



Рис. 3. Распределение осевой газовой силы, действующей на каждую из 78 рабочих лопаток

2. Изменение числа сопловых аппаратов второй ступени с  $z=48$  на  $z=47$  влияния на эффективность работы ступени не оказывает.

3. Для решения о возможности включения СА2 с разношагицей в материальную

часть турбины двигателя ГТД-110М кроме газодинамического необходим прочностной расчёт для оценки влияния дополнительной силы, возникающей с частотой 50 Гц, на напряжённо - деформированное состояние ротора.

УДК 534.283:519.6:534.222.1

## ВЛИЯНИЕ СВОЙСТВ ТВЁРДОЙ ФАЗЫ НА ПАРАМЕТРЫ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ГАЗОВЗВЕСИ

©2016 Д.А. Тукмаков

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, г. Казань

### INFLUENCE OF PARAMETERS OF A FIRM PHASE ON PARAMETERS OF A SHOCK WAVE IN A GAS-SUSPENSION

Tukmakov D.A. (Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Kazan, Russian Federation)

*In work on the basis of the numerical and theoretical solution of the equations of the movement of multiphase environments the model of dynamics of a gas-suspension and drift of a disperse phase in the nonlinear wave fields generated in the acoustic resonator – the closed pipe is received. And also the mathematical model of dynamics of a suspension of particles with a multicomponent disperse phase is developed.*

Многие современные промышленные технологии создаются с учётом эффектов, обнаруженных в динамике гетерогенных систем [1-9]. В связи с этим задача исследования нестационарных волновых процессов в многофазных средах представляет собой одну из наиболее актуальных фундаментальных проблем механики жидкости и газа. При этом изучение нестационарных течений аэрозолей методами математического моделирования востребовано в связи с тем, что до сих пор

многие явления и процессы в волновой динамике гетерогенных систем недоступны для экспериментального изучения.

В данной работе изучается динамика моно и полидисперсного аэрозоля в волновых полях. В качестве несущей среды рассматривается сжимаемый газ, движение которого описывается системой уравнений Навье-Стокса [1-3].

В случае осевой симметрии течения система уравнений движения несущей среды выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} &= -\rho_1 v_1 / y, \\
\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}) &= \\
= (\rho_1 u_1 v_1 + \tau_{xy}) / y + \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} - F_x \\
\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2 + p - \tau_{yy}) &= \\
= (-\rho_1 v_1^2 + \tau_{yy}) / y + \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial y} - F_y \\
\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e_1 + p - \tau_{xx}] u_1 - \tau_{xy} v_1 + \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) &+ \\
+ \frac{\partial}{\partial y} \left( [e_1 + p - \tau_{yy}] v_1 - \tau_{xy} u_1 + \lambda \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) &= \\
p = (\gamma - 1) (e_1 - \rho_1 (u_1^2 + v_1^2) / 2), \\
e_1 = \rho_1 I + \rho_1 (u_1^2 + v_1^2) / 2, \\
\tau_{xx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \\
\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{v_1}{y}.
\end{aligned}$$

Здесь  $\rho_1$ ,  $u_1$ ,  $v_1$ ,  $e_1$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  – плотность, составляющие скорости несущей и дисперсной среды, полная энергия, коэффициенты теплопроводности и вязкости несущей среды. Величины  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $Q$  задаются законами межфазного силового взаимодействия и теплообмена.  $I = RT_1 / (\gamma - 1)$  – внутренняя энергия газа. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа  $\lambda$  и тепловой поток за счёт теплообмена между газом и частицей [1,4]:  $Q = 6\alpha_2 Nu \lambda (T_1 - T_2) / (2r)^2$ ,

где  $Nu = 2r\alpha_2^T / \lambda$  – аппроксимация числа Нуссельта [4], здесь и ниже  $n$  – концентрация частиц,  $\alpha_2^T$  коэффициент теплообмена с поверхности частицы дисперсной фазы. Температура несущей среды находится из уравнения:  $T_1 = (\gamma - 1) (e / \rho - 0.5(u^2 + v^2)) / R$ .

