

РАЦИОНАЛЬНОЕ НАХОЖДЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК

Аверьянова Ирина Геннадьевна, студент воронежского государственного педагогического университета;

Лосева Анастасия Валентиновна, студент воронежского государственного педагогического университета;

Покорная Илана Юльевна, доцент кафедры высшей математики воронежского государственного педагогического университета.

В работе рассматриваются два способа нахождения центра масс системы материальных точек, которые попарно симметричны относительно оси симметрии. Выводится наиболее рациональный способ решения заданной задачи.

Ключевые слова: центр масс, материальные точки, фигура, симметрия, ось симметрии.

RATIONAL FINDING OF THE CENTER OF MASS OF A SYSTEM OF MATERIAL POINTS

Averyanova Irina Gennadievna, student of the Voronezh State Pedagogical University;

Loseva Anastasia Valentinovna, student of the Voronezh State Pedagogical University;

Pokornaya Ilana Yulievna, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Voronezh State Pedagogical University.

The paper considers two methods for finding the center of mass of a system of material points that are pairwise symmetrical about the axis of symmetry. The most rational way of solving the given problem is deduced.

Keywords: center of mass, material points, figure, symmetry, axis of symmetry.

Существование разнообразных способов нахождения центра масс различных фигур дает возможность найти более рациональный и удобный

для заданной задачи алгоритм решения. Выбор способа во многом зависит от предложенных задач.

Представим систему, состоящую из двух точек A и B , к которым прикреплены грузы различной массы m_1 и m_2 . Пусть эти точки соединены между собой стержнем, на котором есть точка Z , являющаяся центром масс, тогда равенство $m_1 d_1 = m_2 d_2$ можно записать в виде: $m_1 |\vec{ZA}| = m_2 |\vec{ZB}|$, по свойству длины вектора имеем $|m_1 \vec{ZA}| = |m_2 \vec{ZB}|$. Следует учесть, что вектор \vec{ZA} и вектор \vec{ZB} противоположно направлены, тогда получим выражение $m_1 \vec{ZA} = -m_2 \vec{ZB}$ [1]. Перенесем все в левую сторону:

$$m_1 \vec{ZA} + m_2 \vec{ZB} = \vec{0} \quad (1)$$

Итак, центром масс двух материальных точек $m_1 A$ и $m_2 B$ должна быть такая точка Z , для которой будет справедливо равенство (1). Рассмотрим рациональный способ нахождения центра масс материальных точек одинаковой массы, которые симметричны друг другу.

Задача. Найти центр масс системы материальных точек, которые находятся симметрично относительно оси l (рис. 1).

Решение.

Пусть S_1 - центр масс системы, состоящей из точек A и B с массами 1 гр. Так как масса точек одинакова, то центр масс будет находиться на середине отрезка AB . Далее по формуле (1) находим центр масс S_2 между следующей материальной точкой E и найденным центром масс S_1 , получим пропорцию:

$$\frac{|S_2 S_1|}{|S_2 E|} = \frac{2}{1},$$

где $|S_2 S_1|, |S_2 E|$ - это длины отрезков

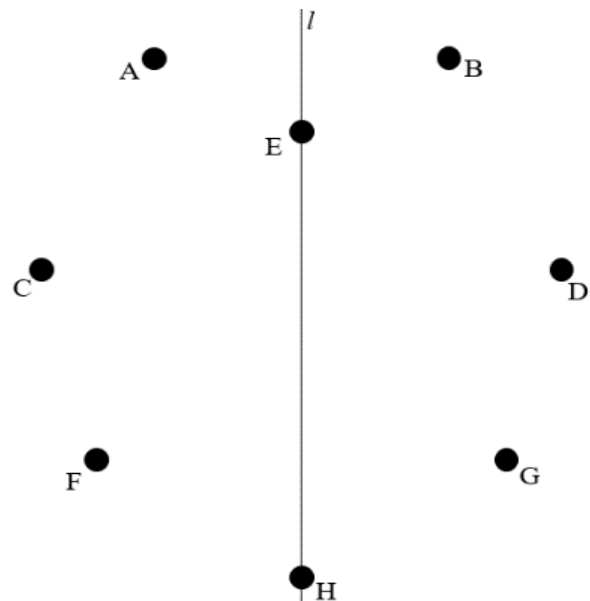


Рис. 1. Система материальных точек.

