Замечание 3. Если шаги сетки по пространственным переменным одинаковы, то можно установить почти коэрцитивную разрешимость в C норме разностных уравнений, содержащих аппроксимации смешанных производных.

Литература

1. Соболевский П.Е. О корректной разрешимости в первой краевой задаче для разностных эллиптических уравнений в прямоугольных областях. - Новосибирск, 1976. 10с. (Препринт/ВЦ СО АН СССР).

2. Widlund O.B. Stability of parabolic difference schemes in the maximum norm.- Numer. Math.,1966, N8,p.186-202.

3. Красносельский М.А. и др. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функцией.- М.: Наука, 1966, 500 с.

4. Соболевский П.Е. О дробных степенях позитивных операторов.- Докл. АН СССР, 1966, т.166, № 6, с.1296-1299.

5. Grisvard P. Equations differentielles abstractes - Ann. Sient. Ecole norm. Super, 1969, v.2, N3, p.311-395.

6. Смирницкий Ю.А., Соболевский П.Е. Позитивность разностных операторов. - В кн.: Методы сплайн-функций. Вычислительные системы, 87. Новосибирск, 1981, с.120-133.

Е.П. Соболевский

ПРИНЦИП УСРЕДНЕНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1. В банаховом пространстве E рассматривается задача Коши

$$v'(t)+A(\omega t)v(t)=0 \quad (t\geqslant 0, \omega\geqslant 0), \quad v(0)=v_0 . \tag{I}$$

Здесь $A(t)\in C([0,+\infty), H_{om}[D,E])$, D - банахово пространство, плотно и непрерывно вложенное в E. Решением задачи (I) называется функция $v(t)\in C^1([0,+\infty), E)\cap C([0,+\infty),D)$, удовлетворяющая уравнению и начальному условию (I).

Предполагается, что для некоторого $A_*\in H_{om}[D,E]$ выполнено условие усреднения

$$\lim_{N\to+\infty}\left\|\frac{1}{N}\int_{t_0}^{t_0+N}[A(s)-A_*]ds\right\|_{D\to E}=0, \tag{2}$$

равномерно относительно $t_0 \geq 0$. Задаче (I) ставится в соответствие усредненная задача

$$v'(t)+A_* v(t)=0 \quad (t\geq 0), \quad v(0)=v_0, \tag{3}$$

и устанавливаются оценки близости между операторами сдвига $U_\omega(t,\tau)$ и $U_\infty(t,\tau), t\geq\tau$, задач (I) и (3) при больших ω.

Исследование оператора $U_\omega(t,\tau)$ в принципе усреднения не может опираться на метод "параметрикс", использующий гладкость по t оператор-функции $A(\omega t)$, так как $\omega\to+\infty$. Оно проводится методом коммутанта, впервые примененным в [I] для построения оператора сдвига в случае $\omega=1$ и одной лишь непрерывности оператор-функции $A(t)$. В отличие от [I] коммутант рассматривается не как оператор в E и D, а как оператор из D и E или в некоторое промежуточное, близкое к E банахово пространство E_η. Это позволило в приложениях исследовать принцип усреднения для общих квазилинейных параболических уравнений. Данная работа продолжает исследования [2,3].

Рассматривается оператор-функция $C=C(t,\tau)$ из $0\leq\tau\leq t<+\infty$ в $H_{0m}[D,E]$, определенная формулами

$$C(t,\tau)=\frac{1}{t-\tau}\int_\tau^t A(\xi)d\xi \quad \text{при } t>\tau \text{ и } C(t,t)=A(t). \tag{4}$$

Предполагается, что при любом комплексном λ с $Re\lambda\geq 0$ оператор $\lambda+C$ обратим, и справедливы оценки

$$\|(\lambda+C)^{-1}\|_{E\to E}\leq M(|\lambda|+1)^{-1}, \quad \|(\lambda+C)^{-1}\|_{E\to D}\leq M, \tag{5}$$

$$\|(\lambda+C)^{-1}\|_{E_\eta\to D}\leq M(|\lambda|+1)^{-\eta}$$

при некоторых $M>0$ и $\eta\in(0,1)$. В частности, оценки (5) означают что $-C$ – производящий оператор аналитической полугруппы $exp\{-sC\}, s\geq 0$, в E с экспоненциально убывающей нормой, и определены любые степени C^α оператора C. Такими же свойствами, в силу (2), обладает и оператор A_* (см.напр. [4]).
Далее рассматривается коммутант

$$D(A,C;\lambda)=A(\lambda+C)^{-1}-(\lambda+C)^{-1}A, \quad Re\lambda\geq 0, \tag{6}$$

