

УДК 517.51

ЛЕМНИСКАТА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

© Такуова Т.Ю., Тлеккали С.А., Любимов В.В.

e-mail: filissi_albert@iCloud.com

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва, г. Самара, Российская Федерация*

Известно, что в древней Греции «лемниской» назывался бант, которым прикреплялся венок к голове победителя спортивных игр. Уравнение лемнискаты впервые было опубликовано Якобом Бернулли в статье под названием «*Curvatura Laminae Elasticae*» в 1694 году. Якоб Бернулли назвал эту данную кривую *lemniscus*. Ему не было известно, что четырнадцатью годами ранее Джованни Кассини уже исследовал более общий случай этой кривой. Представление лемнискаты в виде квадратуры впервые была получено Джулио-Карло Фаньяно в 1718 году в статье «*Metodo per misurare la lemniscata*». Таким образом, было положено начало изучению эллиптических интегралов, которое в дальнейшем развил в своих трудах великий математик Леонард Эйлер. Отдельные свойства лемнискаты были исследованы Якобом Штейнером в первой половине XIX века.

Лемниската Бернулли — это плоская кривая, имеющая две оси симметрии. Согласно определению, лемниската Бернулли представляет собой геометрическое место точек, произведение расстояний от которых до двух заданных точек (называемых фокусами) неизменно и равно квадрату половины расстояния между фокусами. Форма лемнискаты Бернулли напоминает символ бесконечности. Центральная точка симметрии этой кривой, где она пересекает саму себя, называется узловой точкой. Следует отметить, что лемнискату Бернулли описывает окружность известного радиуса. При этом инверсия относительно этой окружности с центром в узловой точке, позволяет перевести лемнискату Бернулли в гиперболу. Кроме того, при разных величинах коэффициента k при полярном угле φ Лемниската принимает различные формы: с двумя лепестками, с тремя лепестками, и т.д.

Существуют и другие виды замечательных кривых, например: Лемниската Бута — это плоская алгебраическая кривая четвёртого порядка, частный случай кривой Персея, названа в честь Джеймса Бута; Лемниската Жероно, или лемниската Гюйгенса — это плоская кривая, получила свое название в честь французского математика Камиля-Кристофа Жероно, описавшего её свойства в своем учебнике по геометрии в 1854 г., которая является уникальной кривой; Овал Кассини — это кривая, являющаяся геометрическим местом точек, произведение расстояний от которых до двух заданных фокусов неизменно и равно квадрату некоторого числа a . Частным случаем овала Кассини при фокусном расстоянии, равном $2a$, является лемниската Бернулли. Автором данного овала является астрономом Джованни Кассини. Кроме того, окружность также является лемниской с одним фокусом.

Целью в данной работе является изучение замечательной кривой — лемнискаты. Выполняется построение лемнискат различных видов и форм. Кроме того, анализируются некоторые интересные свойства данных кривых. В работе также рассматриваются примеры использования лемнискат в науке, технике и искусстве. В процессе построения лемнискат различных видов применяются сплайны NURBS.

Библиографический список

1. Математическая энциклопедия (в 5-и томах). – М.: Советская Энциклопедия, 1982.
 2. Маркушевич А. И. Замечательные кривые – ilib.mirror1.mcsme.ru/plm/ann/a04.htm. – Популярные лекции по математике – ilib.mcsme.ru/plm/. — М.: Гостехиздат, 1952. – С. 23-25.
 3. Савелов А. А. Плоские кривые / Под. ред. А. П. Нордена. – М.: ФИЗМАТГИЗ, 1960. – С. 155-162.
- Lockwood E. H. A book of curves. – Cambridge: Cambridge university press, 1961. – P. 110-117.