соответствующий концу дробной части интервала T_1 (или T_2) периода служебной частоты. По окончании интервала измерения *Т*изм содержимое счетчиков 5Сч. 13Сч. 23Сч переносится для хранения в регистры 5Рг, 13Рг, 23Рг соответственно, а затем счетчики 5Сч. 13Сч приводятся в пулевое состояние. В ЭВМ подается сигиал «прерывание», являющийся признаком готовности информации к присму ЭВМ. По команде из ЭВМ содержимое регистров 5Рг, 13Рг через схему совпадения $C_{\rm n4}$ и выходные усилители 23У, а также содержимое регистра 23Рг через схему совпадения $C_{\rm n5}$ и выходные усилители 23У подается в ЭВМ, где по значениям количества имиульсов N, n, n_{1зап}, n_{2зап} рассчитывается частота /изм.св.

Таким образом, незначительная доработка устройства УВП-1 позволяет существенно повысить точность измерения частоты быстропротекающих и нестационарных процессов и уменьшить при этом погрешность измерений в 5 раз.

JHITEPATMPA

чиков. М.-Д., «Энергия», 1966.

3. Кондюкова Е. И., Редькин Б. Е. Аналого-цифровые преобразователи систем автоматического контроля. М., «Энергия», 1967.

А. Г. Гимадиев, В. П. Шорин

О РАСЧЕТЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК БЕЗРАСХОДНЫХ МАГИСТРАЛЕЙ С НЕСКОЛЬКИМИ СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ сопротивлениями

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

i	u, v, -	продольная и радиальная составляющие местной скорости жидкости
		в трубопроводе;
	$P_n =$	давление;
2	$r_n, r_n - $	координаты вдоль оси и по раднусу иоперечного сечения трубопровода;
r	$S_n =$	раднус и площадь поперечного сечения трубопровода;
	$l_n -$	длина трубопровода;
	·, ·,	коэффициент кинематической вязкости и плотность жидкости;
	C -	скорость звука в жидкости;
Ф	$1_1 = \Phi_{11} = -$	лицейные соотношения;
11	21. 31 -	коэффициенты, учитывающие эффективную колеблющуюся массу жидко-
		сти и гидравлические потери в сосредоточенном сопротивлении;
	It i -	илощадь проходного сечения сосредоточенного совротивления;
	Pi. 4i -	нервые гармоники давления и обтемного расхода;
		круговая частота;
	$J_{1}, J_{2} =$	функции Бесселя первого рода первого и второго порядка;

- Z_н, Z_h импедансы источника колебаний и нагрузок в конечных сечениях магистралей;
- $A_i, \varphi_i =$ амплитуда и фаза колебаний расхода в сосредоточенном сопротивлении, $j = \sqrt{-1}$.

Составной частью систем управления двигательных установок, измерительных систем, устройств гидроавтоматики являются безрасходные гидравлические магистрали, содержащие один или несколько дросселирующих элементов, так называемых сосредоточенных сопротивлений. Расчет частотных характеристик таких безрасходных магистралей с использованием линейной модели процессов может привести к значительным погрешностям и неверному представлению о работе всей гидросистемы. Это объясняется тем, что на сосредоточенных сопротивлениях при колебаниях рабочей жидкости в системах реализуется квадратичный закон гидравлических потерь. В работе [1] приводится методика расчета частотных характеристик безрасходных магистралей с одним сосредоченным сопротивлением, но в реальных системах могут быть установлены два и более сопротивлений.

В статье приводится методика расчета частотных характеристик разветвленной системы безрасходных магистралей с несколькими сосредоточенными сопротивлениями.

При этом полагается, что на всех сосредоточенных сопротивлениях реализуется квадратичный закон гидравлических потерь, волновые процессы в трубопроводах описываются липейными дифференциальными уравнениями, условия на концах магистралей заданы в виде линейных соотношений.

