

УДК 517.977

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВИРУСНОЙ ИНФЕКЦИИ

Клюшкин А. С., Соболев В. А.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), г. Самара

Медико-биологические исследования играют важнейшую роль в современной медицине, биологии и экологии, позволяя получать достоверную и полную информацию о биологических объектах.

Основная цель работы – показать, что в рассматриваемых системах существуют критические значения параметров, в которых происходит бифуркация. Показано, что в моделях вирусологии возможно возникновение эффекта «двойного заражения» и что решение такого рода систем возможно с использованием параллельных алгоритмов.

Объектами исследования являются динамические модели вирусологии, описывающие взаимодействия вируса и мутировавшего вируса. Интерес к моделям такого рода значительно возрос в последние годы, но еще существует множество моделей, которые до сих пор не были исследованы.

Рассматривается модель взаимодействия вируса и мутировавшего вируса в одномерном случае. Данная система основана на уравнениях Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова.

Рассмотрим задачу на промежутке $0 \leq x \leq 1$. Исследуемая система имеет вид:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - a_1 u(x,t)(1 - q_1 v(x,t))(1 - u(x,t) - cv(x,t));$$

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = D_2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - a_2 v(x,t)(1 - q_2 u(x,t))(1 - cu(x,t) - v(x,t)),$$

где a_1, a_2 – коэффициенты воспроизводства для u и v соответственно, D_1, D_2 – коэффициенты диффузии, q_1, q_2 – коэффициенты взаимодействия, коэффициент соревнования $c > 1, c = 1, 1$.

В качестве граничных условий в данной задаче рассматриваются условия второго рода, т.е. условия непроницаемости на концах рассматриваемого промежутка:

$$\left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=1} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right|_{x=1} = 0.$$

Для решения задачи в среде Matlab была реализована программа, рассчитывающая значения сеточных функций на временном промежутке $0 \leq t \leq 600$.

Рассмотрим случай, когда коэффициенты первого и второго уравнения равны, т.е. $a_1 = a_2 = 1, D_1 = D_2 = 0,0001, q_1 = q_2, c = 1, 1$. В результате обычного для теории бифуркации анализа было установлено бифуркационное значение $q_1 = q_2 = 2$. Для иллюстрации данного явления рассмотрена задача для трёх различных случаев:

1. $q_1 = q_2 = 1,5$ (рис. 1);
2. $q_1 = q_2 = 2,05$ (рис. 2);
3. $q_1 = q_2 = 2,5$ (рис. 3).

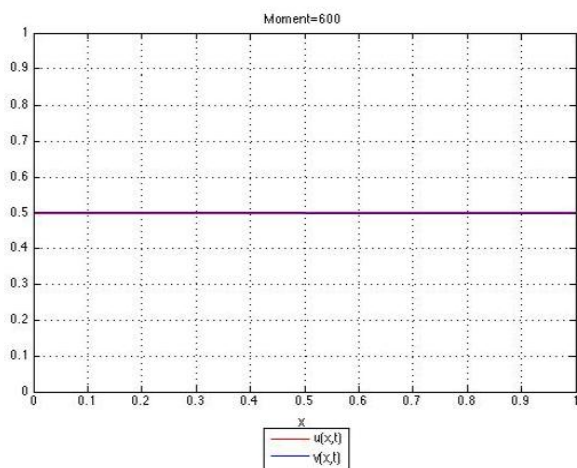


Рис. 1

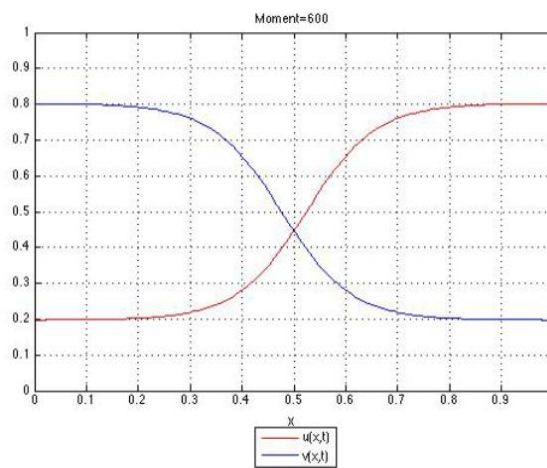


Рис. 2

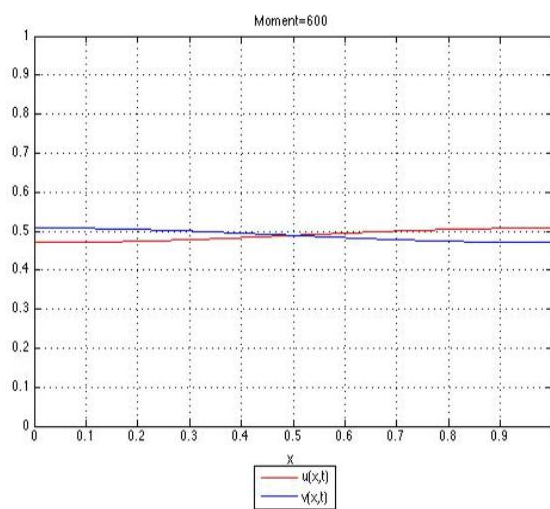


Рис. 3

Основным результатом данной работы является то, что при исследовании системы были найдены условия, при которых происходит бифуркация.