

УДК 539.12

## РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ НА СТРУКТУРУ ЯДРА К ДВУХФОТОННЫМ ОБМЕННЫМ ДИАГРАММАМ В ЛЭМБОВСКОМ СДВИГЕ МЮОННОГО ВОДОРОДА

Сорокин В. В., Мартыненко А. П.

Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С. П. Королёва, г. Самара

Изучение простейших атомных систем, состоящих из двух связанных частиц, играет важную роль в современной физике. Физические теории могут быть применены к таким атомам без существенных приближений, а благодаря простой структуре энергетического спектра высока точность экспериментальных данных. Это делает такие системы идеальными объектами для сравнения теории и эксперимента. В последние годы теоретический интерес к тонкой и сверхтонкой структуре уровней простейших атомных систем связан с легкими мюонными атомами – мюонным водородом, мюонным дейтерием и ионами мюонного гелия. Это обусловлено прогрессом, достигнутым экспериментальной коллаборацией CREMA (Charge Radius Experiment with Muonic Atoms) в исследовании таких атомов [1-3]. В этих экспериментах была поставлена важная задача по уточнению значений зарядовых радиусов ядер. Измерение частоты перехода 2S-2P в атомах мюонного водорода и мюонного дейтерия позволило получить новые более точные значения зарядовых радиусов протона  $r_p = 0.84087(39) \text{ фм}$  [1,2] и дейтрона  $r_d = 2.12562(13) \text{ фм}$  [3]. Эксперименты с мюонным водородом и мюонным дейтерием показали наличие серьезного расхождения между новыми экспериментальными значениями зарядовых радиусов и значениями, полученными из экспериментов с электронными атомами. Успешная реализация экспериментальной программы основана на точных теоретических расчетах различных поправок к энергетическим интервалам тонкой и сверхтонкой структуры мюонных атомов. Порядок некоторых теоретических вкладов в энергетические уровни определяется значениями фундаментальных физических констант. Появившееся расхождение зарядовых радиусов требует последовательного анализа различных поправок в спектре энергии, не смотря на то, что оценочная величина некоторых вкладов мала. Особую важность для достижения высокой точности расчета имеют поправки на структуру ядра.

В настоящей работе нами проведен аналитический и численный расчет радиационных поправок на структуру ядра порядка  $\alpha(Z\alpha)^5$  в лэмбовском сдвиге S-состояний в атоме мюонного водорода в рамках квазипотенциального метода в квантовой электродинамике [4-6]. Амплитуда мюон-протонного рассеяния, соответствующая прямым двухфотонным обменным диаграммам с радиационным фотоном в мюонной линии, может быть представлена в следующей форме:

$$M = \frac{-i(Z\alpha)^2}{\pi^2} \int d^4k \left[ \bar{u}(q_1) L_{\mu\nu} u(p_1) \right] D_{\mu\omega}(k) D_{\nu\lambda}(k) \times \left[ \bar{v}(q_2) \Gamma_\omega(k) D(p_2+k) \Gamma_\lambda(k) v(p_2) \right], (1)$$

где  $p_{1,2}$  и  $q_{1,2}$  – четырехимпульсы мюона и протона в начальном и конечном состояниях:

$$p_{1,2} \approx q_{1,2},$$

$L_{\mu\nu}$  – лептонный тензор, имеющий конкретный вид для каждой из рассматриваемых нами радиационных поправок. Вершинный оператор для протона может быть представлен в следующем виде:

$$\Gamma_{\omega}(k) = \gamma_{\omega} F_1(k) - [\gamma_{\omega} \gamma_{\alpha} - \gamma_{\alpha} \gamma_{\omega}] \frac{k_{\alpha}}{4m_2} F_2(k). \quad (2)$$

Выражения для пропагатора протона и фотонного пропагатора в кулоновской калибровке имеют вид:

$$D(p) = \frac{p + m_2}{(p^2 - m_2^2 + i0)}, \quad D_{\lambda\sigma}(k) = \frac{1}{k^2} \left[ g_{\lambda\sigma} + \frac{k_{\lambda} k_{\sigma} - k_0 k_{\lambda} g_{\sigma 0} - k_0 k_{\sigma} g_{\lambda 0}}{\mathbf{k}^2} \right]. \quad (3)$$

С помощью пакета FeynCalc [7] мы провели независимое построение лептонного тензора для поправки на собственную энергию, вершинной поправки и поправки с охватывающим фотоном:

$$L_{\mu\nu}^{se} = -\frac{3\alpha}{4\pi} \gamma_{\mu} (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_{\nu} \int_0^1 \frac{(1-x) dx}{(1-x)m_1^2 + x\mathbf{k}^2}, \quad (4)$$

$$L_{\mu\nu}^{vertex} = 2 \frac{\alpha}{4\pi} \int_0^1 dz \int_0^1 dx \gamma_{\mu} \frac{\hat{p}_1 - \hat{k} + m_1}{(p_1 - k)^2 - m_1^2 + i0} \left[ F_{\nu}^{(1)} + \frac{F_{\nu}^{(2)}}{\Delta} + \frac{F_{\nu}^{(3)}}{\Delta^2} \right], \quad (5)$$

$$F_{\nu}^{(1)} = -6x\gamma_{\nu} \ln \frac{m_1^2 x + \mathbf{k}^2 z(1-xz)}{m_1^2 x}, \quad F_{\nu}^{(3)} = 2x^3(1-x) \hat{Q} (\hat{p}_1 - \hat{k} + m_1) \gamma_{\nu} (\hat{p}_1 + m_1) \hat{Q},$$