С учетом принятых допущений расчет одночастотных вынужденных колебаний жидкости в разветвленной магистрали (рис. 1) сводится к отысканию частного решения системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_n}{\partial x_n} + \gamma \left(\frac{\partial^2 u_n}{\partial r_n^2} + \frac{1}{r_n} \frac{\partial u_n}{\partial r_n} \right)$$
(1)

$$\frac{1}{pc_n^2}\frac{\partial P_n}{\partial t} + \frac{\partial v_n}{\partial r_n} + \frac{v_n}{r_n} + \frac{\partial u_n}{\partial x_n} = 0 \ (n = I, \ II..., \ N).$$

Для участков I, II, ..., N при нулевых начальных и следующих конечных условиях, представ-

ленных в осредненных по сечению перпендикулярной оси x₁ параметрах:

$$x_{1} = 0; \ Q_{1} = Q_{1}; \ P_{1} = P_{1};$$

$$\Phi_{1} \left(P_{1}Q_{1} \frac{\partial P_{1}}{\partial t}, \frac{\partial Q_{1}}{\partial t}, \ldots \right) =$$

$$= P_{0} + Be^{j\omega t}; \qquad (2)$$



Puc. 1.

$$x_{n} = l_{n}; \ x_{n+1} = 0; \ Q_{n} = Q_{i} = Q_{n+1}; \ P_{n} = P_{i}; \ P_{n+1} = P_{i+1};$$
$$m_{i} \frac{dQ_{i}}{dt} + k_{i}Q_{i}^{2} \operatorname{sig} nQ_{i} = P_{i} - P_{i+1};$$
(3)

$$k_{i} = \begin{cases} k_{i1} \text{ при } Q_{i} \ge 0\\ k_{i2} \text{ при } Q_{i} < 0 \end{cases} \left(k_{i} = \frac{\xi_{i} \rho}{2F_{i}^{2}} \right), (i = 2, 3, ..., f); \\ Q_{n} = Q_{h}; P_{n} = P_{h}; \Phi_{h} \left(P_{h}, Q_{h}, \frac{\partial P_{h}}{\partial t}, \frac{\partial Q_{h}}{\partial t}, ... \right) = 0, \\ (h = f + 1, f + 2, ..., d) \end{cases}$$
(4)

где $Q_n = \int_0^n 2\pi r u_n dr$ — объемный расход.

Граничное условие (2) задано в сечении у источника колебаний, (3) — в сечениях, охватывающих сосредоточенные сопротивления, (4) — в концевых сечениях. Кроме того, в узлах цепн выполняются условия $\Sigma Q = O$, $P_1 = P_M = ..., P_{\kappa}$, $\kappa \cdot M = 1$ — число трубопроводов в узле.

При принятом внешием возмущении закон колебаний объемной скорости в любом сечении магистрали представляется рядом Фурье и определяется только переменной составляющей внешнего возмущения. Используя метод гармонической линеаризации [2], будем искать частные решения системы уравнений (1) с граничными условиями (2)—(4) в виде гармонических функций давления и расхода. Применяя уравнения (1), связь между первыми гармониками давления и расхода в граничных сечениях участков трубопроводов можно выразить [3] зависимостями:

$$p_{i} = p_{i+1} \operatorname{ch} \gamma_{n} \mathbb{1}_{n} - j \frac{\rho c_{n}^{2}}{S_{n}^{\omega}} \gamma_{n} g_{i+1} \operatorname{sh} \gamma_{n} \mathbb{1}_{n};$$

$$g_{i} = j \frac{S_{n} \omega}{\rho c_{n}^{2} \gamma_{n}} P_{i+1} \operatorname{sh} \gamma_{n} \mathbb{1}_{n} + g_{i+1} \operatorname{ch} \gamma_{n} \mathbb{1}_{n};$$

$$\binom{n = I, \ \Pi, \ \dots, \ N}{i = 1, \ 2, \ \dots, \ f},$$
(5)

