УДК 621.45.022.7

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ГОРЕНИЯ

Солодовников А.В.[1], Одинцов Д.А.[1], Кравцов Е.В.[1], Голубятник В.В.[1], Щеблыкин Д.А.[2]
[1]Филиал Военной академии РВСН им. Петра Великого, г. Серпухов
[2]ФГБОУ ВО «ВГТУ», г. Воронеж, daniilsh.vrn@gmail.com

Ключевые слова: камера, пульсации, уравнение, математическая модель.

Камера пульсирующего горения (КПГ) работает по циклу $V = const$. Особенностью ее функционирования является периодическое горение топлива в автомодельном режиме.

Расчетная схема КПГ, в данной модели, представлена двумя элементами – камерой сгорания (КС) и резонансной трубой (РТ), и рассматривается как контрольный объем, который определяется, втекающей в него, горючей смесью $G_{\text{пр}}$ (кг/с) и истечением через РТ длиной $l_{\text{рт}}$ (м) и площадью проходного сечения $F_{\text{рт}}$ (м^2) продуктов горения $G_{\text{рас}}$ (кг/с).

Введем допущения, считая, что газ идеальный, а газовая постоянная $R = const$, так как она слабо зависит от плотности и температуры, но является различной величиной в зависимости от природы газа [1]. При этом горение смеси происходит мгновенно за пределами КС и догорание в проточной части отсутствует. Внешняя механическая работа не совершается и трением газа о стенки КПГ пренебрегаем. Кроме того, рассмотрим изотермический процесс истечения газа из РТ ($T = const$). Это позволит, согласно [2], разработать линейную математическую модель. В других случая, например, при адиабатном течении газа модель становится не линейной и имеет сложное решение.

В общем виде динамика внутрикамерных процессов в КПГ описывается следующими уравнениями: состояние газа; массового баланса $\frac{dm}{dt}$; прихода горючей смеси $G_{\text{пр}}$; истечения продуктов горения $G_{\text{рас}}$; скорости горения топлива $w_{\text{кс}}$ (м/с):

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \text{ , (1)}$$

где p – давление в камере сгорания, Па; V – объем КПГ, м^3; m – масса газа, кг;

$$\frac{dm}{dt} = G_{\text{пр}} - G_{\text{рас}} \text{ , (2)}$$

где $\frac{dm}{dt}$ – изменение массы в КПГ относительно времени dt;

$$G_{\text{пр}} = G_{\text{кс}} \cdot \cos(\omega \cdot t) = \frac{F_{\text{кс}} \cdot w_{\text{кс}}}{R \cdot T} \cdot p \cdot \cos(\omega \cdot t), \text{ (3)}$$

где ω – угловая частота колебаний, с$^{-1}$; $G_{\text{кс}}$ – расход топлива, кг/с; $F_{\text{кс}}$ – площадь проходного сечения КС, м^2; t – время, с;

$$G_{\text{рас}} = G_{\text{рт}}, \text{ (4)}$$

где $G_{\text{рт}}$ – массовый расход газа через РТ, кг/с;

$w_{\text{кс}} = \text{A} \cdot e^{-\frac{E}{R_0 \cdot T}}$ (при $T = const$, $w_{\text{кс}}$ определяем по уравнению Аррениуса [3]),

где E – энергия активации (для углеводородных топлив $E \approx 40 \cdot 10^3$ кДж/моль); А – предэкспоненциальный множитель; $R_0 \approx 8{,}314$ кДж/(моль·К) – постоянная Больцмана.

После соответствующих преобразований (дифференцирование уравнения состояния с учетом $\frac{dT}{dt} = 0$ и с последующей подстановкой выражений (2), (3) и (4), а также с учетом второго закона Ньютона для $\frac{dG_{\text{рт}}}{dt} = \frac{F_{\text{рт}}}{l_{\text{рт}}} \cdot (p - p_{\text{вых}})$ [4], где $p_{\text{вых}} = p_{\text{атм}} = 10^5$ Па), уравнение (1) может быть представлено в виде:

$$V \cdot \frac{d^2p}{dt^2} - F_{\text{кс}} \cdot w_{\text{кс}} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \frac{dp}{dt} + \left[\frac{F_{\text{рт}}}{l_{\text{рт}}} \cdot R \cdot T + F_{\text{кс}} \cdot w_{\text{кс}} \cdot \omega \cdot sin(\omega \cdot t)\right] \cdot p = \frac{F_{\text{рт}}}{l_{\text{рт}}} \cdot R \cdot T \cdot p_{\text{атм}} \text{ . (5)}$$

Согласно [1] расчетное звуковое давление p налагается на существующее атмосферное. Вычислительная программа, реализующая математическое выражение (5), написана по методике, изложенной в [5], в виде макроса на языке VBA (Бейсик) для Excel, где исходные

данные для проверочного расчета, заимствованные из [6]: *к = 1,2;* $w_{кс}$ *= 1,2 м/с;* $P_{атм}=10^5$ *Па; T=1100 °К;* $\omega = 1507$ c^{-1}, $p_{атм} = 10^5$ Па*;* $V=0{,}00021$ $м^3$*;* $F_{кс}=0{,}00321$ $м^2$*;* $F_{рт}=0{,}000314$ $м^2$*;* $l_{кс}=0{,}064$ *м;* $l_{рт}=0{,}90$ *м.*

Результаты расчета давления от времени $p = f(t)$ показаны на рис. 1.

