

## КРИТЕРИАЛЬНАЯ БАЗА ВИХРЕВОГО ЭФФЕКТА

Пиралишвили Ш.А., Фузеева А.А.

Рыбинская государственная авиационная технологическая академия  
им. П.А. Соловьева, г. Рыбинск

Изучение эффекта энергоразделения продвигается вперед и становится необходимым систематизирование накопленных экспериментальных материалов, что усложняется трудностью аналитического описания происходящих процессов. Попытки создания критериальной базы вихревого эффекта ведутся уже давно, однако, до сих пор эта задача не решена до конца. Были попытки рассмотрения геометрического, кинематического и динамического подобия, открытым остается вопрос о термодинамическом подобии.

Критериальную базу вихревого эффекта записал В.И. Кузнецов в своей работе [1]. Он представил температурную эффективность, как функцию следующих параметров

$$\eta_t = f(\rho, T, \ell, F, p, \omega, \alpha, \bar{\lambda}, \gamma, \mu_i, k, \xi, \mu, Pr, Re, Nu, Gr, \varepsilon, \lambda).$$

Применив  $\pi$  – теорему, В.И. Кузнецов получил следующую зависимость от безразмерных комплексов

$$\eta_t = f\left(\frac{F}{\ell^2}, Eu, Ro, \frac{\omega \ell}{v_\tau}, \frac{\omega \ell}{v_r}, Fr, k, \xi, \mu, Pr, Re, Nu, Gr, \varepsilon, \lambda\right).$$

Данный вывод выполнен не совсем корректно: в критериальную базу включен лишь один геометрический комплекс, в котором не указано, какие конкретно используются длина и площадь; не понятно, по каким параметрам рассчитывать числа подобия; не учтено влияние начальных параметров газа и его термодинамических особенностей.

Ю.В. Чижиковым [2] тоже была рассмотрена проблема подобия в вихревых трубах. Он записал функциональную зависимость в безразмерном виде для параметров, по его мнению, определяющих вихревой эффект следующим образом

$$\Theta_x = f(M, Re, Pr, Eu, k, \lambda, c^*, \mu, \beta^*, L^*, \Delta, \bar{D}_x, \bar{D}_r, p^*).$$

Однако и в этом случае реальность газа учитывается только через коэффициент температурного расширения, а индивидуальные особенности не учитываются.

Целью данной работы является разработка такой критериальной базы, которая наиболее полно характеризовала бы эффект энергетического разделения в вихревой трубе Ранка, и на основе экспериментального материала получить и проанализировать критериальные уравнения.

Математическая модель вихревого эффекта. Процессы, происходящие в камере энергетического разделения вихревой трубы, описываются системой уравнений, состоящей из:

- уравнения энергии

$$\operatorname{div} \left( \rho \bar{v} \left( h + \frac{v^2}{2} \right) - \mu \left[ \operatorname{grad}(v^2) - \bar{v} \times \operatorname{rot} \bar{v} - \frac{2}{3} \bar{v} \operatorname{div} \bar{v} \right] - \lambda \operatorname{grad} T \right) = 0;$$

- уравнения динамики движения вязкого газа

$$\left\{ \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial r} (\operatorname{div} \bar{v}) + \mu \left( \nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right) + \left( 2 \dot{S}_{rr} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \bar{v} \right) \frac{\partial \mu}{\partial r} + 2 \dot{S}_{r\varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial \mu}{\partial \varphi} + 2 \dot{S}_{rz} \frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial r} + \left( \operatorname{div}(\rho v_r \bar{v}) + \operatorname{div}(\rho v_\varphi \bar{v}) - \rho \frac{v_\varphi^2 + v_r^2}{r} \right); \right.$$

$$\left\{ \frac{1}{3} \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\operatorname{div} \bar{v}) + \mu \left( \nabla^2 v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right) + 2 \dot{S}_{r\varphi} \frac{\partial \mu}{\partial r} + \left( 2 \dot{S}_{\varphi\varphi} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \bar{v} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial \mu}{\partial \varphi} + 2 \dot{S}_{\varphi z} \frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \left( \operatorname{div}(\rho v_r \bar{v}) + \operatorname{div}(\rho v_\varphi \bar{v}) + \rho \frac{v_r v_\varphi + v_\varphi v_r}{r} \right); \right.$$

$$\left. \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial z} (\operatorname{div} \bar{v}) + \mu \nabla^2 v_z + 2 \dot{S}_{rz} \frac{\partial \mu}{\partial r} + 2 \dot{S}_{rz} \frac{1}{r} \frac{\partial \mu}{\partial \varphi} + \left( 2 \dot{S}_{zz} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \bar{v} \right) \frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} + \left( \operatorname{div}(\rho v_z \bar{v}) + \operatorname{div}(\rho v_z \bar{v}) \right).$$

