличие измеряемых параметров от расчетных,

Как правило, при расчете смешения турбулентной струи решаются три независимые задачи:

— определение длины начального участка струи по скорости

— определение закона изменения избыточной скорости $\Delta \bar{u}$ или концентрации C_0 вдоль оси на переходном и основном участках струи;

— распределение избыточных параметров в поперечном сечении слоя смешения.

Длина начального участка струи определяется как отрезок оси абсцисс, отсекаемый прямой, которая проводится через опытные точки основного участка, отложенные в логарифмических координатах. Физически это — предельная длина потенциального ядра струи. Переходный участок в этом случае исключается из рассмотрения. По параметру, постоянством которого характеризуется ядро струи ($\Delta \bar{u}_0$, $\Delta \bar{T}_0$, C_0 , $\overline{\rho_0 u_0^2}$), длина начального участка различается и обозначается соответственно: x_u , x_T , x_C , x_p .

В работе [4] получены уравнения для расчета длины начального участка круглой ($i=1$) и плоской ($i=0$) турбулентной струи:

$$\bar{x}_u = \bar{b}_u \left\{ \left[k_1 \frac{1+n}{1+mn} \frac{I}{2} \right]^2 + k_2 \frac{1+n}{(1+mn)^2} \frac{A}{50\bar{x}_u} \right\}^{-0,5}, \quad (1)$$

$$\text{где } \bar{b}_u = \left[\frac{(i+2)(1+\sqrt{n})}{(1+m)\sqrt{n}} \right]^{\frac{1}{1+i}}, \quad (2)$$

$$k_1 = 0,15; \quad k_2 = 6 - A \ln(\bar{x}_u/A - 1)/\bar{x}_u; \quad A = 50(\bar{\delta}_1^{**} + \bar{\delta}_2^{**} m^2 n);$$

$$I = (1-m)(1-(i+1)\bar{\delta}_1^{**}) - (1+i)(\bar{\delta}_1^{**} + \bar{\delta}_2^{**} m^2 n).$$

Длину начального участка x_u можно связать с длиной x_p :

$$x_p = x_u \left[\frac{\frac{1}{\bar{\rho}_{00}^{1+i}} - (m^2 n)^{\frac{1}{1+i}}}{1 - (m^2 n)^{\frac{1}{1+i}}} \right], \quad (3)$$

где $\bar{\rho}_{00}$ — плотность в конце начального участка струи.

Если в качестве осевого параметра на основном участке струи рассматривать безразмерный избыточный импульс

$$\Delta \bar{I}_0 = \left[\frac{(\overline{\rho_0 u_0^2})^{\frac{1}{1+i}} - (m^2 n)^{\frac{1}{1+i}}}{1 - (m^2 n)^{\frac{1}{1+i}}} \right], \quad (4)$$

то закон изменения его вдоль оси будет иметь простой вид

$$\Delta \bar{I}_0 = (x/x_p)^{-1}. \quad (5)$$

Из полученного выражения видно, что длина x_p определяет закономерности смешения на основном участке струи.

Уравнением (5), как это следует из рис. 1, удовлетворительно обобщаются опытные данные многих авторов по основному участку струи.

Общепринятые параметры $\Delta \bar{u}_0$, $\overline{\rho_0 u_0^2}$ легко получить из уравнения (4) соответственно при $n=1$ или $m=0$.

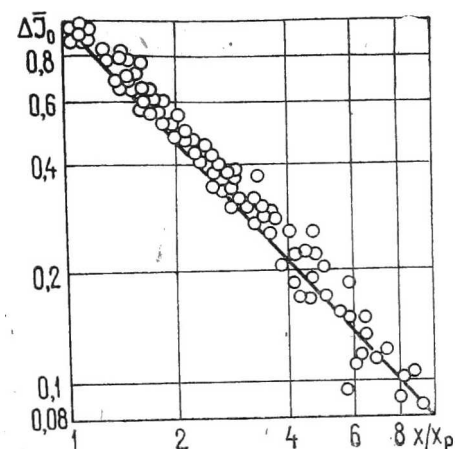


Рис. 1. Изменение безразмерного избыточного импульса на основном участке вдоль оси струи:

○ — экспериментальные данные;
— расчет по уравнению (5)

Относительная плотность на оси струи определяется из условия изобарического смешения газов

$$\bar{\rho}_0 = \frac{C_0 + (1 - \bar{C}_0) \bar{c}_p}{[C_0 + (1 - C_0) \bar{c}_p \mu/n] [C_0 + (1 - C_0)/\mu]} \quad (6)$$

Из выражения (6) при $\Delta \bar{u}_0 = 1$, то есть при $C_0 = Sc$ можно получить плотность $\bar{\rho}_{00}$, используемую в уравнении (3). Число Шмидта, как показано в работе [5], является функцией относительной плотности n :

$$Sc = 0,8 + 0,2j(1 - n^j); \quad j = 1 \quad \text{при } n \leq 1, \quad j = -1 \quad \text{при } n > 1.$$

Таким образом, из уравнений (1) — (4) определяется безразмерный избыточный импульс на оси основного участка струи. Далее из совместного решения уравнений (4) и (6) находится концентрация газа на оси струи, и через числа Sc и Pr соответственно — $\Delta \bar{u}_0$ и $\Delta \bar{T}_0$.

