

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА  
И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА  
МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ  
КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ**

**САМАРА 2012**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА  
И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА  
МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ  
КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве методических указаний к лабораторной работе № 1-30*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2012

УДК 53(075)  
ББК 22.313

Составители: *Н.М.Рогачев, Г.А.Потапова*

Рецензент В.В. Б и р ю к, доктор технических наук, профессор

**Определение длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха путем измерения коэффициента внутреннего трения:** метод. указания к лабораторной работе 1-30 / *Сост. Н.М.Рогачев, Г.А.Потапова.* – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2012. – 16 с.

Содержат вводную часть, в которой даются краткие теоретические сведения из молекулярно-кинетической теории вещества, приводится схема экспериментальной установки и порядок выполнения работы, методика обработки полученных результатов; контрольные вопросы, список рекомендуемой литературы.

Предназначены для студентов всех факультетов.

УДК 53(075)  
ББК 22.313

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2012

## *Лабораторная работа №1-30*

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

**Цель работы:** определение длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха.

**Приборы и принадлежности:** экспериментальная установка с микрокомпрессором, двумя цилиндрическими сосудами, с капилляром и U-образным манометром; секундомер.

## 1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

Особые *необратимые процессы*, возникающие в термодинамических неравновесных системах, называются *явлениями переноса*. К ним относятся: *диффузия* (перенос массы), *теплопроводность* (перенос энергии) и *вязкость* или *внутреннее трение* (перенос импульса).

*Внутреннее трение (вязкость)* возникает между двумя слоями газа или жидкости, перемещающимися параллельно друг другу с различными по модулю скоростями. Причиной внутреннего трения в газах является перенос импульса из одного слоя в другой.

В случае одномерного процесса явление вязкости описывается законом И. Ньютона:

$$dF = \eta \cdot dS \cdot du/dx, \quad (1)$$

где  $dF$  - сила внутреннего трения, действующая на площадку  $dS$ ,  
 $du/dx$  - градиент скорости движения слоев в направлении  $x$ , перпендикулярном площадке  $dS$ ,  
 $\eta$  – коэффициент динамической вязкости.

*Длина свободного пробега молекулы* – это расстояние, которое проходит молекула между двумя последовательными столкновениями. В данной работе определяется *средняя длина свободного пробега*, так как длины пробегов отдельных молекул из-за их хаотического движения могут существенно различаться.

Молекулы газа, находясь в тепловом хаотическом движении, непрерывно сталкиваются друг с другом. Под *столкновением* молекул понимается процесс, при котором скорости движения молекул изменяются по модулю и по направлению. Кратчайшее расстояние между центрами молекул при их столкновении называется *эффективным диаметром* молекул.

Молекулярно-кинетическая теория вещества (МКТ) позволяет получить формулы, в которых макроскопические параметры газа (давление, температура, объем) связаны с его микропараметрами (размеры молекулы, ее масса и скорость). Пользуясь этими формулами, и, измеряя такие макропараметры, как давление, температура, коэффициент внутреннего трения, можно вычислить размеры молекулы и длину свободного пробега.

Для измерения коэффициента внутреннего трения воспользуемся методом истечения жидкости или газа через узкую капилляр-

ную трубку. Объем газа  $V$ , протекающего сквозь узкую трубку с круглым внутренним сечением за время  $\tau$ , определяется формулой Пуазейля:

$$V = \pi r^4 \cdot \Delta p \cdot \tau / (8 l \cdot \eta), \quad (2)$$

где  $r$  и  $l$  - радиус и длина капилляра соответственно,

$\Delta p$  - разность давлений на концах капилляра, которой обусловлено течение газа.

Из уравнения (2) коэффициент внутреннего трения выразится соотношением:

$$\eta = \pi r^4 \cdot \Delta p \cdot \tau / (8 l \cdot V). \quad (3)$$

В уравнении (3) все величины правой части доступны непосредственному измерению, следовательно, им можно воспользоваться для экспериментального определения коэффициента внутреннего трения газа.

При выводе формулы (3) кривизной капли вытекающей жидкости можно пренебречь, эта погрешность в данной задаче не превышает 3%. Формула Пуазейля применяется только при *ламинарном (слоистом) течении* и при условии, что длина трубки значительно превышает так называемую длину начального участка, на котором происходит развитие ламинарного течения в трубке.

Характер течения в трубке можно определить по критерию подобия Рейнольдса:

$$Re = G\rho / (\pi\eta r),$$

где  $G$  – расход газа через трубку в единицу времени;

$\eta$  – динамическая вязкость (коэффициент внутреннего трения);

$r$  – радиус трубки.

