ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

(часть первая)

С А М А Р А 2011

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЁВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

(часть первая)

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве электронных методических указаний*

С А М А Р А
Издательство СГАУ
2011

УДК СГАУ:50(075)
ББК 20

Составитель *С.И. Андриянова*

Рецензент канд. техн. наук, проф. Н.М. Р о г а ч е в

Концепции современного естествознания [Электронный ресурс]: эл. метод. указания: в 2 ч. Ч. I / сост. ***С.И. Андриянова***. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2011. – 40 с.

Методические материалы к первой части курса КСЕ «Основные физические законы материального мира» содержат общие методические указания, основные формулы и примеры решения задач, варианты контрольной работы №1.

Предназначены для студентов заочного (дистанционного) обучения СГАУ. Подготовлены на кафедре физики.

СОДЕРЖАНИЕ

I. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом. Процесс изучения курса концепции современного естествознания (КСЕ) состоит из следующих этапов:

1) проработка установочных лекций;
2) самостоятельная работа над учебниками и учебными пособиями;
3) выполнение контрольных работ;
4) прохождение лабораторного практикума;
5) сдача экзамена.

При самостоятельной работе с учебниками следует:

1) составлять конспект по экзаменационной программе курса;
2) изучать курс КСЕ систематически для получения глубоких и прочных знаний;
3) пользоваться каким-то одним учебником (или ограниченным числом учебников), выбранным из списка рекомендованной литературы.

Контрольные работы позволяют закрепить теоретический материал курса. В процессе изучения курса КСЕ студент должен выполнить две контрольные работы. Данные методические указания помогают выполнить контрольную работу №1.

При выполнении контрольной работы необходимо соблюдать следующие правила:

1) указывать на титульном листе номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилию и инициалы студента, шифр и домашний адрес;
2) контрольную работу следует выполнять в компьютерном варианте, для каждой задачи использовать отдельный лист;
3) условие задачи должно быть переписано полностью, а заданные физические величины выписать отдельно, при этом все числовые величины должны быть переведены в одну систему единиц;
4) сделать чертеж, поясняющий решение задачи;

5) решение и используемые формулы должны сопровождаться пояснениями;
6) задачу рекомендуется решить сначала в общем виде;
7) провести вычисления;
8) дать ответ и провести его анализ.

Контрольные работы, оформленные без соблюдения указанных правил, а также работы, выполненные не по своему варианту, не зачитывают.

При отсылке работы на повторное рецензирование обязательно представлять работу с первой рецензией.

II. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Основные формулы

Положение материальной точки в пространстве определяется радиус-вектором:

$$\overline{r}(t) = x(t)\overline{i} + y(t)\overline{j} + z(t)\overline{k},$$

где $x(t), y(t)$ и $z(t)$ – координаты радиус-вектора $\overline{r}(t)$, $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$ – единичные векторы, направленные по координатным осям x, y и z.

Скорость $\overline{v}$ и ускорение $\overline{a}$ материальной точки определяются по формулам

$$\overline{v} = v_x(t)\overline{i} + v_y(t)\overline{j} + v_z(t)\overline{k},$$
$$\overline{a}(t) = a_x(t)\overline{i} + a_y(t)\overline{j} + a_z(t)\overline{k},$$

где $v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} = x',\ v_y(t) = \dfrac{dy}{dt} = y',\ v_z(t) = \dfrac{dz}{dt} = z',$

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = v'_x,\ a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = v'_y,\ a_z(t) = \frac{dv_z}{dt} = v'_z.$$

Модуль скорости v и модуль ускорения a равны

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2},\ a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При криволинейном движении полное ускорение равно сумме нормального $\overline{a}_n$ и тангенциального $\overline{a}_t$ ускорений $\overline{a} = \overline{a}_t + \overline{a}_n$.

Модули этих ускорений равны $a_n = \dfrac{v^2}{R},\ a_t = \dfrac{dv}{dt},\ a = \sqrt{a_n + a_t},$ где R – радиус кривизны траектории в точке, где определяется ускорение.