Движение дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности твёрдой фракции, уравнениями сохранения составляющих

импульса и уравнением сохранения тепловой энергии:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} &= -\rho_2 v_2 / y, \\
\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 u_2 v_2) &= \\
= -\rho_2 u_2 v_2 / y + F_x - \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x}, \\
\frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 v_2^2) &= \\
= -\rho_2 v_2^2 / y + F_y - \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial y}, \\
\frac{\partial(e_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial y}(e_2 v_2) &= \\
= -e_2 v_2 / y - Q, \\
\rho_2 = \alpha_2 \rho_{20}, \quad e_2 = \rho_2 C_p T_2,
\end{aligned}$$

где  $T_2$ ,  $e_2$ ,  $\rho_2$ ,  $\alpha_2$  – температура дисперсной фазы, внутренняя энергия дисперсной фазы, средняя плотность и объёмное содержание;  $C_{p2}$ ,  $\rho_{20}$  – теплоёмкость и плотность вещества твёрдой фазы. Составляющие силы межфазного взаимодействия  $F_x$  и  $F_y$  задаются следующим образом [1,4]:

$$\begin{aligned}
F_x &= \frac{3}{4} \frac{\alpha_2}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} \cdot \\
&\cdot (u_1 - u_2) + \alpha_2 \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + \\
&+ 0.5 \alpha_2 \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right. \\
&\left. - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right), \\
F_y &= \frac{3}{4} \frac{\alpha_2}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (v_1 - v_2) + \\
&+ \alpha_2 \rho_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + 0.5 \alpha_2 \rho_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + \right. \\
&\left. + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right), \\
C_d &= \frac{24}{Re_{12}} + \frac{4}{Re_{12}^{0.5}} + 0.4, \\
M_{12} &= |\bar{V}_2 - \bar{V}_1| / c, \\
V_1 &= \sqrt{u_1^2 + v_1^2}, \quad V_2 = \sqrt{u_2^2 + v_2^2}.
\end{aligned}$$

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект №15-11-10016).

#### Библиографический список

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. - М.: Наука, 1987. Ч.1. 464 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Дрофа, 2003. 784 с.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. - М.: Наука, 1983. Т.1. 528 с.
4. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. - СПб: Недра, 2003. 284 с.
5. Шокин Ю.И., Яненко Н.Н. Метод дифференциального приближения, применение к

газовой динамике. - Новосибирск: Наука, 1985. 364 с.

6. Стернин, Л.Е. Двухфазные моно – и полидисперсные течения газа с частицами. – М.: Машиностроение, 1980. 176 с.

7. Fletcher C.A., Computation Techniques for Fluid Dynamics. Springer–Verlang: Berlin et al., 1988. 502 p.

8. MacCormak R.W., Lomax H. Numerical solution of compressible viscous flows // Ann Rev. Fluid Mech. 1979. No. 11. P. 289-316.

9. Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. - Новосибирск: Наука, 1990. 247 с.

УДК 534.283:519.6:534.222.1

### ГЕНЕРАЦИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ДИСПЕРСНОСТИ ГАЗОВЗВЕСИ

©2016 Н.А. Тукмакова, В.Г. Тонконог

Казанский национальный исследовательский технический университет  
имени А.Н. Туполева - КАИ

#### PARAMETRIC RESONANCE GENERATION IN ACOUSTIC RESONATOR UNDER CHANGING OF GAS-SUSPENSION DISPERSION

Tukmakova N.A., Tonkonog V.G. (Kazan national research technical university named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan, Russian Federation)

*The coagulating gas-suspension resonance oscillations occurrence in the acoustic resonator at the fixed external influence frequency and amplitude near bearing medium first fundamental frequency is numerically simulated. Change of system oscillation nature with its dispersion variation is shown.*

Существуют технические устройства, в которых изменение свойств рабочей среды в результате внешнего воздействия может сопровождаться возникновением акустического параметрического резонанса [1]. Характеристики механических колебаний в таких системах зависят от скорости потока рабочей смеси, её дисперсности и температуры. В данной работе численно моделируется возникновение резонансных колебаний коагулирующей газовзвеси в акустическом резонаторе при фиксированной частоте и амплитуде внешнего воздействия в окрестности первой собственной частоты несущей среды. Динамика газовзвеси описывается системой уравнений движения многоскоростного мно-

готемпературного континуума с учётом обмена импульсом и энергией между несущей средой и фракциями дисперсной фазы.

Для описания коагуляции частиц различных фракций применяется лагранжева модель Смолуховского, учитывающая парные столкновения и позволяющая учесть обмен массой, импульсом и энергией между фракциями в результате соударения частиц [2]. В работе были рассмотрены два случая – когда частицы разных фаз коагулируют и не коагулируют при каждом столкновении. В качестве акустического резонатора рассматривался плоский прямоугольный канал, один из концов которого представлял собой твёрдую стенку, а в другом находился поршень,