где γ_n — коэффициент распространения волн.

$$\gamma_n = \frac{\omega}{c_n} \sqrt{j \frac{2}{r_n^0 \sqrt{\frac{j\omega}{\gamma}}} \frac{J_1\left(jr_n^0 \sqrt{\frac{j\omega}{\gamma}}\right)}{J_2\left(jr_n^0 \sqrt{\frac{j\omega}{\gamma}}\right)} - 1.$$

Коэффициент γ_{π} может быть представлен в комплексной форме $\gamma_n = \delta_n + j\varepsilon_n$; действительная часть его характеризует затухание волн по амплитуде, распространяющихся вдоль оси трубопровода, а Мнимая — сдвиг волн по фазе. Граничное условие (2) для гармонических колебаний жидкости, согласно теореме 174 об эквивалентном генераторе, можно представить в виде

$$p_1 + Z_{\mu} g_1 = p_{\mu};$$
 (6)

$$p_{\mathrm{H}} = \mathrm{Be}^{i\omega t}; \ Z_{\mathrm{H}} = \mathrm{Re} \, Z_{\mathrm{H}} + j I_m \, Z_{\mathrm{H}}.$$

Граничное условие (4) можно выразить следующим образом:

$$p_h = Z_h g_h, Z_h = \operatorname{Re} Z_h + j I_m Z_h, (h = f + 1; f + 2, ... d),$$
 (7)

где Z_n, Z_h — импедансы источника колебаний и нагрузок в конечных сечениях магистралей.

Для объемной скорости в любом *i*-ом сечении магистрали, согласно принятым условиям, $g_i = A_i e^{j(\omega t + \varphi_i)}$. Поэтому, проводя гармоническую линеаризацию для квадратичного закона гидравлических потерь на сосредоточенных сопротивлениях, граничное условие (3) запишем так:

$$[jm\omega + b(A_i)]g_i = p_i - p_{i+1}, g_i = g_{i+1},$$
(8)

где $b(A_{i_1}) = \frac{4(k_{i_1}+k_{i_2})}{3\pi} A_i, \quad (i = 2, 3, ..., f).$

Решая уравнения (5) - (8) с соответствующими граничными условнями, определяем колебания давления и расхода в любом заданном сечении безрасходной магистрали. Наличие в соотношениях (8) коэффициентов $\mathcal{B}(A_i)$, зависящих от соответствующих амплитуд объемной скорости жидкости, протекающей через сосредоточенные сопротивления, не позволяет получить замкнутые выражения для определения A_i , поэтому уравнения (5) – (8) решаются методом последовательных приближений.

Решение уравнений облегчается понском амплитуды и фазы колебаний расхода через одно из сосредоточенных сопротивлений, например, A_2 и φ_2 по методике, изложенной в работе [1], при постоянных значениях коэффициентов $b(A_{i+1})$ для всех остальных сопротивлений. При пайденных A_2 и φ_2 можно определить из липейных соотношений (5) — (8) амплитуды A_{i+1} и фазы φ_{i+1} колебаний расхода жидкости, протекающей через остальные сопротивления. Зная амплитуды расходов A_{i+1} находим новые значения коэффициентов линеаризации $b(A_{i+1})$, входящие в уравнения для определения A_2 , φ_2 второго приближения. Для первого приближения коэффициента $b(A_{i+1})$ можно принять равным пулю. Процесс приближения длится до удовлетворения заданной точно-

сти или минимума $\Delta = \sum_{i=2}^{i=h} \frac{A'_i - A''_i}{A'_i}$, где A'_i , A''_i – амплитуды рас-

ходов жидкости, протекающей через сосредоточенные сопротивления, при двух последовательных приближениях.

При известных значениях A_i и φ_i (*i*=2, 3, ...*f*) можно определить первые гармоники давления и объемного расхода во всех



Рис. 2.