$$F_{\nu}^{(2)} = -x^3(2\gamma_{\nu} \hat{Q}^2 - 2\hat{Q} \gamma_{\nu} \hat{Q}) - x^2 [\gamma_{\alpha} \hat{Q} \gamma_{\nu} (\hat{p}_1 + m_1) \gamma_{\alpha} + \gamma_{\alpha} (\hat{p}_1 - \hat{k} + m_1) \gamma_{\nu} \hat{Q} \gamma_{\alpha} + 2\gamma_{\nu} (\hat{p}_1 + m_1) \hat{Q} +$$

$$+ 2\hat{Q} (\hat{p}_1 - \hat{k} + m_1) \gamma_{\nu}] - x(2-x) \gamma_{\alpha} (\hat{p}_1 - \hat{k} + m_1) \gamma_{\nu} (\hat{p}_1 + m_1) \gamma_{\alpha},$$

$$Q = -p_1 + kz, \Delta = x^2 m_1^2 - xz(1-xz)k^2 + 2kp_1 xz(1-x),$$

$$L_{\mu\nu}^{jellyfish} = \frac{\alpha}{4\pi} \int_0^1 dz \int_0^1 dx \left( \frac{F_{\mu\nu}^{(1)}}{\Delta} + \frac{F_{\mu\nu}^{(2)}}{\Delta^2} + \frac{F_{\mu\nu}^{(3)}}{\Delta^3} \right). \quad (6)$$

Тензоры  $F_{\mu\nu}^{(i)}$  представлены в явном виде в [4]. Для радиационных фотонов мы использовали калибровку Фрида-Йенни [8], что позволило получить компактные перенормированные инфракрасно-конечные интегральные выражения для массового оператора мюона, вершинного оператора и оператора с охватывающим фотоном.

Для построения потенциала взаимодействия по амплитудам нами была использована техника проекционных операторов на состояния мюон-протонной пары с определенным спином

$$\Pi = u(p_1) \bar{v}(p_2) = \frac{1}{2\sqrt{2}} (1 + \gamma_0) \varepsilon(\gamma_5) \quad (7)$$

и известное соотношение для лэмбовского сдвига S-уровней в мюонном водороде:

$$V^{Ls} = V(^1S_0) + \frac{3}{4} V^{hfs}, \quad (8)$$

где  $V^{hfs}$  – сверхтонкая часть квазипотенциала,  $V(^1S_0)$  – проекция квазипотенциала на состояние мюон-протонной пары со спином 0. Это позволило использовать для вычисления следа и свертки по лоренцевским индексам систему аналитических расчетов Form [9]. При расчете мы не учитывали отдачу ядра, что существенно упростило вычисления. Без учета эффектов отдачи для знаменателей протонных пропагаторов из прямой и перекрестной двухфотонных обменных диаграмм имеем соотношение:

$$\frac{1}{2m_2 k_0 + i0} + \frac{1}{-2m_2 k_0 + i0} = -\frac{i\pi}{m_2} \delta(k_0), \quad (9)$$

из-за чего интегрирование по петлевому импульсу значительно упрощается. Все рассмотренные нами поправки были получены в виде аналитических интегральных выражений. Интегрирование по одному из фейнмановских параметров для каждой из рассмотренных поправок было выполнено аналитически, по второму фейнмановскому параметру и петлевому импульсу – численно. При вычислении вершинной поправки мы учитывали итерационный член квазипотенциала.

Полученные нами численные значения радиационных поправок на структуру ядра к двухфотонным обменным диаграммам в лэмбовском сдвиге S-состояний мюонного водорода могут рассматриваться как надежная оценка для сравнения с экспериментальными данными коллаборации CREMA.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-02-00554).

#### Библиографический список

1. Pohl, R. The size of the proton [Текст]/ R. Pohl, A. Antognini, F. Nez [et al.] //Nature. – 2010. – V. 466. – Pp. 213-218.
2. Antognini, A. Proton Structure from the Measurement of 2S-2P Transition Frequencies of Muonic Hydrogen [Текст]/ A. Antognini, F. Nez, K. Schuhmann [et al.] //Science. – 2013. – V. 339. – P. 417.
3. Pohl, R. Laser spectroscopy of muonic deuterium [Текст]/ R. Pohl, F. Nez, L.M.P. Fernandes [et al.] //Science. – 2016. – V. 353. – P. 669.
4. Faustov, R. N. Radiative nonrecoil nuclear finite size corrections of order  $\alpha(Z\alpha)^5$  to the hyperfine splitting of S-states in muonic hydrogen [Текст]/ R.N. Faustov, A. P. Martynenko, G. A. Martynenko, V. V. Sorokin //Phys. Lett. B. – 2014. – V. 733. – P. 354.
5. Faustov, R. N. Hyperfine structure of S states in muonic deuterium [Текст]/ R. N. Faustov, A. P. Martynenko, G. A. Martynenko, V. V. Sorokin //Phys. Rev. A. – 2014. – V. 90. – P. 012520.
6. Martynenko, A. P. Proton polarizability and lamb shift in the muonic hydrogen atom [Текст]/ A. P. Martynenko, R. N. Faustov //Physics of Atomic Nuclei. – 2000. – V. 63. – Pp. 845–849.
7. Mertig, R. Feyn Calc - Computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes [Текст]/ R. Mertig, M. Böhm, A. Denner //Comput. Phys. Commun. – 1991. – V. 64. – P. 345.
8. Fried, H. M. New Techniques in the Lamb Shift Calculation [Текст]/ H. M. Fried, D. R. Yennie //Physical Review. – 1958. – V. 112. – P. 1391.
9. Vermaseren, J. A. M. New features of FORM [Электронный ресурс]/ J. A. M. Vermaseren //arXiv:math-ph/0010025 [math-ph].