Положение тела, совершающее вращательное движение относительно некоторой оси описывается некоторым углом поворота $\omega = \varphi(t)$. Угловая скорость ω и угловое ускорение ε определяются по формулам

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi',\ \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega'.$$

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности радиуса R, дается формулами

$$v=\omega R,\ a_t=\varepsilon R,\ a_n=\omega^2 R.$$

Полное линейное ускорение связано с угловым ускорением и угловой скоростью формулой

$$a=R\sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}.$$

Угол α между полным линейным $\bar{a}$ и нормальным $\bar{a}_n$ ускорением равен

$$\alpha=\arccos(\frac{a_n}{a}).$$

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона):

$$m\bar{a}=\sum_i \bar{F}_i,$$

где $\sum_i \bar{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку, m – масса материальной точки, $\bar{a}$ – ускорение материальной точки.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости:

$$F=-kx,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость);

б) сила тяжести:

$$F=mg,$$

где $g=9{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ – ускорение свободного падения;

в) сила всемирного тяготения:

$$F=G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G=6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{\text{м}^3}{\text{кг}\cdot\text{с}^2}$ – гравитационная постоянная, m_1, m_2 – массы материальных точек, r – расстояние между ними;

г) сила трения скольжения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения, N – сила нормального давления.

Импульс материальной точки:

$$\bar{P} = m\bar{v}.$$

Закон сохранения импульса:

$$\sum_i \bar{P}_i = \text{const}.$$

Работа, совершаемая постоянной силой:

$$A = \bar{F}\bar{S} = FS\cos\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов силы $\bar{F}$ и перемещения $\bar{S}$.

Работа, совершаемая переменной силой:

$$A = \int_L F(s)\cos\alpha ds,$$

где интегрирование ведется вдоль траектории L.

Кинетическая энергия материальной точки, движущейся поступательно:

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия:

а) упругих сил:

$$U = \frac{kx^2}{2};$$

б) тела в поле силы тяжести:

$$U = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой.

в) гравитационное взаимодействие двух материальных точек:

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Закон сохранения полной механической энергии для замкнутой системы:

$T + U = \text{const}.$

Момент силы $\bar{F}$, действующий на тело, относительно оси вращения:

$$M = F_{\perp} l,$$

где $F_{\perp}$ проекция силы $\bar{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения, l – плечо силы $\bar{F}$ (расстояние от линии действия силы до оси вращения).

Моменты инерции некоторых тел относительно оси вращения:

а) материальной точки:

$$I = mr^2,$$

где m – масса материальной точки, r – расстояние до оси вращения;

б) стержня длиной l относительно оси, проходящей через его конец:

$$I = \frac{1}{3} ml^2;$$

в) однородного диска, радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр:

$$I = \frac{1}{2} mR^2;$$

г) однородного шара, радиусом R относительно оси, проходящей через его центр:

$$I = \frac{2}{5} mR^2.$$

Момент импульса материальной точки:

$$\bar{L} = m\bar{v} \times \bar{r}.$$

Момент импульса тела вращающегося относительно оси с угловой скоростью ω:

$$\bar{L} = \bar{I}\,\bar{\omega}.$$

Закон сохранения момента импульса:

$$\sum_i \bar{L}_i = \text{const}.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела:

$$\bar{M} = I\bar{\varepsilon}.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела:

$$T = \frac{I\omega^2}{2}.$$

В специальной теории относительности рассматриваются только инерциальные системы отсчета. Считается, что оси двух систем *К* и *К`* сонаправлены и система *К`* движется относительно системы *К* со скоростью *V*, направление которой совпадает с направлением осей *X* и *X`*.

Релятивистское (лоренцево) сокращение стержня:

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2},$$

где l – длина стержня в системе *К*, l_0 – длина стержня в системе *К`*, относительно которой стержень покоится, $\beta = \frac{V}{c}$, c – скорость света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где Δt_0 – промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке пространства в системе *К`*, измеренный по часам этой системы, Δt – промежуток времени между теми же событиями, измеренный по часам системы *К*.