для $A=A(s), s\geqslant 0, A=A_*, C=C(t,\tau), \tau\leqslant t$. Предполагается, что справедливы оценки

$$\|D(A,C;\lambda)\|_{D\to E}\leqslant M(|\lambda|+1)^{-1-\gamma}, \|D(A,C;\lambda)\|_{D\to E_\eta}\leqslant M(|\lambda|+1)^{-1-\gamma-\eta} \quad (7)$$

при некоторых $M>0$ и $\gamma\in(\eta,1)$.

В этих условиях существует оператор сдвига $U_\omega(t,\tau)$.

В силу (3) оператор сдвига $U_\infty(t,\tau)=exp\{-(t-\tau)A_*\}$. Положим

$$\Delta(t,\tau)=U_\omega(t,\tau)-U_\infty(t,\tau). \quad (8)$$

Теорема I. Пусть $\alpha,\beta\in[0,1]$ и $\eta_1>0$. Тогда для любых $T>0, \sigma>0$ существует такое $\omega_0=\omega_0(T,\sigma)\geqslant 0$, что при всех $\omega\geqslant\omega_0$ и $\tau\leqslant t\leqslant\tau+T, \tau\geqslant 0$ справедлива оценка

$$\|A_0^{\alpha}\Delta A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant\sigma, \quad (9)$$

если $\alpha<\beta$, и справедлива оценка

$$\|A_0^{\alpha}\Delta A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant\sigma\left[|t-\tau|^{\beta-\alpha-\eta_1}+1\right], \quad (I0)$$

если $\alpha\geqslant\beta$. Здесь $A_0=A(0)$.

2. Приведем схему доказательства теоремы I. Представим Δ в виде

$$\Delta=\left[U_\omega(t,\tau)-exp\left\{-\int_\tau^t A(\omega\xi)d\xi\right\}\right]+\left[exp\left\{-\int_\tau^t A(\omega\xi)d\xi\right\}-\right. \quad (II)$$
$$\left.-exp\left\{-(t-\tau)A_*\right\}\right]=\Delta_1+\Delta_2 .$$

Лемма I. Пусть $\alpha,\beta\in[0,1]$, и $\eta_1>0$. Для любых $T>0$ и $\sigma>0$ существует такое $\omega_0=\omega_0(T,\sigma)\geqslant 0$, что при всех $\omega\geqslant\omega_0$ и $\tau\leqslant t\leqslant\tau+T, \tau\geqslant 0$ справедлива оценка

$$\|A_0^{\alpha}\Delta_1 A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant\sigma, \quad (I2)$$

если $\alpha-\beta<\gamma$, и справедлива оценка

$$\|A_0^{\alpha}\Delta_1 A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant\sigma\left[|t-\tau|^{\beta-\alpha+\gamma-\eta_1}+1\right], \quad (I3)$$

если $\alpha-\beta\geqslant\gamma$.

Доказательство леммы I приводится в работе автора, находящейся в печати.

Лемма 2. Для любых $\alpha,\beta\in[0,1], 0\leqslant\tau\leqslant t, s\geqslant 0$ справедливы оценки

$$\|A_0^{\alpha}[\exp\{-sC_\omega\}-\exp\{-sA_*\}]A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant Ms^{\beta-\alpha}\|C_\omega-A_*\|_{D\to E} \qquad (14)$$

при некотором $M>0$. Здесь $C\omega=C(\omega t,\omega\tau)$.

Для доказательства используется тождество

$$\exp\{-sC_\omega\}-\exp\{-sA_*\}=s\int_0^1\exp\{-xsC_\omega\}(A_*-C_\omega)\exp\{-(1-x)sA_*\}dx, \qquad (15)$$

для разности полугрупп и оценки норм аналитических полугрупп и их производных (см. [4]), которые позволяют доказать оценку (14) для случаев $(\alpha=\beta=0)$, $(\alpha=\beta=1)$, $(\alpha=0,\beta=1)$, $(\alpha=1,\beta=0)$.

Далее применяется неравенство моментов (см. [4]) для дробных степеней операторов.

