

УДК 517.928

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С БЫСТРЫМИ И МЕДЛЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

© Тиссен А.И., Воропаева Н.В.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: tissen_anya@mail.ru

Рассматривается задача оптимального управления для сингулярно возмущенной дифференциальной системы, линейной по быстрым переменным и управляющему воздействию

$$\dot{x} = A_1(t, \varepsilon)y + f_1(t, \varepsilon) + B_1(t, \varepsilon)u, \quad (1)$$

$$\varepsilon \dot{y} = A_2(t, \varepsilon)y + f_2(t, \varepsilon) + B_2(t, \varepsilon)u,$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0$$

с критерием оптимальности

$$J = \frac{1}{2} \int_0^1 [Q_0(x) + y^T Q_1 y + u^T R u] dt.$$

Здесь $x \in R^n, y \in R^m$ – фазовые координаты системы, $u \in R^l$ – управляющее воздействие.

Переменные состояния $x(t), y(t)$ описывают медленные и быстрые движения системы (1) соответственно.

Для построения оптимального управления используется подход, основанный на решении краевой задачи принципа максимума.

Оптимальное управление в данной задаче имеет вид

$$u = -R^{-1}(B_1^T p + B_2^T q), \quad (2)$$

где p и q – сопряженные переменные, являющиеся решениями краевой задачи для соответствующей сингулярно возмущенной гамильтоновой системы, размерность которой вдвое больше размерности системы (1).

Для построения субоптимального управления используется метод геометрической декомпозиции [1], базирующийся на теории интегральных многообразий медленных и быстрых движений. Построены преобразования координат, позволяющие разделить медленные и быстрые составляющие движения и свести краевую задачу для разнотемповой системы к регулярной краевой задаче для медленной подсистемы, и две задачи Коши для быстрых переменных с условиями на левом и правом концах рассматриваемого промежутка. Преобразования координат строятся в виде асимптотических разложений по степеням малого параметра.

В качестве примера рассмотрена сингулярно возмущенная модель перевернутого маятника в сильно вязкой среде [2] в нелинейной и линейной постановках.

Библиографический список

1. Воропаева Н.В., Соболев В.А. Геометрическая декомпозиция сингулярно возмущенных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 256 с.
2. Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: МГУ, 1991. 188 с.