УДК 535.421

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА САМОПОДОБНЫХ СТРУКТУР

Моссоулина О. А., Хонина С. Н.

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королёва, г. Самара

Некоторые природные явления и материалы имеют отличительные особенности, связанные с самоподобными структурами [1-2]. Одним из распространённых видов самоподобных структур являются фракталы, которые представляют собой геометрическую фигуру [3-4]. Она может быть разделена на несколько части, каждая из которых является уменьшенной копией целой [1]. Это свойства и является самоподобием.

Особый интерес вызывает построение фракталов, с помощью них представляется возможным смоделировать решение задачи передачи сигналов через неоднородную или случайную среду.

В данной работе будет исследоваться пространственный спектр от самоподобной структуры с нестандартным построением.

Одним из наиболее известных двумерных фракталов является ковёр Серпинского, который представляет собой единичный отрезок и образующий элемент, делящий его на три разные части, одну из которых отбрасывает. Алгоритм построение повторяется до заданного уровня [5].

$$E = \bigcap_{i=0}^{n} E_i, \qquad 1)$$

где $E_0 = [0,1] \times [0,1]$ – единичный отрезок, а образующий элемент выглядит следующим образом:

$$E_1 = ([0, a_1] \cup [b_1, 1]) \times ([0, a_2] \cup [b_2, 1]), \qquad 2)$$

где a_1, b_1, a_2 и b_2 – параметры фрактала, задаваемые в диапазоне $(0,1)$, причем $a_1 < b_1, a_1 + b_1 = 1, a_2 < b_2$ и $a_2 + b_2 = 1$.

Однако интерес представляет неравномерной структуры. Поэтому возьмем в качестве параметров следующие значения

$$a_1 = \frac{1}{3}, b_1 = \frac{2}{3}, a_2 = \frac{3}{8}, b_2 = \frac{5}{8}. \qquad 3)$$

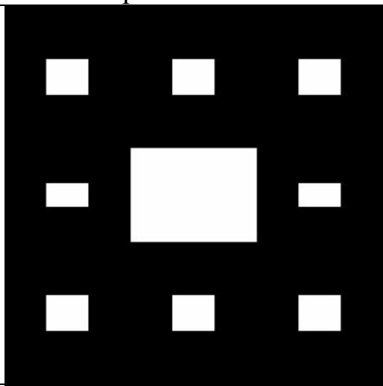
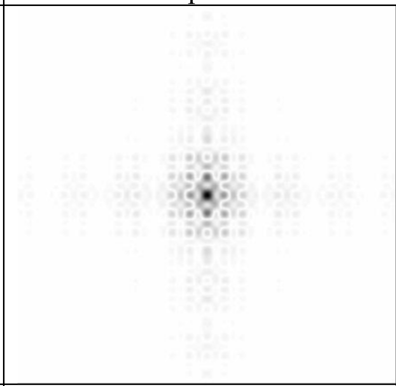
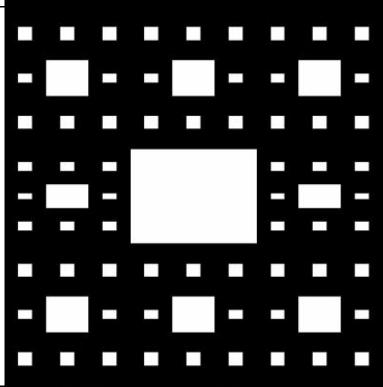
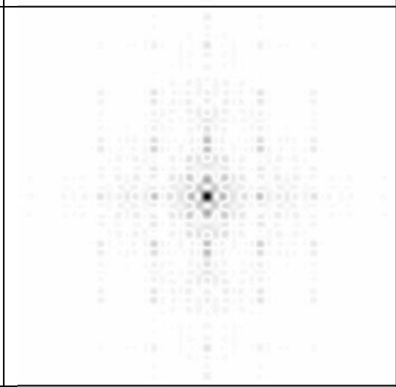
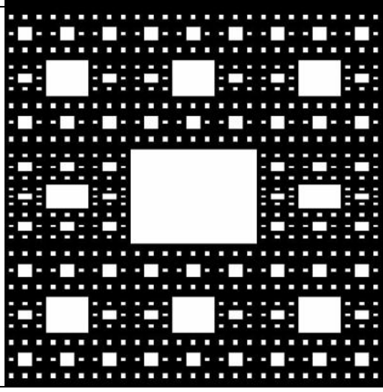
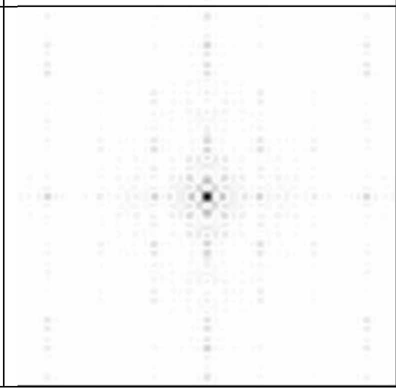
Для анализа пространственного спектра таких структур воспользуемся преобразованием Фурье [5-6]:

$$F(u) = \Im[f(x)] = \int_{R^n} f(x) exp(-2\pi ixu) d^n x, \qquad 4)$$

где $f(x)$ – входная функция, $F(u)$ – полученная выходная функция, $\Im[\cdot]$ – оператор преобразования Фурье.

Как видно из таблицы 1, изменение параметров (3) обеспечивает масштабируемость, то есть мы можем получить пространственный спектр от фрактальной структуры с различными масштабами на разных осях.

Таблица 1. Изменение спектра с ростом итераций

Итерация	Фрактал	Спектр
3		
4		
5		

Библиографический список

1. Mandelbrot, B. B. The Fractal Geometry of Nature / B.B. Mandelbrot. – New York: W. H. Freeman and Company, 1983. – 468 p.

2. Barnsley, M. Fractals Everywhere. Academic / M. Barnsley. – Boston: Mass., 1988. – 534 p.

3. Segev, M. Fractal optics and beyond / M. Segev, M. Soljacic, J. M. Dudley // Nature Photonics. – 2012. – Vol. 6(4). – P. 209-210.

4. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: МИР, 1991. – 254 с.

5. Моссоулина О. А. Расчет пространственного спектра многомерных фракталов с использованием быстрого преобразования Фурье / О. А. Моссоулина – сборник конференции ИТНТ-2017, 2016.

6. Моссоулина О. А. Анализ пространственного спектра фрактальных структур / О. А. Моссоулина – сборник конференции ОТТ-2016, Казань: ООО «16ПРИНТ», 2016., – С. 151-152.