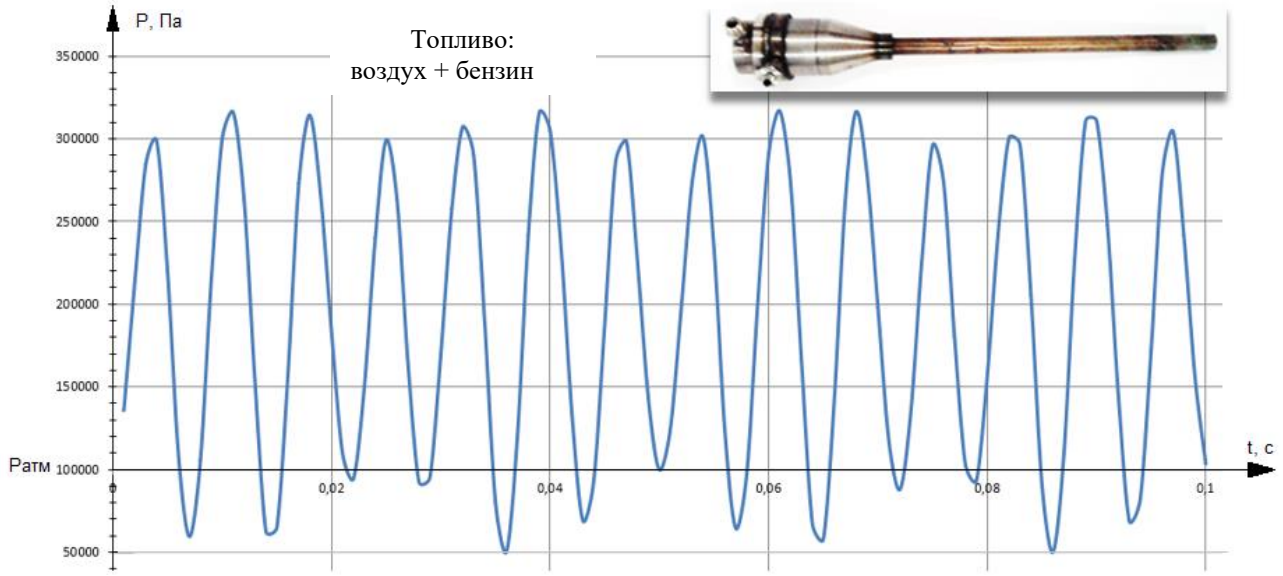

Рис. 1 – Результаты расчета изменения давления в КПГ от времени *t*

Согласно рис. 1, изменение давления в КПГ имеет автоколебательный процесс с разной амплитудой, что связано с погрешностями при вычислении и физических упрощений газодинамических процессов. Полученное математическое выражение (5) хорошо описывает максимальную величину давления в КС равную ≈ (3,0 – 3,1) $\cdot 10^5$ Па (соответствует значению, полученному у других авторов [6]). При этом величина частоты пульсации давления, определяемая по рис. 1 ($f \approx 140$ Гц) достаточно точно соответствует расчетному значению, полученному по известной формуле [6]:

$$f = \frac{a_{рт}}{4 \cdot l_{рт}}, \tag{6}$$

где $a_{рт}$ – скорость звука в РТ.

Расчет по выражению (6), при $a_{рт} = 530$ м/с, $l_{рт} = 0{,}9$ м, дает величину $f \approx 147$ Гц.

Ценность полученного математического выражения (5) заключается в возможности проследить внутрикамерную динамику в процессе работы камеры пульсирующего горения.

На основании аналитической формулы (5) возможен расчет других параметров КПГ, а также компьютерная визуализация внутрикамерных процессов.

Список литературы

1. Кухлинг Х. Справочник по физике. Пер. с нем / Х. Кухлинг. – М.: Мир, 1982. – 520 с.
2. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике / В.С. Зарубин. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 495 с.
3. Шаулов Ю.Х. Горение в жидкостных ракетных двигателях / Ю.Х. Шаулов, М.О. Лернер. – М.: Оборонгиз, 1961. – 194 с.
4. Беляев Е.Н. Чванов В.К., Черваков В.В. Математическое моделирование рабочего процесса жидкостных ракетных двигателей / Е.Н. Беляев, В.К. Чванов, В.В. Черваков. – М.: МАИ, 1999. – 225 с.
5. Майер Р.В. Решение физических задач в электронных таблицах Excel: учебное пособие [Электронное учебное издание на компакт-диске]. – Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2016. – 14,0 Мб.

6. Северенин В.С. Пульсирующее горение, способ интенсификации теплотехнических процессов – диссер., д.т.н 05.14.04: Саратов, 1987. – 431 с.

Сведения об авторах
Солодовников Алексей Витальевич, канд. техн. наук, доцент, подполковник, начальник кафедры. Область научных интересов: рабочий процесс камер сгорания ЖРД.
Одинцов Дмитрий Александрович, преподаватель. Область научных интересов: рабочий процесс камер сгорания ЖРД.
Кравцов Евгений Викторович, подполковник, преподаватель. Область научных интересов: рабочий процесс камер сгорания ЖРД.
Голубятник Вячеслав Васильевич, канд. техн. наук, заместитель начальника отдела. Область научных интересов: экспериментальное исследование камер сгорания и их элементов.
Щеблыкин Даниил Андреевич, аспирант, инженер-конструктор. Область научных интересов: экспериментальное исследование камер сгорания и их элементов.

MATHEMATICAL MODEL FOR CALCULATING THE PRESSURE IN THE PULSING COMBUSTION CHAMBER

© [1]A. V. Solodovnikov, [1]D. A. Odentsov, [1]E. V. Kravcov, [1]V. V. Golubyatnik, [2]D. A. Scheblykin
[1]Branch of the Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great, Serpukhov
[2] Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Voronezh State Technical University"

Keywords: Camera, ripple, equation, mathematical model

A mathematical model for calculating the pressure in the pulsating combustion chamber (V = const) is treated in this paper. The calculation algorithm is given.