Зависимость массы от скорости тела:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 – масса покоя тела.

Релятивистский импульс:

$$\bar{P} = m\bar{v} = \frac{m_0\bar{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + T.$$

Кинематическое уравнение свободных гармонических колебаний:

$$x = A\cos(\omega_0 t + j_0),$$

где x – координата системы, A – амплитуда колебаний, ω_0 – круговая (циклическая) частота, φ_0 – начальная фаза, $\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза колебаний в момент времени t.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающий гармонические колебания, даются формулами

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \sin(\omega_0 t + j_0), \quad a = \frac{dv}{dt} = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + j_0) = \omega_0^2 x.$$

Полная энергия точки, совершающей гармонические колебания

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2.$$

Период колебаний

а) пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

б) математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина маятника, g – ускорение свободного падения;

в) физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{md}},$$

где I – момент инерции относительно оси колебаний, d – расстояние от центра масс маятника до оси колебаний.

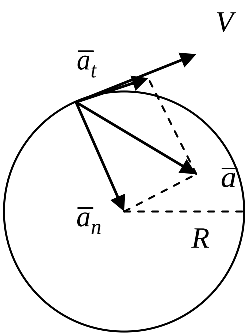
Примеры решения задач

Пример 1

Определить скорость v и полное ускорение a материальной точки в момент времени t = 2 с, если она движется по окружности с радиусом R = 1 м согласно уравнению $\xi = A\cdot t + B\cdot t^3$, где $A = 8\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B = -1\frac{\text{м}}{\text{с}^3}$, ξ – путь, пройденный точкой вдоль окружности за время t.

Дано: $\xi = A\cdot t + B\cdot t^3$, $A = 8\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B = -1\frac{\text{м}}{\text{с}^3}$, $R = 1\text{м}$, $t = 2\text{с}$

Найти: $v(t)$, $a(t)$



Решение:

По условию задачи:

$$\xi = A\cdot t + B\cdot t^3$$

Линейная скорость точки при этом меняется по закону:

$$v = \frac{d\xi}{dt} = A + 3\cdot B\cdot t^2$$

В момент времени t = 2 с:

$$v = \frac{d\xi}{dt} = A + 3\cdot B\cdot t^2 = 8\frac{\text{м}}{\text{с}} - 3\cdot 1\frac{\text{м}}{\text{с}^3}\cdot 4\text{с}^2 = -4\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Нормальное ускорение точки в этот момент времени:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{16\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{1\text{м}} = 16\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Тангенциальное ускорение точки:

$$a_t = \frac{d^2\xi}{dt^2} = 6\cdot B\cdot t = -6\cdot 1\frac{\text{м}}{\text{с}^3}\cdot 2\text{с} = -12\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Полное ускорение точки на ободе колеса: $\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_t$

Модуль полного ускорения по теореме Пифагора:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{16^2 + 12^2}\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 20\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

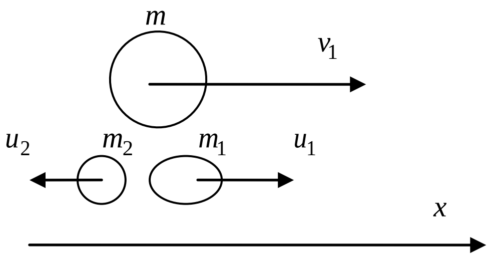
Ответ: $a = 20\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $v = -4\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Пример 2

При горизонтальном полете со скоростью $v_1 = 250\frac{\text{м}}{\text{с}}$ снаряд массой m = 8 кг разорвался на две части. Большая часть m_1 = 6 кг получила скорость $u_1 = 400\frac{\text{м}}{\text{с}}$ в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости u_2 меньшей части снаряда.