- уравнения неразрывности

$$\operatorname{div}(\rho \bar{v}) = 0;$$

- уравнения состояния

$$z = \frac{P}{\rho R T},$$

где  $z = f(\rho) = 1 + B\rho + C\rho^2 + D\rho^3 + \dots$

или  $z = z_{кр} \frac{\pi \omega}{\tau}$ , где  $\pi = \frac{P}{P_{кр}}$ ,  $\omega = \frac{\rho_{кр}}{\rho}$ ,  $\tau = \frac{T}{T_{кр}}$ ;

- зависимости динамической вязкости от температуры и давления

$$\mu = f_\mu(\Theta, \bar{P});$$

- зависимости изобарной теплоемкости от температуры и давления

$$c_p = f_{c_p}(\Theta, \bar{P});$$

- зависимости теплопроводности от температуры и давления

$$\lambda = f_\lambda(\Theta, \bar{P}).$$

В широком диапазоне температур теплопроводность пропорциональна динамической вязкости, а теплоемкость остается практически постоянной, поэтому число Прандтля также остается практически постоянным. Это свойство можно использовать при решении системы.

Критериальная база эффекта энергоразделения. Рассмотрев физико-математическую модель процесса энергетического разделения в вихревой

трубе с соответствующими граничными условиями, получим следующие безразмерные комплексы:

- геометрические

$$\bar{f}_c = \frac{4F_c}{d_1^2}; \bar{f}_\delta = \frac{d_\delta^2}{d_1^2}; \bar{f}_r = \frac{4F_r}{d_1^2}; \bar{\ell} = \frac{\ell}{d_1},$$

где  $F_c$ ,  $F_r$  – площади соплового ввода и выходного отверстия на горячем конце;  $d_1$ ,  $d_\delta$  – диаметры вихревой трубы в сопловом сечении и отверстия диафрагмы;  $\ell$  – длина камеры энергоразделения;

- динамические

$$\mu = \frac{G_x}{G_1}, \mu_r = \frac{G_r}{G_1} - \text{отношения расходов холодного и горячего газов к}$$

входному расходу;  $Re_{d_1} = \frac{4G_1}{\pi\rho_1 d_1 v_1}$  – отношение силы инерции к силе вязко-

сти (число Рейнольдса);  $\pi = \frac{p_1^*}{p_a}$ ,  $\pi_x = \frac{p_x^*}{p_x^*}$ ,  $\pi_r = \frac{p_r^*}{p_r^*}$  – соответственно

отношения полного давления входящего газа к давлению среды, в которую происходит истечение, к давлению на выходе из диафрагмы и к давлению на выходе из горячего конца вихревой трубы;  $\bar{\rho}_x = \frac{\rho_x}{\rho_1}$ ,  $\bar{\rho}_r = \frac{\rho_r}{\rho_1}$  – отноше-

ния плотностей холодного и горячего потоков к плотности входящего газа;  $\pi_0$  – степень расширения в вихре;

- кинематические

$M = \frac{G_1}{\rho_1 F_c \sqrt{kRT_1}}$  – отношение среднерасходной скорости в сопловом вводе к

местной скорости звука (число Маха);  $\bar{v}_r = \frac{v_r}{v_1} = \frac{v_r \rho_1 F_c}{G_1}$ ,  $\bar{v}_\varphi = \frac{v_\varphi}{v_1} = \frac{v_\varphi \rho_1 F_c}{G_1}$ ,

$\bar{v}_z = \frac{v_z}{v_1} = \frac{v_z \rho_1 F_c}{G_1}$ ,  $\bar{v}_r' = \frac{v_r'}{v_1} = \frac{v_r' \rho_1 F_c}{G_1}$ ,  $\bar{v}_\varphi' = \frac{v_\varphi'}{v_1} = \frac{v_\varphi' \rho_1 F_c}{G_1}$ ,  $\bar{v}_z' = \frac{v_z'}{v_1} = \frac{v_z' \rho_1 F_c}{G_1}$  –