Лемма 3. Пусть $\alpha,\beta\in[0,1]$ и $\gamma_1>0$. Для любых $T>0$ и $\delta>0$ существует такое $\omega_0=\omega_0(T,\delta)\geqslant 0$, что при всех $\omega\geqslant\omega_0$ и $\tau\leqslant t\leqslant\tau+T,\tau\geqslant 0$ справедлива оценка

$$\|A_0^{\alpha}\Delta_2A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant\delta, \qquad (16)$$

если $\alpha<\beta$, и справедлива оценка

$$\|A_0^{\alpha}\Delta_2A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant\delta[|t-\tau|^{\beta-\alpha-\gamma_1}+1], \qquad (17)$$

если $\alpha\geqslant\beta$.

Доказательство следует из оценки (14) и условия (2).
С помощью тождества (11) и лемм 1 и 3 устанавливается теорема 1.

3. Если $D=E$, то операторы C_ω и A_* ограничены в E, причем $C_\omega(t,\tau)$ ограничен равномерно по ω и t,τ. Тогда справедлива оценка

$$\|A_0^{\alpha}[\exp\{-(t-\tau)C_\omega\}-\exp\{-(t-\tau)A_*\}]A_0^{-\beta}\|_{E\to E}\leqslant M|t-\tau| \qquad (18)$$

при некотором $M>0$. Отсюда следует, что при всех $\alpha,\beta\in[0,1]$ справедлива оценка (9). Ниже будет показано, что в случае неограниченных операторов $A(t)$ в оценке (10) нельзя, вообще говоря, положить $\gamma_1=0$.

3. Пусть $A_0\in H_{om}[D,E]$, и при любом комплексном λ с $Re\lambda\geqslant 0$ оператор $\lambda+A_0$ обратим, и справедлива оценка

$$\|(\lambda+A_0)^{-1}\|_{E\to E}\leqslant M(|\lambda|+1)^{-1}.$$

Тогда спектр $\sigma(A_0)$ оператора A_0 содержится внутри некоторого симметричного относительно положительной полуоси с вершиной в начале координат угла раствора $2\varphi<\pi$, на границе Γ этого угла и вне ее справедлива оценка

$$\|(\lambda-A_0)^{-1}\|_{E\to E}\leqslant M(\varphi)(|\lambda|+1)^{-1}.$$

Лемма 4. Для любых $0\leqslant\rho\leqslant 1,\ 0<b_2<b_1<+\infty,\ \lambda\in\sigma(A_0)$ справедливо неравенство

$$\|A_0^{\rho}[exp\{-b_1A_0\}-exp\{-b_2A_0\}]\|_{E\to E}\geqslant|Re\lambda|^{\rho}|exp\{-b_1Re\lambda\}-exp\{-b_2Re\lambda\}|. \quad (19)$$

Доказательство может быть выведено из теоремы Данфорда об отображении спектра или установлено непосредственно с помощью формулы Коши-Рисса.

$$A_0^{\rho}[exp\{-b_1A_0\}-exp\{-b_2A_0\}]=\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma}\lambda^{\rho}[exp\{-b_1\lambda\}- \quad (20)$$
$$-exp\{-b_2\lambda\}](\lambda-A_0)^{-1}d\lambda$$

для случая точек дискретного или непрерывного спектра. В случае, когда λ - точка остаточного спектра, нужно перейти к сопряженным операторам.

Пусть A_0 неограничен как оператор в E . Тогда существует $\lambda_n\in\sigma(A_0)$ с $Re\lambda_n\to+\infty$ при $n\to+\infty$.

Пусть $\varphi(t)$ - определенная на $[0,+\infty)$ непрерывная функция, и

$$0<a_2\leqslant\varphi(t)\leqslant a_1<+\infty\ . \quad (21)$$

Пусть существует предел

$$\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\int_{t_0}^{t_0+N}\varphi(t)dt=\varphi_*, \quad (22)$$

равномерно относительно $t_0\geqslant 0$. Наконец, пусть

$$\underline{\varphi}=\liminf_{t\to+\infty}\varphi(t)<\limsup_{t\to+\infty}\varphi(t)=\overline{\varphi}\ . \quad (23)$$

Тогда, очевидно, $\underline{\varphi}\leqslant\varphi_*\leqslant\overline{\varphi}$, причем хотя бы в одном случае неравенство должно быть строгим. Предположим, что

$$\varphi_*<\overline{\varphi}\ . \quad (24)$$

Например, если $\varphi(t)=2+sint$, то $a_2=1, a_1=3, \varphi_*=2, \underline{\varphi}=1, \overline{\varphi}=3$.

