(Итоги науки и техники ВИНИТИ АН СССР). М., 1982, с.127-231.

6. Гельман Б.Д., Гликлих Ю.Е. Двухточечная краевая задача в геометрической механике с разрывными силами. - ПММ, 1980, т.44, в.3, с.565-569.

7. Lasota A., Opial Z. An approximation theorem for multi-valued mappings. - Podst, sterow., 1971, v. 1., No 1 pp 71-75.

8. Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов, т.3, М.: Наука, 1975.

9. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. Киев, Наукова думка, 1982.

С.В. Дворянинов

ПРИМЕРЫ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ ИМЕЮЩИХ АВТОВОЛНОВЫЕ РЕШЕНИЯ

В литературе отмечается необходимость изучения математических моделей колебательных процессов, учитывающих распределенность колебаний и во времени, и в пространстве [1,2]. Ниже указаны параболические системы вида

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = K\frac{\partial^2 \vec{w}}{\partial x^2} + F(\vec{w}, x),$$

для которых первая краевая задача имеет периодическое по t решение. Так как в уравнения переменная t явно не входит, эти решения можно назвать автоволновыми. Возможность конструкции таких систем была указана проф. М.В.Федорюком.

Рассмотрим систему

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= k_1\frac{\partial^2 u}{\partial x_2} + v + k_1 u \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= k_2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - u - v + \sin x\cdot \operatorname{sgn} v + k_2 v \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

в которой $t \geqslant 0, 0 \leqslant x \leqslant \pi$ и неизвестные скалярные функции $u(x,t), v(x,t)$ удовлетворяют граничным условиям

$$u\big|_{x=0} = u\big|_{x=\pi} = v\big|_{x=0} = v\big|_{x=\pi} = 0. \qquad (2)$$

Теорема. Задача (1),(2) имеет периодическое по t решение.

Действительно, замена

$$u = \sin x \cdot z(t), \quad v = \sin x\, y(t) \qquad (3)$$

сводит задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot z = y \\ \dot y = -z - y + \operatorname{sgn} y, \end{cases}$$

которая имеет единственное периодическое решение ([3], с.249).

Рассмотрим также систему с малым положительным параметром ε

$$\begin{cases} \varepsilon \dfrac{\partial u}{\partial t} = k_1 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u + v + \sin x \cdot \operatorname{sgn} u + k_1 u \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = k_2 \dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} - u + 0{,}01 v + k_2 v \end{cases} \qquad (4)$$

и граничными условиями (2).

Теорема. Задача (4),(2) имеет периодическое по t решение релаксационного характера.

Для доказательства вновь используем замену (3) и получим систему обыкновенных дифференциальных с разрывной правой частью

$$\begin{cases} \varepsilon \dot z = -z + y + \operatorname{sgn} z \\ \dot y = -z + 0{,}01 y, \end{cases}$$

имеющую периодическое решение, которое соответствует релаксационным колебаниям.

Литература

1. Задачи Н.Х.Розова.- УМН, 1982, т.37, в.6, с.283-284.
2. Розов Н.Х. Колебания в автоволновой системе Ван-дер-Поля.- Тезисы республиканской научной конференции по уравнениям математической физики. Душанбе, 1983, с.88-90.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1970.