соответственно отношения к среднерасходной скорости в сопловом вводе радиальной, окружной и осевой составляющих скорости и пульсационной скорости;

$Ro = \frac{v_z}{\omega}$  – отношение осевой составляющей скорости к угловой скорости

(критерий Россби);

- термодинамические

$\pi_{кр} = \frac{p_1}{p_{кр}}, \tau_{кр} = \frac{T_1}{T_{кр}}, \omega_{кр} = \frac{\rho_{кр}}{\rho_1}$  - отношение начальных параметров (соответственно давления, температуры, плотности) к критическим;

$z_{кр} = \frac{RT_{кр}\rho_{кр}}{P_{кр}}$  - соотношение параметров в критической точке (критерий Юнга, критический коэффициент);

$k = \frac{c_p}{c_v}$  - соотношение удельных изобарной и изохорной теплоемкостей (показатель адиабаты);

$Pr = \frac{v_1 c_p \rho_1}{\lambda_1}$  - соотношение между толщинами вязкого и теплового пограничными слоями (число Прандтля);

$\Theta_x = \frac{T_x}{T_1}, \Theta_r = \frac{T_r}{T_1}$  - соответственно отношения температуры охлажденно-го и подогретого потоков газа к его начальной температуре;

$Eu$  - отношение сил давления в силе инерции (критерий Эйлера);

$Nu, Fr, Gr$  - критерии Нуссельта, Фруда, Грасгофа.

Разделим все комплексы на определяющие и определяемые. К определяющим комплексам относятся те параметры, которые известны изначально ( $\bar{f}_c, \bar{f}_d, \bar{f}_2, \bar{l}, \pi, M, k$ ), а также числа подобия ( $Eu, Ro, Fr, Pr, Re, Nu, Gr$ ). Тогда можно записать, что относительная температура охлаждения однозначно зависит от следующих параметров

$$\theta_x = f(\bar{f}_c, \bar{f}_d, \bar{f}_2, \bar{l}, \pi, M, k, Eu, Ro, Fr, Pr, Re, Nu, Gr),$$

или температурная эффективность вихревой трубы

$$\eta_t = f(\bar{f}_c, \bar{f}_d, \bar{f}_2, \bar{l}, \pi, M, k, Eu, Ro, Fr, Pr, Re, Nu, Gr).$$

Критерий Фруда  $Fr$  является функцией массовых сил, которыми в газовой динамике пренебрегают ввиду их малости по сравнению с поверхностными. Поэтому критерий Фруда можно не относить к определяющим.

Критерий Прандтля  $Pr$  является функцией показателя адиабаты  $k$  и так как в числе критериев, определяющих температурную эффективность, есть  $k$ , то число Прандтля можно исключить.

Критерий Грасгофа  $Gr$  учитывают при свободном течении, а так как в вихревой трубе течение всегда вынужденное, следовательно, его можно опустить.

С учетом вышеизложенного, температурную эффективность вихревой трубы определяют следующие безразмерные комплексы:

$$\eta_t = f(\bar{f}_c, \bar{f}_\partial, \bar{f}_z, \bar{l}, \pi, M, k, Ro, Re).$$

Сравнивая полученные результаты с работами [2,3], отметим появление комплексов, учитывающих термодинамические свойства газов

$$\eta_t = f(\bar{f}_c, \bar{f}_\partial, \bar{f}_z, \bar{l}, \pi, M, k, Ro, Re, \pi_{кр}, \tau_{кр}, \omega_{кр}, z_{кр}).$$

Отсюда следует вывод, что для предсказания эффектов энергоразделения для одного газа на основе данных другого необходимо выполнение термодинамического подобия между ними, т.е., кроме всего прочего, должна выполняться принадлежность их к одной группе веществ.

### Проверка работоспособности полученных уравнений

Для обработки результатов экспериментов и представления их в виде зависимостей

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n}$$

была написана программа для ПЭВМ на языке Turbo Pascal, в которой обработка данных происходит с использованием метода наименьших квадратов.

В расчетах использовались данные следующих работ [2-4], имеющие наиболее полное описание необходимых параметров, а также справочные таблицы по свойствам веществ.

Так как зависимость  $\Theta_x = f(\mu)$  при постоянстве остальных параметров имеет ярко выраженный экстремум, то будем искать её в виде произведения

$$\Theta_x = a_0 \mu^{a_1} (1 - \mu)^{a_2},$$

что должно уменьшить погрешность получаемых формул.