Введем оператор-функцию $A(t)=\varphi(t)A_0$. Очевидно, она удовлетворяет всем условиям пункта I, кроме условия с E_η , и

$A_* = \varphi_* A_0$. Кроме того, дополнительно операторы $A(t)$ коммутируют при разных t. Поэтому существует оператор сдвига

$$U_\omega(t,\tau) = exp\{-\int_\tau^t A(\omega\xi)d\xi\} = exp\{-\int_\tau^t \varphi(\omega\xi)d\xi A_0\}, \tag{25}$$

и $\Delta_1 = 0$ в формуле (II). Далее из коммутируемости следует, что $A_0^\alpha \Delta A_0^{-\beta} = A_0^{\alpha-\beta}\Delta$. Поэтому рассмотрим величину

$$\psi(t,\tau;\omega;\rho) = \|(t-\tau)^\rho A_0^\rho [exp\{-\int_\tau^t A(\omega\xi)d\xi\} - exp\{-(t-\tau)A_*\}]\|_{E\to E}, \tag{26}$$

$0 \leqslant \rho \leqslant 1, 0 \leqslant \tau \leqslant t \leqslant \tau+1, \omega \geqslant 0$. Покажем, что существует такое ε_0, что при любом $\tau \geqslant 0$

$$\liminf_{\omega\to+\infty} \sup_{\tau\leqslant t\leqslant\tau+1} \psi(t,\tau;\omega,\rho) \geqslant \varepsilon_0. \tag{27}$$

Пусть сначала $\tau = 0$. Поскольку $\varphi(t)$ — не константа, существует такое $\tau_1 > 0$, что

$$\frac{1}{\tau_1}\int_0^{\tau_1} \varphi(s)ds \neq \varphi_*. \tag{28}$$

Пусть $\lambda_n \in \sigma(A_0)$, и $Re\lambda_n \to +\infty$ при $n \to +\infty$. Положим $t_n = (Re\lambda_n)^{-1}$. Можно считать, что $0 < t_n \leqslant 1$. Числа ω_n определим из условия $\tau_1 = \omega_n t_n$. Тогда $\omega_n = \tau_1/t_n = \tau_1(Re\lambda_n) \to +\infty$ при $n \to +\infty$. В силу леммы 4 и (28) имеет место неравенство

$$\psi(t_n,0;\omega_n,\rho) \geqslant |(t_n Re\lambda_n)^\rho [exp\{-\int_0^{t_n}\varphi(\omega\xi)d\xi Re\lambda_n\} -$$

$$-exp\{-t_n\varphi_* Re\lambda_n\}]| = |exp\{-\frac{1}{\tau_1}\int_0^{\tau_1}\varphi(s)ds\} - exp\{-\varphi_*\}| > 0.$$

Таким образом, (27) в случае $\tau = 0$ доказано. Пусть теперь $\tau > 0$. По определению существует такая последовательность $\tau_n \to +\infty$, что $\varphi(\tau_n) \to \bar\varphi$ при $n \to +\infty$. Поэтому можно считать, что

$$\varphi(\tau_n) - \varphi_* \geqslant 2b = \frac{1}{2}[\bar\varphi - \varphi_*] > 0.$$

Так как $\varphi(s)$ непрерывна, то существуют такие числа δ_n, что $\varphi(s) - \varphi_* \geqslant b$ для $s \in [\tau_n, \tau_n + \delta_n]$. Положим $\omega_n = \tau_n/\tau$, и, таким образом, $\omega_n \to +\infty$ при $n \to +\infty$. Так как $Re\lambda_n \to +\infty$ при $n \to +\infty$, то можно считать, что $\omega_n/Re\lambda_n \leqslant \delta_n$. Положим $t_n = \tau + (Re\lambda_n)^{-1}$. Тогда $(t_n - \tau)Re\lambda_n = 1$, и можно считать, что $t_n \in [\tau, \tau+1]$. Далее

$$\int_{\tau}^{t_n} \varphi(\omega_n \xi)d\xi \, Re\lambda_n = \frac{Re\lambda_n}{\omega_n}\int_{\omega_n\tau}^{\omega_n t_n}\varphi(s)ds \geqslant Re\lambda_n(t_n-\tau)(\varphi_*+b) = \varphi_* + b, \quad (29)$$

так как $\omega_n t_n - \omega_n\tau = \omega_n(Re\lambda_n)^{-1} \leqslant \delta_n$. В силу леммы 4 и (29) имеет место неравенство

$$\psi(t_n,\tau;\omega_n,\rho) \geqslant \left|[Re\lambda_n(t_n-\tau)]^{\rho}[exp\{-\int_{\tau}^{t_n}\varphi(\omega_n\xi)d\xi Re\lambda_n\} - \right.$$
$$\left. - exp\{-(t_n-\tau)Re\lambda_n\varphi^*\}]\right| \geqslant |exp\{-\varphi_*\} -$$
$$-exp\{-\varphi_*-b\}| > 0.$$

Таким образом, (27) доказано и в случае $\tau > 0$.