Дано: $v_1 = 250\frac{\text{м}}{\text{с}},\ m = 8\text{кг},\ m_1 = 6\text{кг},\ u_1 = 400\frac{\text{м}}{\text{с}}$

Найти: $\bar{u}_2$



Решение:

Согласно закону сохранения импульса $\bar{P}_1 = \bar{P}_2$, где $\bar{P}_1 = m\bar{v}_1$ – импульс снаряда до разрыва,

$\bar{P}_2 = m_1 \cdot \bar{u}_1 + (m - m_1) \cdot \bar{u}_2$ – импульс системы осколков, образовавшихся в результате разрыва снаряда.

Поэтому: $m_1 \cdot \bar{u}_1 + (m - m_1) \cdot \bar{u}_2 = m \cdot \bar{v}_1$.

Предположим, что скорости осколков направлены так, как показано на рисунке, тогда в проекции на ось x это векторное равенство дает:

$$m_1 \cdot u_1 - (m - m_1) \cdot u_2 = m \cdot v_1$$

$$u_2 = \frac{m_1 \cdot u_1 - m \cdot v_1}{m - m_1} = \frac{6\text{ кг} \cdot 400\frac{\text{м}}{\text{с}} - 8\text{ кг} \cdot 250\frac{\text{м}}{\text{с}}}{(8-6)\text{кг}} = 200\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

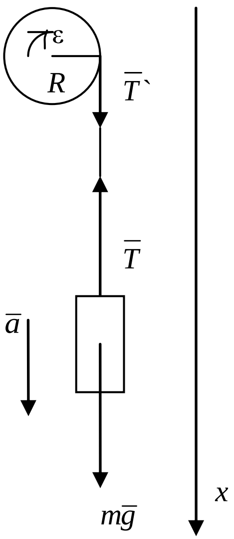
Ответ: $u_2 = 200\frac{\text{м}}{\text{с}}$, направление противоположно направлению полета снаряда.

Пример 3

На барабан радиусом $R = 20$ см, момент инерции которого равен $I = 0{,}1 \text{кг} \cdot \text{м}^2$, намотан шнур, к которому привязан груз $m = 0{,}5$ кг. До начала вращения барабана высота груза над полом была $h = 1$ м. Найти: 1) натяжение нити, 2) через сколько времени груз опустится до пола.

Дано: $R = 20 \text{см} = 0{,}2 \text{м},\ I = 0{,}1 \text{кг} \cdot \text{м}^2,\ m = 0{,}5 \text{кг},\ h = 1 \text{м}$

Найти: T, τ



Решение:

На груз действуют силы тяжести – $m \cdot \bar{g}$ и натяжения нити $\bar{T}$.

Согласно второму закону Ньютона уравнение движения груза в проекции на ось x имеет вид:

$m \cdot a = m \cdot g - T$, где a – ускорение груза, g – ускорение свободного падения.

Барабан вращается ускоренно под действием момента силы натяжения нити. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения:

$I \cdot \varepsilon = M$, где $M = T \cdot R$ – момент силы натяжения нити, ε – угловое ускорение барабана, I – момент инерции барабана. Поскольку угловое ускорение барабана связано с линейным ускорением точек на ободе барабана (равным ускорению груза) соотношением: $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$, то для определения a и T получаем систему:

$$\begin{cases} m \cdot a = m \cdot g - T \\ I \cdot \varepsilon = T \cdot R \\ \varepsilon = \dfrac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = m \cdot (g - a) \\ T = \dfrac{I \cdot \varepsilon}{R} \\ \varepsilon = \dfrac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{I \cdot a}{R^2} \\ \dfrac{I \cdot a}{R^2} = m \cdot (g - a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cdot \left(\dfrac{I}{R^2} + m \right) = m \cdot g \\ T = \dfrac{I \cdot a}{R^2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{m \cdot g}{\left(\dfrac{I}{R^2} + m\right)} \\ T = \dfrac{I \cdot m \cdot g}{R^2 \cdot \left(\dfrac{I}{R^2} + m\right)} = \dfrac{I \cdot m \cdot g}{I + m \cdot R^2} \end{cases}$$

