УДК 519.63

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИРУСОВ

Ермошкина Ю. Г., Соболев В. А.

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королёва, г. Самара

В работе исследуется устойчивость многообразия стационарных состояний в модели взаимодействия двух популяций микроорганизмов в одномерном случае. Модель представляет собой систему полулинейных параболических уравнений с многообразием состояний равновесия. Данная система основана на уравнениях Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова. Задачу на промежутке x∈[0;1]. Система имеет вид:

$$\begin{cases}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=D_1\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+a_1u(x,t)\big(1-q_1v(x,t)\big)\big(1-u(x,t)-v(x,t)\big);\\ \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}=D_2\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}+a_2v(x,t)\big(1-q_2u(x,t)\big)\big(1-u(x,t)-v(x,t)\big),\end{cases}$$

где a_1, a_2 – коэффициенты воспроизводства для популяций u и v, соответственно, D_1,D_2 – коэффициенты диффузии, q_1, q_2 − коэффициенты взаимодействия особей разных популяций.

В качестве граничных условий в данной задаче рассматриваются условия непроницаемости на концах рассматриваемого промежутка. Они имеют вид:

$$\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right|_{x=1}=0;$$
$$\left.\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}\right|_{x=1}=0.$$

В качестве начальных условий выбраны непрерывные функции, которые имеют вид:

$$u(x,0)=\begin{cases}0{,}9(-5(x-1)^2+1), u>0,\\ 0, u\le 0;\end{cases}$$
$$v(x,0)=\begin{cases}0{,}9(-5x^2+1), v>0,\\ 0, v\le 0.\end{cases}$$

Для решения задачи была составлена явная конечно-разностная схема. Дифференциальные операторы были заменены их сеточными аналогами.

$$\begin{cases}\frac{u_i^{k+1}-u_i^k}{\tau}=D_1\frac{u_{i+1}^k-2u_i^k+u_{i-1}^k}{\tau}+a_1u_i^k\big(1-q_1v_i^k\big)\big(1-u_i^k-v_i^k\big);\\ \frac{v_i^{k+1}-v_i^k}{\tau}=D_2\frac{v_{i+1}^k-2v_i^k+v_{i-1}^k}{\tau}+a_2v_i^k\big(1-q_2u_i^k\big)\big(1-u_i^k-v_i^k\big).\end{cases}$$

Граничные условия принимают вид:

$$\frac{u_1^{k+1}-u_{-1}^{k+1}}{h}=0;$$
$$\frac{v_1^{k+1}-v_{-1}^{k+1}}{h}=0.$$

Начальные условия определяются следующим образом:

$$u_i^0 = \begin{cases} 0{,}9(-5(x_i-1)^2+1), u_i^0 > 0, \\ 0, u_i^0 \le 0; \end{cases}$$

$$v_i^0 = \begin{cases} 0{,}9(-5x^2+1), v_i^0 > 0, \\ 0, v_i^0 \le 0. \end{cases}$$

Для решения задачи была реализована программа в среде Matlab, рассчитывающая значения сеточных функций на временном промежутке $0 \le t \le 600$.

Для стабилизируемости многообразия состояний равновесия была применена теорема Айзермана-Гантмахера. Также было найдено значение параметров q_1, q_2, при которых происходит потеря устойчивости в системе.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Самарской области в рамках научного проекта № 16-41-630529 и Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках программы повышения конкурентоспособности Самарского университета (2013–2020).

Библиографический список

1. Стрыгин В.В. Разделение движений методом интегральных многообразий / В.В. Стрыгин, В.А. Соболев. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 256 с.

2. Strygin V.V. Effect of geometric and kinetic parameters and energy dissipation on orientation stability of satellites with double spin / V.V. Strygin, V.A. Sobolev // Cosmic Research – 1976. – Vol. 14. – P. 331-335.

3. Айзерман М. А. Stabilität der Gleichgewichtslage im einem night-holonomen System / М. А. Айзерман, Ф.Р. Гантмахер // Z. angew. Math, und Mcch. –1957. – B. 37, Nr. 1/2. – P. 74-75.

4. Неймарк Ю.И. Динамика неголономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1967. – 520 с.

5. Калёнова В.И. Неголономные механические системы и стабилизация движения / В.И. Калёнова, А.В. Карапетян, В.М. Морозов, М.А. Салмина. // Фундаментальная и прикладная математика. – 2005. – Т. 11, № 7. – С. 117-158.

6. Шмидт А.В. Точные решения систем уравнений типа «реакция-диффузия» / А.В. Шмидт. // Вычислительные технологии. – 1998. – Т. 3, №4. – С. 87-94.

7. Шмидт А.В. Анализ систем реакция-диффузия / А.В. Шмидт. // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2007. – Т. 47, №2. – С. 256-268.