УДК 519.174.1

МЕТОДЫ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ВЕРШИН РАЗМЕЧЕННОГО ГРАФА

Щербаков М. С., Котенко А. П.

Самарский государственный технический университет, г. Самара

Рассмотрим задачу объединения вершин $v_i \in V$, $i \in \overline{1,n}$, $n := |V| < \infty$, неориентированного графа $G(V,R)$ без петель с рёбрами $r_i \in R$, $i \in \overline{1,m}$, $m := |R| < \infty$, веса $|r_i| \geq 0$ в кластеры $U_i \subset V$, $i \in \overline{1,k}$, $k<\infty$ по признаку минимальности расстояния $\rho(v,u_i)$ до размещённых в вершинах графа G центрах кластеров $u_i \sim U_i$, $u_i \in V$. Допускается, что кластеры могут пересекаться, но не могут быть подмножествами один другого. Таким образом, набор кластеров $\{U_i : i \in \overline{1,k}\}$ накрывает множество вершин V, хотя может не быть его разбиением. Поэтому число кластеров k может оказаться как не меньше, так и не больше числа вершин n. Метрику $\rho(v_i,v_j)$ между вершинами $v_i, v_j \in V$ (быть может за исключением аксиомы отделимости) определим минимумом сумм весов рёбер пути, соединяющего эти вершины. Наличие аксиомы отделимости эквивалентно отсутствию рёбер нулевого веса. Очевидно, что, возможно, не единственная вершина $u_i \in V$, определяющая центр $u_i \sim U_i$ заданного кластера U_i, всегда существует и принадлежит этому кластеру: $u_i \in U_i$. Введённый признак принадлежности кластерам на компонентах связности графа G назовём согласованным с метрикой (ρ,V). Сформулируем обратную задачу: присвоить рёбрам $r \in R$ неориентированного конечного графа $G(V,R)$ с заданным набором кластеров числовые неотрицательные веса $|r| \geq 0$, порождающие согласованную метрику (ρ,V). Её тривиальное решение: присвоить нулевые веса рёбрам $r := (v_i, v_j) \in R$, инцидентным вершинам одного кластера $v_i, v_j \in U_k$, и единичные веса – остальным рёбрам. Тривиальное решение порождает метрику (ρ,V) без аксиомы отделимости (если хотя бы один кластер содержит более одной вершины), в которой исходные кластеры состоят из вершин, разделённых нулевыми расстояниями, а расстояние от каждой вершины до любой вершины чужого кластера больше нуля. Возможно нетривиальное решение обратной задачи с согласованной метрикой (ρ,V), обладающей аксиомой отделимости: достаточно приписать рёбрам, инцидентным вершинам одного кластера, достаточно малые ненулевые, а остальным рёбрам – достаточно большие веса. Точные границы этих весов имеют достаточно громоздкое описание. Таким образом, кластерное представление множества вершин конечного графа эквивалентно подбору неотрицательных весов рёбер, порождающих согласованную метрику (ρ,V). В качестве конструктивного приёма построения согласованной метрики предложим матричный алгоритм [1].

Библиографический список

1. Котенко А. П. Матричный алгоритм Беллмана-Мура // Управление организационно-экономическими системами. Вып.10. – Самара: Изд-во Самарского гос. аэрокосм. ун-та, 2013. – С.33-37.