Итак, установлено, что в случае неограниченных операторов норма $|t-\tau|^{\alpha-\beta}\|A_0^{\alpha}\Delta A_0^{-\beta}\|_{E\to E}$ при $\alpha \geqslant \beta$, может, вообще говоря, не стремиться к нулю при $\omega \to +\infty$, равномерно относительно t и τ. Оказывается, такое стремление к нулю есть, если рассматривать не сходимость по норме операторов, а сильную сходимость.

Т е о р е м а 2. Пусть $0 \leqslant \beta \leqslant \alpha \leqslant 1$ и $v_0 \in D(A_{0-}^{\beta})$. Тогда для любых $T>0$ и $\delta>0$ существует такое $\omega_0 = \omega_0(T,\delta) \geqslant 0$, что при всех $\omega \geqslant \omega_0$ и $\tau \leqslant t \leqslant \tau+T$, $\tau \geqslant 0$ справедлива оценка

$$|t-\tau|^{\alpha-\beta}\|A_0^{\alpha}\Delta v_0\|_E \leqslant \delta. \quad (30)$$

Доказательство. В силу леммы I достаточно установить оценку

$$|t-\tau|^{\alpha-\beta}\|A_0^{\alpha}\Delta_2 v_0\|_E \leqslant \delta_1 \quad (31)$$

для $\omega \geqslant \omega_1(T,\delta_1)$. Из оценки (I4) следует

$$|t-\tau|^{\alpha-\beta}\|A_0^{\alpha}\Delta_2 z\|_E \leqslant M\|A_0^{\beta} z\|_E \quad (32)$$

для любого $z \in D(A_0^{\beta})$. Пусть $\beta < 1$. Существует такая последовательность $v_{0n} \in D$, что $\|A_0^{\beta}(v_0 - v_{0n}\|_E \to 0$ при $n \to +\infty$. Тогда, в силу (32) будем иметь

$$|t-\tau|^{\alpha-\beta}\|A_0^{\alpha}\Delta_2 v_0\|_E \leqslant M\|A_0^{\beta}(v_0-v_{0n})\|_E +$$
$$+|t-\tau|^{\alpha-\beta}\|A_0^{\alpha}\Delta_2 A_0^{-1}\|_{E\to E}\|A_0 v_{0n}\|_E. \quad (33)$$

Выберем n настолько большим, чтобы было выполнено неравенство $M\|A_0^{\beta}(v_0-v_{0n})\|_E \leqslant \delta_1/2$ и зафиксируем это $\bar n = \bar n(\delta_1/2)$. Так как либо $\alpha < 1$, либо $\alpha > \beta$, то из теоремы I вытекает существование такого $\omega_2[T, \|A_0 v_{0\bar n}\|_E^{-1}\delta_1/2]$, что при $\omega \geqslant \omega_2$ будет выполнено неравенство $|t-\tau|^{\alpha-\beta}\|A_0^{\alpha}\Delta_2 A_0^{-1}\|_{E\to E}\cdot\|A_0 v_{0\bar n}\|_E \leqslant \delta_1/2$.

Отсюда и из (33) следует неравенство (31), если положить $\omega_1(T,\sigma_1)=\omega_2$. Пусть теперь $\beta=1$. Тогда и $\alpha=1$. Так как $D(A_0)=D(A_*)=D$, то можно положить $A_0=A_*$. Наконец, оценка (32) показывает, что оценку (31) достаточно установить для элементов v_0 из некоторого плотного в D множества, например, для $v_0\in D(A_*^2)$. Из теоремы 1 вытекает оценка

$$\|A_*\Delta_2 v_0\|_E\leqslant\|A_*\Delta_2 A_*^{-1}\|_{E\to E}\cdot\|A_* v_0\|_E\leqslant\sigma_1[|t-\tau|^{-\eta_1}+1], \tag{34}$$