S_2S_1 и S_2E . И так далее, пока не переберем все точки. Данный способ содержит в себе большое количество вычислений, поэтому его использование не рационально в заданной задаче.

В случае симметрии центр масс системы материальных точек будет находиться на оси симметрии [2]. Но как его рациональнее найти рассмотрим далее. Пусть S – центр масс всей системы материальных точек. Для начала найдем центры масс S_1, S_2, S_3 между точками $A, B; C, D; F, G$, симметричными оси l . Масса точек одинакова, следовательно, центры масс будут находиться в середине отрезка, соединяющего данные точки. А так как точки находятся равноудаленно от оси l , то середина отрезка будет находиться на оси симметрии (рис. 2).

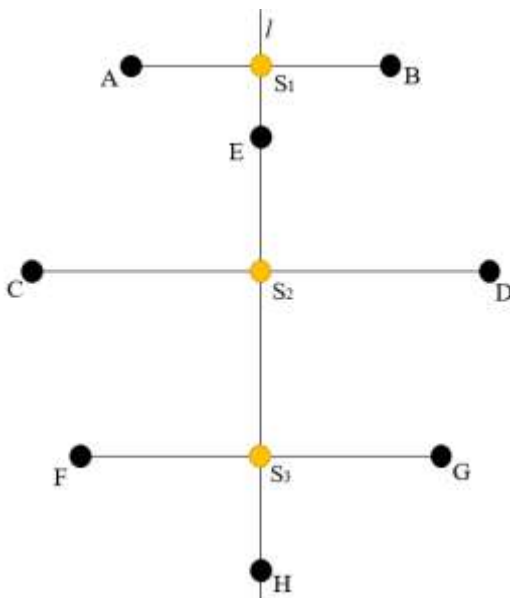


Рис. 2. Центры массы симметричных точек.

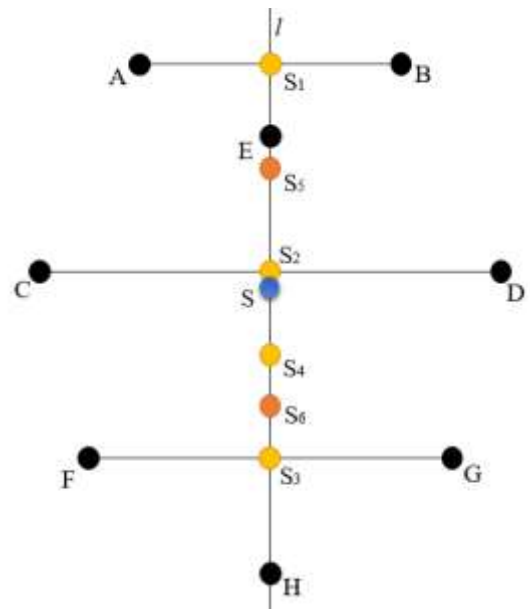


Рис. 3. Центр масс системы материальных точек.

Находим теперь центр масс между точками, лежащими на оси симметрии, он будет расположен на середине отрезка EH в точке S_4 . В найденных центрах масс сосредоточено одинаковое количество точек, поэтому центры масс S_5, S_6 между этими точками будет снова находиться на середине отрезков S_1S_2 и S_4S_3 .

Чтобы найти центр масс системы материальных точек S , осталось найти центр масс между точками S_5 и S_6 . Так как в данных точках сосредоточена одинаковая масса, то центр масс будет находиться снова на середине отрезка S_5S_6 (рис. 3).

Данный способ позволяет намного быстрее найти центр масс системы материальных точек симметричных друг другу без пропорций и сложных вычислений. Поэтому его использование рационально при решении задач данного типа.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Балк М.Б. Геометрические приложения понятия о центре тяжести. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - 230 с.
2. Лосева А. В. Нахождение центра масс в задачах различных типов/ А. В. Лосева, И. Г. Аверьянова, И. Ю. Покорная // XXIV Всероссийская студенческая научно-практическая конференция Нижневартковского государственного университета. Часть 2. – Нижневартовск: НВГУ, 2022. С. 87-91.