При малых значениях чисел Рейнольдса ( $Re \leq 1000$ ) наблюдается *ламинарное течение*, переход от ламинарного к *турбулентному (вихревому) течению* происходит в области  $1000 \leq Re \leq 2000$ , а при  $Re = 2300$  течение турбулентное. Как показывает опыт, если отношение длины трубки  $l$  к ее внутреннему радиусу  $r$  отвечает условию:  $l/r \geq 400$ , то течение в трубке ламинарное. Такой характер течения реализуется в капиллярах – трубках с тонким каналом.

МКТ газов устанавливает связь между коэффициентом внутреннего трения идеальных газов  $\eta$ , средней длиной свободного пробега молекул газа  $\langle \lambda \rangle$  и средней арифметической скоростью их движения  $\langle v \rangle$ :

$$\eta = \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle / 3, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность газа.

Более точный вывод соотношения (4), учитывающий распределение скоростей молекул по закону Максвелла, даст другое значение коэффициента пропорциональности. Так для воздуха соотношение (4) примет вид:

$$\eta = 0,5 \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle. \quad (5)$$

Заменив в уравнении (5) скорость  $\langle v \rangle$  и плотность  $\rho$  с помощью известных из кинетической теории газов выражений

$$\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi\mu)} \text{ и } \rho = p\mu/(RT),$$

и, произведя элементарные преобразования, получим:

$$\langle \lambda \rangle = \eta \sqrt{\pi RT/(2\mu)} / p, \quad (6)$$

где  $T$  и  $p$  – абсолютная температура и давление воздуха в комнате,

$R$  – универсальная газовая постоянная,

$\mu$  –молярная масса воздуха.

Из (3) и (6) для вычисления длины свободного пробега молекул получим выражение:

$$\langle \lambda \rangle = \pi r^4 \Delta p \tau \sqrt{\pi R T / (2 \mu)} / (8 l V p). \quad (7)$$

Средняя длина свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  и эффективный диаметр молекул газа  $\sigma$  связаны соотношением:

$$\langle \lambda \rangle = 1 / (\sqrt{2} \pi \sigma^2 n), \quad (8)$$

где  $n$  – число молекул в единице объема.

Из уравнения (8) можно определить эффективный диаметр молекул газа при данной температуре, если известны величины  $\langle \lambda \rangle$  и  $n$ . Число молекул в единице объема определяется из выражения:

$$n = n_0 p T_0 / (p_0 T), \quad (9)$$

где  $n_0$  – число молекул в единице объема при нормальных условиях ( $p_0, T_0$ ), называемое *числом Лошмидта*. Из уравнений (8) и (9) для эффективного диаметра молекул получим выражение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{p_0 T}{\sqrt{2} \pi \langle \lambda \rangle n_0 p T_0}} \quad (10)$$

При вычислениях длины свободного пробега по формуле (7) и эффективного диаметра по формуле (10) необходимо знать радиус  $r$  и длину капилляра  $l$ , через который протекает газ, перепад давлений на ее концах  $\Delta p$ , температуру  $T$  и давление  $p$  окружающей среды, а также объем газа  $V$ , прошедшего через капилляр за определенное время  $\tau$ .



## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Установка состоит из воздушного микрокомпрессора 3 и сосуда 4, расположенных внутри блока установки, кранов кр1 и кр2, мерной емкости 9 с уровнемером 10, U-образного водяного манометра 6 со шкалой отсчета 7 и капиллярной трубки 8. На передней нижней панели блока установки расположены: кран кр1 для перепуска воды из сосуда 4 в мерную емкость 9, тумблер «компрессор» с индикаторной лампочкой. На верхней панели блока установки размещены: мерная емкость 9 с уровнемером 10, кран кр2, U – манометр 6 со шкалой отсчета 7 и капилляр 8.

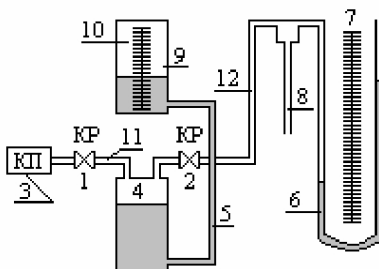


Рис. 1

Сосуд 4, расположенный внутри установки, соединяется трубкой 5 с мерной емкостью 9, трубкой 11 с микрокомпрессором 3, а трубкой 12 с капилляром 8. Емкость 4 предварительно заполняется водой. При включенном компрессоре 3, если открыть кран кр1, воздух от компрессора по трубке 11 начнет поступать в емкость 4, вытесняя из нее воду, которая по трубке 5 поступает в мерную ем-