заданных сечениях и таким образом искомые частотные характеристики разветвленной безрасходной магистрали.

Для примера приведены расчетные соотношения для определения частотных характеристик безрасходной

магистрали, содержащей два сосредоточенных сопротивления. Схема магистрали изображена на рис. 2. Для упрощения расчетных выражений считаем, что потери по длине трубопроводов малы по сравнению с потерями на сосредоточенных сопротивлениях, т. е. $\gamma_{\pi} = \frac{f_{\omega}}{e_{\pi}}$.

Тогда в соответствии с изложенной методикой расчет частотных характеристик магистрали сводится к решению систем уравнений:

$$p_{1} = p_{2} \cos \frac{\omega l_{1}}{c_{1}} + j \frac{\rho c_{1}}{S_{1}} g_{2} \sin \frac{\omega l_{1}}{c_{1}} \\ g_{1} = j \frac{S_{1}}{\rho c_{1}} p_{2} \sin \frac{\omega l_{1}}{c_{1}} + g_{2} \cos \frac{\omega l_{1}}{c_{1}}$$
(9)

$$p_{3} = p_{4} \cos \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} + j \frac{\rho c_{11}}{S_{11}} g_{4} \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}}$$
(10)

$$g_3 = j \frac{S_{11}}{\rho c_{11}} p_4 \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} + g_4 \cos \frac{\omega l_{11}}{c_{11}}$$
 (10)

$$p_{5} = p_{6} \cos \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} + j \frac{\rho c_{111}}{S_{111}} g_{6} \sin \frac{\omega l_{111}}{c_{111}}$$
(11)

$$g_{5} = j \frac{S_{111}}{\rho c_{111}} p_6 \sin \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} + g_6 \cos \frac{\omega l_{111}}{c_{111}}$$

для участков I, II, III с граничными условиями

$$p_1 + Z_{\mathfrak{H}} g_1 = p_{\mathfrak{H}} , \qquad (12)$$

$$p_{\mu} = \operatorname{Be}^{j\omega t}, \ Z_{\mu} - \operatorname{Re} Z_{\mu} + jI_m Z_{\mu};$$

$$fm_2\omega + b(A_2)]g_2 = p_2 - p_3, g_2 = g_3;$$
(13)

$$p_6 = Z_6 g_6, = Re Z_6 + j Im Z_6; \tag{14}$$

$$[j \omega m_4 \omega + b (A_4)] g_4 = p_4 - p_5, \ g_4 = g_5, \tag{15}$$

где $b(A_2) = \frac{4(k_{21}+k_{22})}{3\pi} A_2;$

$$b(A_4) = \frac{4(k_{41}+k_{42})}{3\pi} A_4.$$

Используя уравнения (10), (11), 14), (15), найдем соотношение для 176

определения импеданса в сечении 4-4

$$Z_4 = \frac{p_4}{g_4}, \ Z_4 = \operatorname{Re} Z_4 + j Im Z_4, \tag{16}$$

где

$$\operatorname{Re} Z_{4} = b \left(A_{4} \right) + \frac{\operatorname{Re} Z_{6}}{\left(\cos \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} - \frac{S_{111}}{\rho c_{111}} lm Z_{6} \sin \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} \right)^{2} + \left(\frac{S_{111}}{\rho c_{111}} \operatorname{Re} Z_{6} \sin \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} \right)^{2}}{\left(m Z_{4} = m_{4} \omega + \frac{lm Z_{6} \cos 2 \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} + \frac{S_{111}}{2\rho c_{111}} \sin 2 \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} \left[\left(\frac{\rho c_{111}}{S_{111}} \right)^{2} - \left(\operatorname{Re}^{2} Z_{6} + l^{2} m Z_{6} \right) \right]}{\left(\cos \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} - \frac{S_{111}}{\rho c_{111}} lm Z_{6} \sin \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} \right)^{2} + \left(\frac{S_{111}}{\rho c_{111}} \operatorname{Re} Z_{6} \sin \frac{\omega l_{111}}{c_{111}} \right)^{2}} \right)^{2}}$$