После обработки результатов исследований работы вихревой трубы на газах различной физической природы [3] была получена следующая зависимость

$$\Theta_x = 1.2583(1 - \mu)^{-0.126} \mu^{-0.027} \pi_{кр}^{-0.13} \tau_{кр}^{0.083} \omega_{кр}^{-0.01} z_{кр}^{0.54} k^{-0.016} Re_{d_1, T_1}^{-0.0007} Pr^{-0.37}$$

с относительной погрешностью не более 5.03%.

При детальном рассмотрении выяснилось, что наибольшую погрешность вносит гелий. При исключении его из обрабатываемых данных зависимость приняла вид

$$\Theta_x = 0.9703(1 - \mu)^{-0.12} \mu^{-0.032} \pi_{кр}^{-0.005} \tau_{кр}^{0.026} \omega_{кр}^{-0.21} z_{кр}^{-0.37} k^{-0.06} Re_{d_1, T_1}^{-0.02} Pr^{-0.14}$$

с относительной погрешностью не более 1.91%, максимальным отклонением 0.0175, средним отклонением 0.0082. Соотношение справедливо для аргона, водорода, кислорода и воздуха в пределах  $\mu = 0.12 \dots 0.85$ , при начальном давлении 4.5МПа, температуре 330К.

Очевидно, термодинамические свойства гелия сильно отличаются от других веществ в рассматриваемой области, и, для оценки величины возможных энергетических характеристик, необходимо проведение для него дополнительных экспериментов.

Из-за малости количества газов они не были разделены на группы термодинамически подобных веществ, но получена относительно не высокая погрешность, при более тщательном анализе с разбиением веществ на группы вероятнее всего предположить, что погрешность, в получаемых зависимостях, уменьшится.

Опыты проводились при постоянном перепаде давлений  $\pi=6$ , со следующей постоянной геометрией:  $\bar{f}_c = 0.1, \bar{f}_d = 0.25 (\bar{a}_d = 0.5), \bar{\ell} = 9, \alpha = 0$ , с крестовиной на горячем конце  $D = 0.008$  м, также постоянными поддерживались начальные параметры  $P_1 = 4.5$  МПа и  $T_1 = 330$  К, что не дало возможности сравнить исследуемые характеристики при  $\pi_{кр} = idem$ ;  $\tau_{кр} = idem$ . Отсюда следует, что в работе не учитывалось влияние геометрии, перепада давлений  $\pi$ , поэтому этих опытных данных явно не достаточно.

Соотношение расчетной зависимости с экспериментальными точками представлено на рис.1.

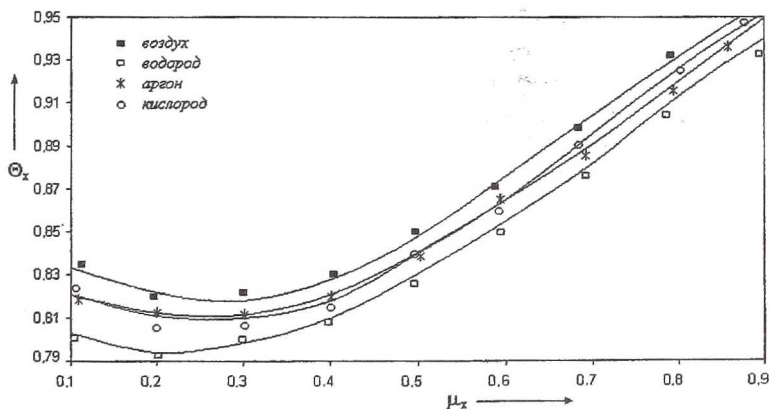


Рис. 1. Сравнение результатов расчета по критериальной зависимости и экспериментальных данных работы [3] для различных газов

Также выполнены расчеты для малоразмерных конических вихревых труб с диаметрами 5, 10, 15 и 20 мм с углом конусности камеры энергетического разделения  $\alpha = 3^0$ , относительным диаметром отверстия диафрагмы  $\bar{a}_d = 0.58$ , относительной длиной камеры энергоразделения

$\bar{l} = 14$ , относительной площадью соплового ввода  
 $\bar{f}_c = 0.183, 0.112, 0.152, 0.111$ . Получена следующая зависимость

$$\theta_x = 0.619(1-\mu)^{-0.083} \mu^{-0.084} \bar{f}_c^{-0.09} d_1^{-0.03} \pi^{-0.04}$$

Диаметр трубы необходимо подставлять в миллиметрах.