кость 9. При заполнении емкости 9 водой емкость 4 окажется заполненной воздухом. Если теперь закрыть кран кр1 и открыть кран кр2, то воздух из емкости 4 по трубке 12 поступает в капилляр 8 и через второй его конец истекает в атмосферу. Давление воздуха на входе в капилляр измеряется  $U$  – манометром 6. При истечении воздуха через капилляр, вода из верхней емкости 9 по трубке 5 начнет перетекать в нижнюю емкость 4. Объем жидкости, вытекшей из емкости 9, измеряется уровнемером 10. С помощью секундомера определяется время истечения воды, что позволяет рассчитать объемный расход жидкости. Описанный режим истечения воды позволяет определить расход воздуха через капилляр, равный объемному расходу воды.

### 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. С помощью барометра и термометра определите атмосферное давление  $p$  температуру воздуха  $T$  в комнате.

2. Тумблером «компрессор» включите электропитание микрокомпрессора.

3. Закройте кран кр2 и откройте кран кр1. Вода начнет поступать в мерный сосуд 9. Установите уровень воды в мерном сосуде на отметке уровнемера 1800. Закройте кран кр1. Выключите микрокомпрессор.

4. Медленно откройте кран кр2 и в момент прохождения отметки уровня воды 1600 в мерной емкости, включите секундомер и проведите отсчет разностей уровней жидкости в водяном U–манометре  $P_1$ , мм. вод. ст. Результат запишите в таблицу.

5. В момент прохождения жидкостью отметки уровня воды в мерной емкости 200 выключите секундомер и проведите отсчет разностей уровней жидкости в водяном U–манометре  $P_2$ , мм. вод. ст. Закройте кран кр2. Откройте кр1. Результаты опыта (время  $\tau$  и объем  $V$ ) запишите в таблицу. Показания водяного U-манометра, снятые в начале и в конце течения жидкости, необходимо *усреднить*, т.е. в таблицу запишите среднее арифметическое значение из двух показаний:  $\Delta P = (P_1 + P_2)/2$ . Переведите значение  $\Delta P$  в Па.

6. Пункты 2 - 5 повторите три раза.

#### 4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Упростим выражения (7) и (10), подставив в них значения постоянных величин:  $\pi$ ,  $r$ ,  $8l$ ,  $R$ ,  $2\mu$ ,  $p_0$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $T_0$ ,  $n_0$ , получим:

$$\langle \lambda \rangle = c_1 \Delta p \tau \sqrt{T/V_p}, \text{ где } c_1 = 0,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4/(\text{сК}^{0,5}), \quad (11)$$

$$\sigma = c_2 \sqrt{T/(\langle \lambda \rangle p)}, \text{ где } c_2 = 0,176 \cdot 10^{-11} (\text{Дж/К})^{0,5}. \quad (12)$$

2. По формуле (11) вычислите длину свободного пробега молекул воздуха для каждого опыта  $\lambda_i$  и среднее значение длины свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$ .

3. Зная  $\langle \lambda \rangle$ , по формуле (12) вычислите эффективный диаметр молекул воздуха.

Таблица 1

№ п/п	$V \cdot 10^{-3}$ , $\text{м}^3$	$\tau$ , с	$\Delta p$ , $\text{мм вод.ст}$	$\Delta p$ , $\text{Па}$	$\lambda_i \cdot 10^{-7}$ , $\text{м}$	$\Delta \lambda_i$ , $\text{м}$	$(\Delta \lambda_i)^2$ , $\text{м}^2$
1.							
2.							
3.							
					$\langle \lambda \rangle$		$\Sigma$

4. Проведите оценку случайных погрешностей измерений длины свободного пробега молекул. Для этого:

а) Определите среднее арифметическое значение длины свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$ .

$$\langle \lambda \rangle = \Sigma \lambda_i / n,$$

где  $n$  – число измерений.

б) Определите абсолютные погрешности отдельных измерений

$$\Delta \lambda_i = \langle \lambda \rangle - (\lambda)_i$$

в) Найдите сумму  $\Sigma (\Delta \lambda_i)^2$ .

г) Вычислите среднюю квадратичную погрешность

$$S_{\langle \lambda \rangle} = \sqrt{\Sigma (\Delta \lambda_i)^2 / [n(n-1)]}$$

д) Определите границы доверительного интервала

$$\Delta \lambda = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle \lambda \rangle}$$

Для нахождения  $t_{\alpha, n}$  используйте таблицу коэффициентов Стьюдента. Доверительную вероятность  $\alpha$  примите равной 0,95.

