

УДК 517.928

МЕТОД ИНВАРИАНТНЫХ МНОГООБРАЗИЙ В МОДЕЛИ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ

© Рифферт Н.Г., Щепаккина Е.А.

e-mail: riffert.nadya@mail.ru

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва, г. Самара, Российская Федерация*

Представленная работа посвящена исследованию модели, описывающая взаимодействие трех популяций «хищник – две жертвы» с учетом так называемого «механизма переключения» популяции хищника с одного вида добычи на другой вид [1]. Данная модель описывается следующей системой уравнений [2]:

$$\begin{aligned}\frac{dp_1}{dt} &= \dot{p}_1 = g_1(p_1, p_2, z, q) = r_1 p_1 - q p_1 z, \\ \frac{dp_2}{dt} &= \dot{p}_2 = g_2(p_1, p_2, z, q) = r_2 p_2 - (1 - q) p_2 z, \\ \frac{dz}{dt} &= \dot{z} = g_3(p_1, p_2, z, q) = e q p_1 z + e(1 - q) q_2 p_2 z - m z, \\ \varepsilon \frac{dq}{dt} &= \dot{q} = f(p_1, p_2, q) = q(1 - q) V e (p_1 - q_2 p_2).\end{aligned}$$

Здесь p_1 и p_2 – численности популяции первого и второго вида жертв, соответственно; z – численность популяции хищника, питающегося двумя видами жертв p_1 и p_2 ; r_1 и r_2 – скорости размножения популяций первого и второго вида жертв в отсутствие хищника, соответственно; m – естественная смертность хищника; e – коэффициент переработки потребленной хищником биомассы жертвы в собственную биомассу; q – величина, характеризующая желание хищника поглотить жертву, его аппетит; q_2 – параметр, который представляет степень предпочтения хищником добычи p_2 , $q_2 \in [0; 1]$; ε – малый положительный параметр; V – безразмерная константа, часть аддитивного члена генетической дисперсии.

Так называемый «механизм переключения» хищника с одного вида добычи на другой вид описывается четвертым уравнением моделирующей системы. Предполагается, что скорость «переключения» хищника с одного вида добычи на другой значительно больше, чем скорость изменения численности популяций. Об этом свидетельствует наличие малого положительного параметра ε , стоящего при производной q . Таким образом, моделирующая система является сингулярно возмущенной, поэтому для её исследования были применены методы геометрической теории сингулярных возмущений [3].

Было исследовано нулевое приближение медленного инвариантного многообразия системы, так называемой медленной поверхности. Установлено, что медленная поверхность состоит из трех листов, которые одновременно являются точными инвариантными многообразиями системы. Исследована динамика решений на этих точных многообразиях системы. Показано, что система имеет двухпараметрическое семейство периодических решений для достаточно большого разделения временных рамок между эволюционной и экологической динамикой. Для обоснования этого факта применяется техника траекторий-уток – одномерных инвариантных многообразий со сменой устойчивости [3-5]. Построена траектория-утка и найдено соответствующее

значение бифуркационного параметра в виде асимптотических разложений по целым степеням малого параметра. Результаты численного эксперимента хорошо согласуются с результатами качественного исследования.

Библиографический список

1. Ризниченко, Г. Ю. Лекции по математическим моделям в биологии [Текст]/ Г. Ю. Ризниченко. – М.: Изд-во РХД, 2011. – 560 с.
2. Piltzy, S. H. A predator – 2 prey fast-slow dynamical system for rapid predator evolution [Text]/ S. H. Piltzy, F. Veermanz, P. K. Maini, M. A. Porter. SIAM J. Applied Dynamical Systems – 2017. – Vol. 16, No. 1. – P. 54-90.
3. Соболев, В. А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетике [Текст]/ В. А. Соболев, Е.А. Щепаккина. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 320 с.
4. Щепаккина, Е. А. Интегральные поверхности со сменой устойчивости и траектории-утки [Текст]/ Е. А. Щепаккина, В. А. Соболев. Известия РАЕН. Математика. Математическое моделирование. Информатика и управление. –1997. –Т. 1, № 3. – С. 151–175.
5. Щепаккина, Е. А. Интегральные многообразия со сменой устойчивости: учеб. пособие [Текст]/ Е. А. Щепаккина, Е. В. Щетинина; под редакцией В. А. Соболева. – Самара: Изд-во «Универс групп», 2009. – 228 с.