Соотношение расчетной зависимости с экспериментальными точками представлено на рис.2.

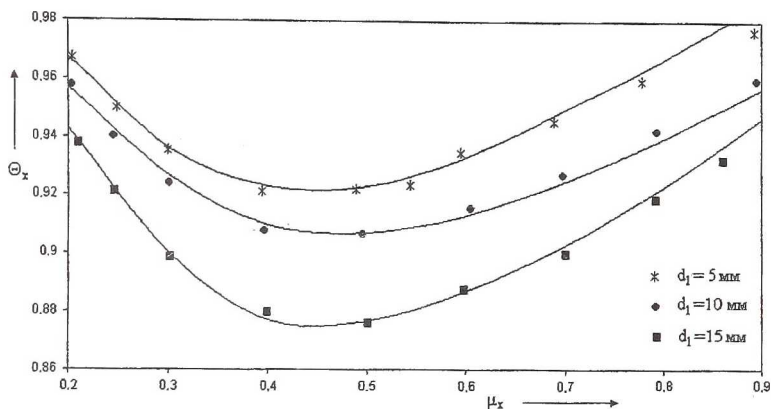


Рис.2. Сравнение результатов расчета по критериальной зависимости и экспериментальных данных работы [4] для труб различного диаметра

Относительная погрешность зависимости не более 2.45%, максимальное отклонение 0.023, среднее отклонение 0.0074, область применения  $\mu = 0.18 \div 0.82$ ,  $\pi = 2 \div 7$ ,  $d_1 = 5 \div 20$  мм,  $\bar{f}_c = 0.111 \div 0.183$ .

#### Заключение.

Экспериментальных данных по вихревому эффекту в литературе приведено огромное количество, однако, более 90% из этого материала не поддается полной обработке из-за нехватки измеряемых параметров. Например, в подавляющем большинстве случаев не указываются расходы газа, геометрия крестовины и т.п. До сих пор остается не изученным вопрос об изменении расходов газа через трубу в зависимости от ее геометрии (площади выходных отверстий, длины, диаметра камеры энергоразделения и т.д.).

Для обработки экспериментальных данных были использованы данные работ, содержащие наиболее полный набор необходимых для расчета параметров. Однако этих данных явно не достаточно, поэтому существует необходимость проведения дополнительных экспериментов для более полного и корректного получения расчетных зависимостей.

## Список литературы

1. Кузнецов В.И. Критериальная база вихревого эффекта Ранка. – В сб.: Вихревой эффект и его применение в технике. – Самара: СГАУ им. С.П. Королева, 1992, с. 29– 32.
2. Чижигов Ю.В. Развитие теории, методов расчета и промышленное использование вихревого эффекта. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998.
3. Кудрявцев В.М., Цыбров А.Ю. Исследование вихревой трубы, работающей на газах различной физической природы. – В сб.: Вихревой эффект и его промышленное применение. – Куйбышев, КуАИ, 1981, с. 129 – 132.
4. Сафонов В.А., Круть А.А., Зильберварг Б.М. Исследование характеристик ряда диффузорных труб. – В сб.: Вихревой эффект и его применение в технике. – Самара: СГАУ им. С.П. Королева, 1992, с. 37– 42.

### **ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КОМПРЕССОРНЫХ ЛОПАТОК ГТД В ЕДИНОМ ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Смирнов Г.В.

Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара

Проектирование технологических процессов изготовления лопаток ГТД является сложной творческой задачей. Качественная технология является, как правило, результатом работы коллектива технологов высокой квалификации, отражает многолетние экспериментальные исследования в области различных методов обработки и способов их реализации в конкретных условиях реализации производства. Поэтому технология является «штучным товаром», трудно поддающимся воспроизведению в изменившихся условиях, особенно в условиях «утечки» специалистов высокой квалификации.

На предприятиях с развивающимся уровнем автоматизации технологических процессов, к которым относится ОАО «Моторостроитель», стратегической задачей в сфере проектирования и реализации сложных технологий является создание в рамках предприятия единого информационного пространства или интегрированной информационной среды, охватывающей все этапы жизненного цикла изделия. Нами была осуществлена реализация фрагмента такой среды на примере проектирования технологии электрохимической размерной обработки профиля пера двух средне-