е) Запишите результаты измерений в виде:

$$\lambda = \langle \lambda \rangle \pm \Delta \lambda ; \alpha = 0,95 ; n = 3$$

ж) Определите относительную погрешность измерений длины свободного пробега молекул:

$$\varepsilon = (\Delta \lambda / \langle \lambda \rangle) \cdot 100\%$$

5. Вычислите инструментальную погрешность экспериментальной установки. Согласно правилам обработки результатов косвенных измерений [6] из формулы (7) следует:

$$\varepsilon_{ин} = \frac{\Delta \lambda}{\langle \lambda \rangle} = \sqrt{4 \left( \frac{\Delta r}{r} \right)^2 + \left[ \frac{\Delta(\Delta p)}{\Delta p} \right]^2 + \left( \frac{\Delta t}{t} \right)^2 + 0,5 \left( \frac{\Delta T}{T} \right)^2 + \left( \frac{\Delta V}{V} \right)^2 + \left( \frac{\Delta l}{l} \right)^2}$$

При вычислении инструментальной погрешности пренебрегаем погрешностями величин  $R$ ,  $\pi$  и  $\mu$ . Абсолютные погрешности приборов принять равными:  $\Delta r = 0,01$  мм;  $\Delta t = 0,5^0\text{C}$ ;  $\Delta T = 0,5^0\text{C}$ ;  $\Delta V = 5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>;  $\Delta l = 0,05$  мм;  $\Delta(\Delta p) = 1$  мм вод.ст.

Вычислите абсолютную инструментальную погрешность определения средней длины свободного пробега молекул воздуха:

$$\Delta\lambda = \langle \lambda \rangle \cdot \varepsilon_{\text{ип.}}$$

6. Подсчитайте число Рейнольдса и определите характер течения воздуха в капилляре.

При выполнении вычислений используйте физические постоянные:  $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$ ;  $k = 1,38\cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$ ;  $n_0 = 2,687\cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ ;  $1 \text{ мм рт.ст.} = 133 \text{ Па}$ ;  $1 \text{ мм вод.ст.} = 9,81 \text{ Па}$ ;  $p_0 = 101325 \text{ Па}$ ; молярная масса воздуха  $\mu = 29\cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль}$ .

*К сведению выполняющих работу:* при нормальных условиях для воздуха  $\sigma = 0,27 \text{ нм}$ ;  $\eta = 17,2 \text{ мкПа}\cdot\text{с}$ .

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие процессы называются явлениями переноса? Почему эти явления носят такое название?

2. Что называется коэффициентом вязкости, каков его физический смысл и единица измерения?

3. Назовите условия, при которых выполняется формула Пуазейля?

4. Дайте понятие ламинарного и турбулентного течений.

5. Что называется числом Рейнольдса? Как определяется характер течения по значениям чисел Рейнольдса?

6. Что называется средней длиной свободного пробега молекул? Как она зависит от температуры и давления газа?

7. Что называется столкновением молекул? Что понимается под эффективным диаметром молекулы?

8. Как зависит средняя длина свободного пробега от размеров молекул газа?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев, И.В. Курс физики / И.В. Савельев – М.: «Наука», 1989. – Т.1.
2. Лабораторный практикум по физике / Под ред. В.А. Базакуцы. Ч.1. – Харьков, 1969.
3. Лабораторный практикум по физике / Под ред. А.С. Ахматова. – М.: «Высшая школа», 1980.
4. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха: метод указания / Сост. В.Н. Градов. – Куйбышев: КуАИ, 1986.
5. Практические рекомендации по обработке результатов измерений: метод. указания / сост. Л.П. Муркин, Н.В. Мышкина. – Самара: СГАУ, 1992.
6. Физические измерения. Измерение линейных и угловых величин. – Куйбышев: КуАИ, 1977.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Вводная часть .....	3
2. Экспериментальная установка .....	8
3. Порядок выполнения работы .....	10
4. Обработка результатов измерений .....	11
5. Контрольные вопросы.....	13
Список использованной литературы .....	14



*Учебное издание*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА  
И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА  
МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ  
КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

*Методические указания  
к лабораторной работе № 1-30*

Составители: ***Николай Михайлович Розачев,  
Галина Александровна Потапова***

Редактор И.И. Спиридонова  
Вёрстка И.И. Спиридонова

Подписано в печать 02.011.2012. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 1,0.

Тираж 100 экз. Заказ . Арт. М35/2012.

Самарский государственный аэрокосмический университет.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34.