

УДК 517.97

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ ВАКЦИНАЦИИ ПРИ ИНФЕКЦИОННЫХ ЗАБОЛЕВАНИЯХ

© Чернышев С.Д., Щепаккина Е.А.

*Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: chernyshev.st17@gmail.com

Одной из главных задач современной экологии является изучение структуры и функционирования различных природных систем, поиск общих закономерностей в различных процессах, необходимый для агрегации идентичных проблем. На решение данной экологической задачи сильно повлияла математика, обеспечившая экологию универсальными моделями [1].

Неудивительно, что одной из важных проблем математической экологии является проблема устойчивости экосистем, управления этими системами. Управление может рассматриваться с целью перевода системы из одного устойчивого состояния в другое, с целью ее использования или восстановления экосистемы.

В ходе выполнения данной работы была рассмотрена актуальная в наши дни проблема, связанная с распространением инфекционных заболеваний. Нашей задачей являлось рассмотрение различных популяционных моделей в эпидемиологии, анализ методов их исследования. Одними из самых распространенных классов моделей, используемых в различных областях медицины, являются компартментные или многокамерные модели [2]. Обширное распространение компартментных моделей наблюдается среди количественных способов анализа и прогнозирования динамики эпидемий, так как эти модели упрощают математическое моделирование инфекционных заболеваний [3].

В данной работе была исследована SIR-модель, позволяющая рассчитать оптимальную стратегию вакцинации при инфекционных заболеваниях [4]. Рассматривается популяция, в которую будут входить дети нескольких больших школ, расположенных рядом. Используются следующие параметры: коэффициент контакта  $\beta(t)$ , такой что  $\beta(t) > 0$ ; коэффициент вакцинации  $\psi(t)$ , такой что  $\psi(t) > 0$ ; коэффициент прироста населения  $b$ , такой что  $b \geq 0$ ; коэффициент выхода (который скорее связан с выходом из рассматриваемой популяции, чем со смертностью)  $\mu$ , такой что  $\mu \geq 0$ ; коэффициент выздоровления  $\alpha$ , такой что  $\alpha \geq 0$ .

Тогда SIR-модель будет выглядеть:

$$\frac{d}{dt} S = b - \mu S - \psi(t)S - \beta(t)SI, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} I = -\mu I + \beta(t)SI - \alpha I,$$

$$\frac{d}{dt} R = -\mu R + \psi(t)S + \alpha I.$$

Здесь  $S(t)$  (Susceptible) – количество восприимчивых особей в популяции в момент времени  $t$ , то есть особей, которые могут заразиться болезнью;  $I(t)$  (Infectious) – количество особей в популяции в момент времени  $t$ , которые были заражены болезнью, и могут распространять болезнь среди тех, кто находится в восприимчивой категории  $S(t)$ ;  $R(t)$  (Recovered) – количество восстановленных особей в популяции в момент времени  $t$ , то есть особей, которые обладают иммунитетом к болезни и не могут передать ее восприимчивой категории  $S(t)$ .

Предполагается, что после введения нескольких доз вакцины неинфицированный будет устойчив к повторным вспышкам заболевания. Кроме того, вакцинация нацелена только на

восприимчивую часть населения. Общая численность популяции  $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$  выражается дифференциальным уравнением:

$$\frac{dN(t)}{dt} = b - \mu N(t). \quad (2)$$

В данной работе задача определения оптимальной стратегии вакцинации при инфекционных заболеваниях на основе динамической модели (1) решалась качественными методами теории дифференциальных уравнений. Результаты данного исследования были подтверждены численными экспериментами.

### Библиографический список

1. Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 368 с.
2. Blower S.M., Small P.M., Hopewell P.C. Control strategies for tuberculosis epidemics: new models for old problems // Science. 1996. Vol. 273, Issue 5274. P. 497–500.
3. Tildesley M.J., Probert W.J.M., Woolhouse M.E.J. Mathematical models of the epidemiology and control of foot-and-mouth disease // Foot-and-Mouth Disease Virus: Current Research and Emerging Trends (F. Sobrino and E. Domingo, eds.). Poole: Caister Academic Press, 2017. P. 385–408.
4. Owuor O., Johannes M. and Kibet M. Optimal vaccination strategies in an SIR epidemic model with time scales // Applied Mathematics. Vol. 4, Issue 10B. P. 1–14.