При известном Z₄ [1] амплитуда A₂ и фаза φ_2 колебаний расхода через сосредоточенное сопротивление в сечении 2—2 определяются соотношениями:

$$A_{2}^{4}[M^{2}(\omega) + N^{2}(\omega)] + 2A_{2}^{3}[M(\omega)T(\omega) + N(\omega)H(\omega)] + A_{2}^{2}[T^{2}(\omega) + H^{2}(\omega)] - B^{2} = 0;$$
(17)

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg}\left[-\frac{N(\omega)A_2 + H(\omega)}{M(\omega)A_2 + T(\omega)}\right], \qquad (18)$$

$$\begin{split} \text{rge } & M(\omega) = \frac{4(k_{21}+k_{22})}{3\pi} \, \text{Re } W_2(j\omega), \\ & N(\omega) = \frac{4(k_{21}+k_{22})}{3\pi} \, ImW_2(j\omega), \\ & T(\omega) = \frac{\text{Re } W_1(j\omega) [\text{Re } W_2(j\omega) \text{Re } W_3(j\omega) - Im \, W_2(j\omega) Im \, W_3(j\omega)]}{\text{Re}^2 \, W_1(j\omega) + I^2 m W_1(j\omega)} + \\ & + \frac{Im \, W_1(j\omega) [\text{Im } W_2(j\omega) \text{Re } W_3(j\omega) + Im \, W_3(j\omega) \text{Re } W_2(j\omega)]}{\text{Re}^2 \, W_1(j\omega) + Im^2 \, W_1(j\omega)} + \\ & + \frac{\text{Re } W_4(j\omega);}{\text{Re}^2 \, W_1(j\omega) + I^2 m \, W_1(j\omega)} \\ & - \frac{Im \, W_4(j\omega) [\text{Re } W_2(j\omega) \text{Re } W_3(j\omega) - Im \, W_2(j\omega) \text{Im } W_3(j\omega)]}{\text{Re}^2 \, W_1(j\omega) + I^2 m \, W_1(j\omega)} + Im \, W_4(J\omega), \\ & W_1(j\omega) [\text{Re } W_2(j\omega) \text{Re } W_3(j\omega) - Im \, W_2(j\omega) Im \, W_3(j\omega)]}{\text{Re}^2 \, W_1(j\omega) + I^2 m \, W_1(j\omega)} \\ & W_1(j\omega) = \cos \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} - Im \, Z_4 \frac{S_{11}}{\rho c_{11}} \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} + j \, \text{Re } \, Z_4 \frac{S_{11}}{\rho c_{11}} \sin \frac{\omega l_{1}}{c_{11}}, \\ & W_3(j\omega) = \text{Re } \, Z_4\left(\cos \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} - m_2 \, \omega \, \frac{S_{11}}{\rho c_{11}} \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}}\right) + \\ & + j \, \left[(m_2 \omega + Im Z_4) \cos \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} + \left(\frac{\rho c_{11}}{S_{11}} - m_2 \, \omega \, Im \, Z_4 \, \frac{S_{11}}{\rho c_{11}} \right) \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} \right]; \\ \end{split}$$

$$W_4(j\omega) = \operatorname{Re} Z_{\mathfrak{u}} \cos \frac{\omega l_1}{c_1} + j \left(Im Z_{\mathfrak{u}} \cos \frac{\omega l_1}{c_1} + \frac{\varphi c_1}{S_1} \sin \frac{\omega l_1}{c_1} \right)$$