Распределение избыточной скорости поперек слоя смешения при известной его ширине может быть описано уравнением Гаусса

$$\Delta \bar{u} = e^{-(y/b)^2 \cdot \ln 2} \quad (7)$$

Представив струю на основном участке как смесь молей газов различной плотности и накладывая условие сохранения их

импульсов, нетрудно получить следующую зависимость для полуширины струи:

$$\bar{b} \approx \left(\frac{\rho_0 u_0^2 - m^2 n}{1 - m^2 n} \right)^{-\frac{1}{1+i}} = \Delta \bar{I}_b. \quad (8)$$

Полученный безразмерный избыточный импульс $\Delta \bar{I}_b$ в этом случае определяет закон расширения струи. Опытные данные по изменению половинного радиуса по скорости и по импульсу (r_1 , r_p) вдоль струи, как видно из рис. 2, удовлетворительно обобщаются уравнением (8).

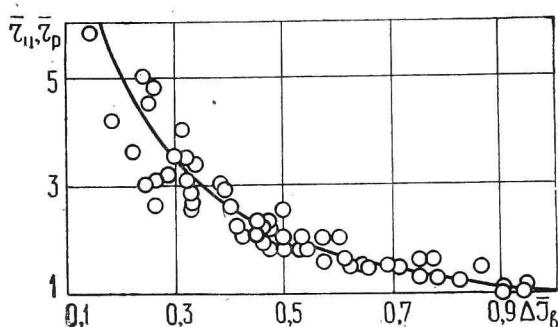


Рис. 2. Зависимость половинных радиусов по скорости и импульсу от безразмерного импульса на оси струи $\Delta \bar{I}_b$:

○ — экспериментальные данные; — расчет по уравнению (8)

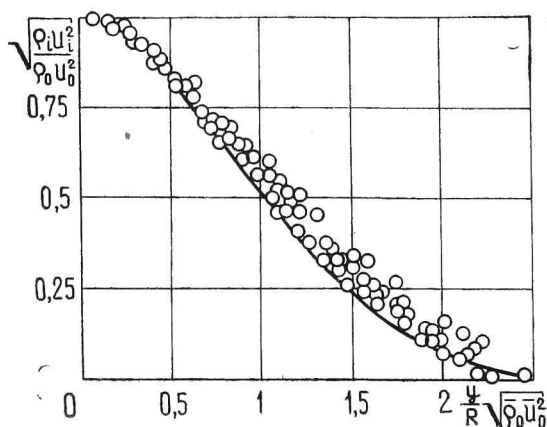


Рис. 3. Профиль безразмерного импульса в поперечных сечениях затопленных струй различных газов: ○ — экспериментальные данные; — расчет по уравнению (9)

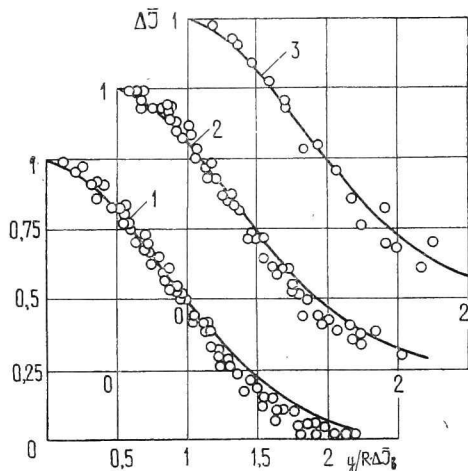
Профиль безразмерного избыточного импульса в поперечном сечении струи $\Delta \bar{I}$ через уравнение (7) связан с импульсом $\Delta \bar{I}_b$:

$$\Delta \bar{I} = \left[\frac{\frac{1}{(\bar{\rho} u^2)^{1+i}} - (m^2 n)^{\frac{1}{1+i}}}{\frac{1}{(\bar{\rho} u_0^2)^{1+i}} - (m^2 n)^{\frac{1}{1+i}}} \right] = e^{-(y/R \Delta \bar{I}_b)^2 \cdot \ln 2} \quad (9)$$

Как следует из рис. 3, 4, безразмерные профили избыточного импульса оказались подобны по длине струи.

Рис. 4. Профиль безразмерного избыточного импульса в поперечных сечениях струи в спутном потоке:

○ — экспериментальные данные; — расчет по уравнению (9); 1 — $m=0,16$, $n=4,18$, $\bar{x}=20-52$; 2 — $m=0,29$, $n=1,2$, $\bar{x}=20-52$; 3 — $m=0,21-0,48$, $n=0,31-1,79$, $\bar{x}=30-70$



Таким образом, проведенное обобщение большого числа опытных данных по смещению струй, полученных в широком диапазоне изменения начальных параметров ($m=0-3$; $n=0,27-16,85$) показало, что найденные безразмерные импульсы $\Delta \bar{I}_0$ и $\Delta \bar{I}_b$ являются универсальными характеристиками течения в области $\bar{x} < 100$, которая представляет наибольший практический интерес. Полученная автомодельность течения при использовании безразмерных избыточных импульсов позволила получить простые соотношения для расчета расширения струи на основном участке и установить подобие процессов смещения на начальном и основном участках, что существенно упрощает расчет и повышает точность определения параметров турбулентной струи, распространяющейся в спутном потоке.

Литература

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960.
2. Гиневский А. С. Теория турбулентных струй и следов. М.: Машиностроение, 1969.
3. Прудников А. Г., Волинский М. С., Сагалович В. Н. Процессы смесеобра-

зования и горения в воздушно-реактивных двигателях. М.: Машиностроение, 1971.

4. *Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Турбулентное смешение газовых струй. М.: Наука, 1974.
5. *Лавров В. Н., Савченко В. П.* О законе изменения относительных параметров вдоль оси турбулентной струи.— В сб.: Горение в потоке. Казань, 1978, вып. 2.