УДК 621.314

АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕПЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЭНЕРГОУСТАНОВОК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Толстопятов М. И., Зуев А. А.

Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетникова, г. Красноярск

Существующие на сегодняшний день логарифмические и степенные профили аппроксимации эпюры скорости в пристенном пограничном слое имеют существенные недостатки: не могут описывать распределение скорости в непосредственной близости от стенки, так как существует вязкий подслой.

Рассмотрим локальную теплоотдачу для закона распределения профиля скорости:

$$\bar{u} = 1-(1-\bar{y})^m, \tag{1}$$

где u- окружная скорость, y- координата, m- показатель степени.

Сделав допущения, что диссипацией энергии пренебрегаем, тогда интегральное соотношение уравнения энергии прямолинейного равномерного потока примет вид

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}(\delta_{t\varphi}) = \frac{\lambda m^2}{\rho C_p U(m+1)(2m+1)}\cdot\frac{1}{\delta_{t\varphi}}, \tag{2}$$

где $\delta_{t\varphi}$ - толщина вытеснения температурного слоя, $\partial\varphi$ - угол поворота радиус-вектор, λ - коэффициент теплопроводности, ρ - плотность, C_p - теплоёмкость, U- окружная скорость. Разделив, переменные и проинтегрировав от нуля до текущего значения переменных:

$$\int_0^{\delta_{t\varphi}}\delta_{t\varphi}d\delta_{t\varphi} = \frac{\lambda m^2}{\rho C_p U(m+1)(2m+1)}\int_0^{\varphi}d\varphi,$$

$$\delta_{t\varphi} = \sqrt{\frac{2m^2\lambda\varphi}{\rho C_p U(m+1)(2m+1)}}, \tag{3}$$

где: φ - продольная координата (аналог x для плоского случая) [1].

С учетом закона теплоотдачи:

$$St = \frac{\lambda}{\rho C_p U}\frac{m^2}{(m+1)(2m+1)}\sqrt{\frac{\rho C_p U(m+1)(2m+1)}{2m^2\lambda\varphi}},$$

где St- критерий Стантона

$$St = \sqrt{\frac{\lambda m^2}{2\rho C_p U(m+1)(2m+1)\varphi}}, \tag{4}$$

Учтем, что $\Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$; $\mathrm{Re} = \frac{\rho U\varphi}{\mu}$ и преобразуем (4):

$$St = \sqrt{\frac{m^2}{2(m+1)(2m+1)}\frac{\lambda}{\mu C_p}\frac{\mu}{\rho U\varphi}} = \sqrt{\frac{m^2}{2(m+1)(2m+1)\Pr \mathrm{Re}_U}}, \tag{5}$$

Для газов Pr,Re - числа Прандтля и Рейнольдса, а локальный коэффициент теплоотдачи определяется выражением:

$$\alpha = \rho C_p U \cdot St, \tag{6}$$

где ρ - плотность, C_p - теплоёмкость, U- скорость. Для вращательного течения без учета диссипации [2]:

$$JE\frac{\partial}{\partial R}(\delta_{t\varphi}) + \frac{JE}{R}\delta_{t\varphi} - \frac{\lambda m^2}{\rho C_p U(m+1)(2m+1)}\frac{1}{\delta_{t\varphi}} = 0, \tag{7}$$

где J, E, R – существенно положительные величины [2]:

Для закона «твердого тела» $\frac{U}{R} = \omega = const$,

$$\frac{\partial}{\partial R}(\delta_{t\varphi}) + \frac{\delta_{t\varphi}}{R} - \frac{\lambda m^2}{JE\rho C_p \omega(m+1)(2m+1)}\frac{1}{R\delta_{t\varphi}} = 0, \tag{8}$$

введя промежуточные обозначения $\delta_{t\varphi} = y$;

$$A = \frac{\lambda m^2}{JE\rho C_p \omega(m+1)(2m+1)}$$

и определим (8) как линейное первого порядка и решив уравнение относительно толщины пограничного слоя окончательно получаем:

$$y = u\vartheta = \delta_{t\varphi} = \sqrt{\frac{\lambda m^2}{JE\rho C_p \omega(m+1)(2m+1)}}, \tag{9}$$

С учетом закона теплообмена критерий Стантона для вращения по закону «твердого тела» имеет вид

$$St = \sqrt{\frac{m^2 JE}{(m+1)(2m+1)}\left(\frac{\lambda}{\mu C_p}\right)\left(\frac{\mu}{\rho\omega R^2}\right)} = \sqrt{\frac{m^2 JE}{(m+1)(2m+1)\Pr \mathrm{Re}_\omega}}, \tag{10}$$

Аналогично используем (7), учитываем, что закон «свободного вихря» [3] $UR = C = const$ записываем

$$\frac{d\delta_{t\varphi}}{dR} + \frac{\delta_{t\varphi}}{R} - \frac{\lambda m^2}{JE\rho C_p C(m+1)(2m+1)}\frac{R}{\delta_{t\varphi}} = 0, \tag{11}$$

Уравнение линейное первого порядка, решение ведется относительно толщины пограничного слоя, окончательно получаем:

$$\delta_{t\varphi} = R\sqrt{\frac{\lambda m^2}{2JE\rho C_p C(m+1)(2m+1)}}, \tag{12}$$

Критерий Стантона для вращения жидкости по закону «свободного вихря» и профиля (1):

$$St = \sqrt{\frac{2m^2 JE}{(m+1)(2m+1)}\left(\frac{\lambda}{\mu C_p}\right)\left(\frac{\mu}{\rho UR}\right)} = \sqrt{\frac{2m^2 JE}{(m+1)(2m+1)\Pr \mathrm{Re}_\omega}}. \tag{13}$$

При $\Pr \approx 1$ для газов:

$$St = \sqrt{\frac{2m^2 JE}{(m+1)(2m+1)\mathrm{Re}_\omega}}, \tag{14}$$

В результате получены выражения для определения локальных коэффициентов теплоотдачи в виде критериальных уравнений для прямолинейного равномерного течения, вращательного течения по закону «свободного вихря» и «твердого тела», необходимые для расчета конструктивных элементов энергетических установок летательных аппаратов.

Библиографический список

1. Толстопятов, М. И. Прямолинейное равномерное течение газов с теплоотдачей в энергетических установках летательных аппаратов / М. И. Толстопятов [и др.] // Вестник СибГАУ 5(45). – 2012. – С. 134-138.

2. Зуев, А. А. Течение с теплоотдачей в полостях вращения энергетических установок космических и летательных аппаратов / Зуев А. А. [и др.] //: Вестник СибГАУ № 7(40). 2011. с. 63-68.

3. Зуев, А. А. Теплоотдача вращательных течений в турбомашинах на основе двухслойной модели турбулентного пограничного слоя / А. А. Зуев [и др.] // Вестник СибГАУ. 2012. № 5(45). С. 127-129.