Амплитуда и фаза колебаний расхода через второе сосредоточенное сопротивление при известных A_2 и φ_2 вычисляются согласно полученным из (10), (13), (16) выражениям:

$$A_{4} = A_{2} \left[\left(\cos \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} - \frac{S_{11}}{\rho c_{11}} Im Z_{4} \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} \right)^{2} + \left(\frac{S_{11}}{\rho c_{11}} \operatorname{Re} Z_{4} \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} \right)^{2} \right]^{-\frac{1}{2}} (19)$$

$$\varphi_{4} = \varphi_{2} + \operatorname{arctg} \left[-\frac{\frac{S_{11}}{\rho c_{11}}}{\cos \frac{\omega l_{11}}{c_{11}} - \frac{S_{11}}{\rho c_{11}}} \operatorname{Im} Z_{4} \sin \frac{\omega l_{11}}{c_{11}}}{\frac{\sigma l_{11}}{c_{11}}} \right]. \quad (20)$$

Определив A_4 , находим $b(A_4)$ второго приближения и по соотношению (16) — новое значение для импеданса Z_4 , далее по соотношениям (17), (18)— A_2 , φ_2 и по (19), (20)— A_4 , φ_4 . Процесс вычислений длится до удовлетворения заданной точности $\frac{A_2^{'}-A_2^{''}}{A_2^{'}} + \frac{A_4^{'}-A_4^{''}}{A_4^{'}} \leqslant \Delta$

Амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики безрасходной магистрали определяются из соотношений, полученных с использованием (11), (12), (14), (15):



Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика безрасходной магистра ли с двумя сосредоточенными сопротивлениями

$$\arg \frac{p_6}{p_{\rm H}} = \varphi_4 + \arg\left(\frac{Im Z_6}{{\rm Re} Z_6} - \frac{S_{\rm III}}{\rho c_{\rm III}} \frac{{\rm Re}^2 Z_6 + I^2 m Z_6}{{\rm Re} Z_6} tg \frac{\omega I_{\rm III}}{c_{\rm III}}\right).$$

На основе выведенных соотношений была рассчитана амплитудночастотная характеристика магистрали, схема которой представлена на рис. З. Сосредоточенными сопротивлениями являлись острокромочные симметричные и несимметричные диафрагмы, приведенный объем концевой полости $V = 0.398 \cdot 10^{-3} \ m^3$, рабочая среда — масло $AM\Gamma \cdot 10 \left(\rho = 0.839 \cdot 10^3 \ \frac{\kappa z}{m^3}, \ c = 1260 \ \frac{m}{ce\kappa} \right).$

Вариантные расчеты амплитудно-частотных характеристик безрасходной магистрали, содержащей два сосредоточенных сопротивления, показывают, что модуль частотной характеристики зависит от амплитуды входного воздействия (В); так, на одних и тех же ω с возрастанием В модуль уменьшается и наоборот. Расчетные зависимости хорошо согласуются с результатами эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гимадиев А. Г., Шорин В. П. О расчете частотных характеристик безрасходных магистралей, содержащих сосредоточенное сопротивление. М., «Машиноведение», № 6, 1972.

«Машиноведение», № 6, 1972. 2. Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., «Физматгиз», 1960.

3. Попов Д. Н. О влиянии нестационарности профиля местных скоростей на динамические характеристики длинного трубопровода. Изв. вузов. М, «Машиностроение», № 1, 1968.

А. И. Белоусов, В. П. Ржевский, Ю. А. Равикович

РАСЧЕТ ДРОССЕЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Основным направлением в развитии теории гидростатических опор является изучение течений смазывающей жидкости и их взаимосвязей на отдельных элементах подшипника.

Дросселирующие элементы на входе в несущие камеры гидростатической опоры необходимы для создания регулируемого перепада давления между распределительным каналом и камерами, что обеспечивает их независимую работу.

Гидродинамика круглых, кольцевых, прямоугольных и треугольных каналов бесконечной длины разработана достаточно полно. Однако использование полученных формул для расчета дросселирующих элементов, имеющих небольшие отношения длин к гидравлическим диаметрам, вносит существенные погрешности в определение характеристик как дросселя, так и опоры в целом.