УДК 517.928

РЕДУКЦИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ ТИПА «РЕАКЦИЯ – ДИФФУЗИЯ»

© Юровских М.С., Тропкина Е.А.

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация

e-mail: mashka2268@gmail.com

В данной работе рассмотрена редукция двухкомпонентной системы типа «реакция – диффузия» [1]. Диффузия – это самопроизвольное перемешивание атомов, ионов, молекул, радикалов в пространстве с неоднородным концентрационным полем, осуществляемое вследствие их теплового движения. В системах, включающих разнородные частицы, диффузия проявляется в стремлении к установлению равновесного распределения концентраций (в частном случае при отсутствии внешних силовых полей происходит выравнивание концентраций). Явление диффузии имеет важные проявления в природе, используется в науке и на производстве.

Дифференциальные уравнения, которые описывают эволюцию количества (концентрации) одного или нескольких веществ как результат двух процессов: взаимодействия между компонентами (реакции) и диффузии, – называются уравнениями «реакция – диффузия». В случае двухкомпонентной системы они имеют вид [2]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial t} = \varepsilon \dfrac{\partial^2 x}{\partial z^2} + \dfrac{\alpha\left(v_0 + x^\gamma\right)}{1 + x^\gamma} - x(1 + y), \\ \dfrac{\partial y}{\partial t} = \dfrac{\varepsilon}{k} \dfrac{\partial^2 x}{\partial z^2} + x(\beta + y) - \delta y, \end{cases} \tag{1}$$

где x, y – безразмерные концентрации реагирующих компонентов, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, v_0$ являются безразмерными положительными параметрами, причем $\beta > 1 и \gamma > 1$.

Сначала система уравнений в частных производных приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial \xi} = p, \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial \xi} = q, \\ \varepsilon \dfrac{\partial p}{\partial \xi} = -cp - \dfrac{\alpha\left(v_0 + \varphi^\gamma\right)}{1 + \varphi^\gamma} + \varphi(1 + \psi), \\ \varepsilon \dfrac{\partial q}{\partial \xi} = -ckq - k\varphi(\beta + \psi) + k\delta\delta. \end{cases} \tag{2}$$

Для понижения размерности системы применяется метод, основанный на геометрической теории сингулярных возмущений. В результате построены медленное интегральное многообразие и уравнение движения на нем. Полученная модель сохраняет все основные свойства качественного поведения исходной системы.

Библиографический список

1. Соболев В.А., Щепакина Е.А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 320 с.

2. Холодниок М., Кубичек М., Марек М. Методы анализа нелинейных динамических моделей. М.: Мир, 1991. 368 с.