если $\eta_1>0$ и $\omega\geqslant\omega_3(T,\sigma_1\|A_* v_0\|_E^{-1})$. Далее воспользуемся тождеством

$$A_*\Delta_2 v_0=\Delta_2 A_* v_0+[A_*\exp\{-(t-\tau)C_\omega\}-\exp\{-(t-\tau)C_\omega\}A_*]v_0. \tag{35}$$

из оценки (14) следует $(\alpha=0,\beta=1)$ неравенство

$$\|\Delta_2 A_* v_0\|_E\leqslant|t-\tau|M\|A_*^2 v_0\|_E. \tag{36}$$

Для оценки второго слагаемого в правой части тождества (35) нужно воспользоваться формулой Коши-Рисса (см.напр.формулу (20), с помощью которой коммутант оператора A_* с полугруппой выражается через коммутант этого оператора с резольвентой. С помощью первой из оценок (7) устанавливается оценка

$$\|[A_*\exp\{-(t-\tau)C_\omega\}-\exp\{-(t-\tau)C_\omega\}A_*]v_0\|_E\leqslant|t-\tau|^\gamma\|A_* v_0\|_E. \tag{37}$$

Оценки (36) и (37) позволяют оценить норму $\|A_*\Delta_2 v_0\|_E$ при малых значениях $t-\tau$, а оценка (34) - при больших. Этим завершается доказательство теоремы.

5. Рассмотрим более общую, чем (1) задачу Коши

$$v'(t)+A(\omega t)v(t)=F[\omega t,v(t)]\ (t\geqslant0,\omega\geqslant0),\ v(0)=v_0. \tag{38}$$

Пусть выполнены предположения пункта 1, $F(t,v)$ - непрерывна из $[0,+\infty)\times D$ в E; определение решения задачи (38) аналогично определению пункта 1; для его существования необходимо, чтобы $v_0\in D$. Пусть дополнительно $F(t,A_0^{-\alpha_0}z)$ непрерывна из $[0,+\infty)\times E$ в E_η, и при некотором $\alpha_0\in[0,1)$ и удовлетворяет условию Липшица

$$\|F(t,A_0^{-\alpha_0}z_1)-F(t,A_0^{-\alpha_0}z_2)\|_{E_\eta}\leqslant\mathcal{L}\|z_1-z_2\|_E. \tag{39}$$

Тогда задача (38) имеет единственное решение $v_\omega(t)$. Доказательство этого будет приведено в другой работе.

Пусть $F(t,0)\equiv 0$, и выполнено условие усреднения

$$\lim_{N\to+\infty}\left\| \frac{1}{N}\int_{t_0}^{t_0+N} F(s,A_0^{-\alpha_0}z)\,ds\right\|_{E_2}\cdot\|z\|_E^{-1}=0, \tag{40}$$

равномерно относительно $t_0\geqslant 0$ и $z\neq 0$.

Т е о р е м а 3. Для любых $T>0$ и $\sigma>0$ существует такое $\omega_0=\omega_0(T,\sigma)\geqslant 0$, что при всех $\omega\geqslant\omega_0$ справедлива оценка

$$\|v_\omega(t)-v_\infty(t)\|_D\leqslant\sigma,\ 0\leqslant t\leqslant T.$$

Здесь $v_\infty(t)$ – решение усредненной задачи (3).

Доказательство теоремы 3 опирается на теоремы I и 2. Теорема 3 допускает обобщение на случаи, когда условия (39) и (40) выполнены локально в E, когда усредненная задача Коши нелинейна. Наконец, при меньших ограничениях гладкости на v_0 и F справедлив принцип усреднения для обобщенных решений.

Л и т е р а т у р а

I. Герштейн Л.М., Соболевский П.Е. Об одном подходе к исследованию эволюционных уравнений. – ДАН УССР; серия "А", 1980, с. 9-I2.

2. Соболевский Е.П. Принцип усреднения для параболических уравнений с переменными коэффициентами. – Тезисы докладов всесоюзной конференции по асимптотическим методам в теории сингулярно возмущенных уравнений, часть I, Алма-Ата, июнь, I979.

3. Соболевский Е.П. Принцип усреднения для уравнений с переменным главным членом. Деп.в ВИНИТИ, №4315-79, Деп.

4. Красносельский М.А. и др. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М.: Наука, I966.

А.А. Соловьев

К РАСЧЕТУ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ В МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ ИЗМЕНЕНИИ ИХ ПАРАМЕТРОВ

Под переходными процессами (ПП), как правило, понимаются динамические процессы, возникающие в механической системе (МС) под