

УДК 535.43

АНАЛИЗ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ НА ОСНОВЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ПОЛИНОМАМ ЦЕРНИКЕ

Хорин П. А., Хонина С. Н.

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королёва, г. Самара

Для описания волнового фронта (ВФ) часто используются ортогональные полиномы Цернике. Коэффициенты разложения ВФ по полиномам Цернике позволяют определить среднеквадратическую ошибку отклонения от идеального фронта. Для объективной оценки качества изображения используют функцию рассеяния точки (ФРТ) [1].

В данной статье показано, как при помощи оптических операторов Френеля и Фурье ВФ распространяется в свободном пространстве и как при этом изменяются весовые коэффициенты полиномов Цернике. Кроме того, рассматривается возможность восстановления исходного поля по ВФ, полученному в некой плоскости [2].

Рассмотрим круговые полиномы Цернике, которые представляют собой полное множество ортогональных функций с угловыми гармониками в круге радиуса r_0 :

$$Z_{nm}(r, \varphi) = \sqrt{\frac{n+1}{\pi r_0^2}} R_n^m(r) \begin{cases} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{cases}, R_n^m(r) = \sum_{p=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^p (n-p)!}{p! (\frac{n+m}{2})! (\frac{n-m}{2})!} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-2p}. \quad (1)$$

Аберрации ВФ, встречающиеся в оптических системах, обычно описываются в терминах функций Цернике следующим образом:

$$W(r, \varphi) = \exp[i\psi(r, \varphi)], \psi(r, \varphi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n C_{nm} Z_{nm}(r, \varphi). \quad (2)$$

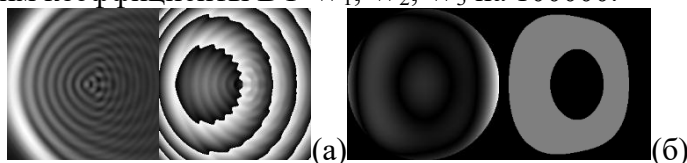
При моделировании длина волны составила 0,00078 мм, а радиус апертуры 1 мм. Пусть заданное поле ψ_0 является суперпозицией трёх базисных функций полиномов Цернике со следующими весовыми коэффициентами $C_{20}=5$; $C_{31}=10$; $C_{42}=2,5$.



Рис.1. Амплитуда и фаза: (а) – исходное поле ψ_0 , (б) – ВФ W_0 (в пл. $z_0=0$), (в) – ФРТ

Шаг 1. Распространим ВФ на расстояние $z_1=100$ мм, $z_2=250$ мм и $z_3=1000$ мм, а затем разложим его по Полиномам Цернике и попробуем восстановить исходное поле ψ_0 .

Шаг 2. Для объективного сравнения исходного и восстановленного поля построим ФРТ от восстановленного поля на различных расстояниях. Для хорошей визуализации помножим коэффициенты ВФ W_1, W_2, W_3 на 100000.



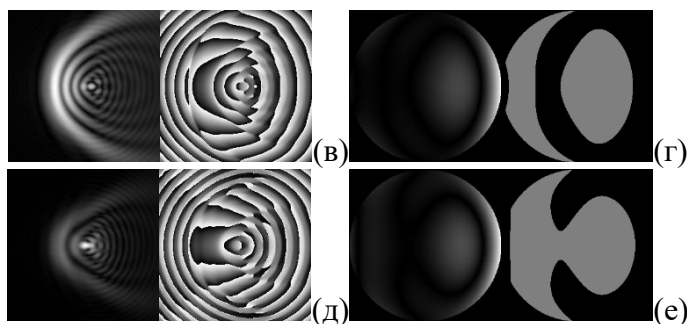


Рис.2. Амплитуда и фаза: (а) – W_1 в пл. z_1 , (б) – восст. поле $\sim\psi_1$, (в) – W_2 в пл. z_2 , (г) – восст. поле $\sim\psi_2$, (д) – W_3 в пл. z_3 , (е) – восст. поле $\sim\psi_3$.

В таблице 1 представлены значения коэффициентов в исследуемом поле ψ_0 и волновых фронтах W_0, W_1, W_2, W_3 , которые распространены на расстояния z_0, z_1, z_2 , и z_3 соответственно.

Таблица 1. Значения весовых коэффициентов

C_{nm}	ψ_0	W_0	W_1	W_2	W_3
C_{11}	0.016402	0.304294	0.000069	0.000031	0.000039
C_{22}	0.009929	0.264375	0.000047	0.000032	0.000020
C_{20}	4.998832	0.093385	0.000028	0.000044	0.000047
C_{33}	0.016281	0.327261	0.000007	0.000024	0.000002
C_{31}	9.997272	0.647550	0.000033	0.000098	0.000090
C_{44}	0.020942	0.288039	0.000041	0.000027	0.000024
C_{42}	2.497070	0.383179	0.000056	0.000053	0.000070
C_{40}	0.020691	0.543000	0.000089	0.000016	0.000027

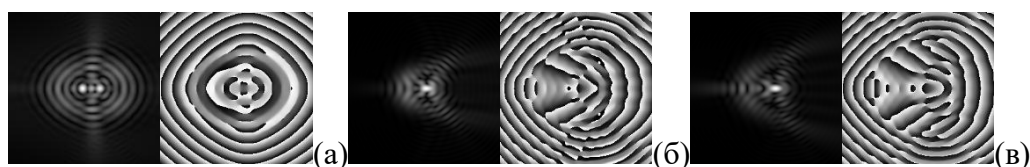


Рис.3. Ампл. и фаза ФРТ от восстановленного поля при распространении на z_1, z_2 , и z_3

По данным из таблицы 1 сложно определить, насколько хорошо было восстановлено исследуемое поле, при распространении ВФ на разные расстояния. Стоит заметить, что при значительном увеличении расстояния, амплитуда ВФ начинает совпадать с ФРТ (Рис. 2 (д)), а амплитуда и фаза восстановленного поля всё больше становится похожа на амплитуду и фазу исходного поля (Рис. 2 (е)). По картинам ФРТ видно, что уже на расстоянии 250 мм при восстановлении мы имеем хороший результат (Рис. 3 (б)).

Библиографический список

1. Хорин, П. А. Анализ аберраций роговицы человеческого глаза / П. А. Хорин, С. Н. Хонина, А. В. Карсаков, С. Л. Бранчевский // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, № 6. – С. 810-817.
2. Kirilenko, M. S. Wavefront analysis based on Zernike polynomials / M. S. Kirilenko, P. A. Khorin, A. P. Porfirev // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1638. – P. 66-75.