$$T = \frac{I \cdot m \cdot g}{I + m \cdot R^2} = \frac{0{,}1\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot 0{,}5\text{кг} \cdot 9{,}81\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0{,}1\ \text{кг} \cdot \text{м}^2 + 0{,}5\ \text{кг} \cdot 0{,}04\ \text{м}^2} = 4{,}09\ H$$

$$a = \frac{T \cdot R^2}{I} = \frac{4{,}09\ \text{Н} \cdot 0{,}04\ \text{м}^2}{0{,}1\ \text{кг} \cdot \text{м}^2} = 1{,}635\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Расстояние h и время движения груза τ при равноускоренном движении связаны соотношением:

$$h = \frac{a \cdot \tau^2}{2} \ \Rightarrow\ \tau = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\text{м}}{1{,}635\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = 1{,}11\text{с}$$

Ответ: T = 4,09 Н, τ = 1,11 с.

Пример 4

Какая работа будет совершена при падении на Землю тела массой m = 2 кг: 1) с высоты h = 1000 км, 2) из бесконечности?

Дано: $m = 2\text{кг},\ h_1 = 10^6\text{м},\ h_2 = \infty$

Найти: $A_1,\ A_2$

Решение:

Потенциальная энергия тела в гравитационном поле Земли на высоте определяется выражением:

$$\Pi_1 = -G \cdot \frac{m \cdot M_З}{R_З + h}$$

Потенциальная энергия на поверхности Земли:

$$\Pi_2 = -G \cdot \frac{m \cdot M_З}{R_З}$$

Тогда работа сил гравитационного поля при падении тела:

$$A = \Pi_1 - \Pi_2 = -G\frac{m \cdot M_3}{R_3 + h} + G\frac{m \cdot M_3}{R_3} = G \cdot \frac{m \cdot M_3}{R_3} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{h}{R_3}}\right)$$

Учитывая, что у поверхности Земли ускорение свободного падения:

$g = G\frac{M_3}{R_3^2} \Rightarrow G \cdot M_3 = g \cdot R_3^2$, получим:

$$A = G \cdot \frac{m \cdot M_3}{R_3} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{h}{R_3}}\right) = \frac{m \cdot g \cdot R_3^2}{R_3} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{h}{R_3}}\right) = m \cdot g \cdot R_3 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{h}{R_3}}\right)$$

В первом случае:

$$A = m \cdot g \cdot R_3 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{h}{R_3}}\right) = 2\text{кг} \cdot 9{,}81\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\,\text{м} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{6{,}37}}\right) =$$

$$= 16{,}96 \cdot 10^6\,\text{Дж} = 16{,}96\ \text{МДж}$$

Во втором случае:

$$A_2 = m \cdot g \cdot R_3 \cdot (1 - 0) = 2\text{кг} \cdot 9{,}81\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\text{м} = 125 \cdot 10^6\text{Дж} = 125\ \text{МДж}$$

Ответ: $A_1 = 16{,}96$ МДж; $A_2 = 125$ МДж.

Пример 5

Тело массой 1 кг под действием постоянной силы движется прямолинейно. Зависимость пути, пройденного телом, от времени задана уравнением $S = 2t^2 + 4t + 1.$ Определить работу силы за 10 с. с начала ее действия и зависимость кинетической энергии от времени.

Дано: $m = 1\text{кг}, S = 2t^2 + 4t + 1$

Найти: A, $T = f(t)$

Решение:

Работа, совершаемая силой, выражается через интеграл

$A = \int F \cdot d \cdot S$

Сила, действующая на тело, по второму закону Ньютону равна:

$F = m \cdot a$ или $F = m \cdot \dfrac{d^2 S}{dt^2}$.

Мгновенное значение ускорения определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути ко времени.

$$V = \frac{dS}{dt} = 4t + 4; \; a = \frac{d^2 S}{dt^2} = 4 \; \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \; \Rightarrow$$

$$F = m\frac{d^2 S}{dt^2} = 4m$$

$$dS = (4t + 4)dt$$

Подставим в формулу работы

$$A = \int 4m(4t + 4)dt$$

Определим работу за 10 с

$$A = \int (16mt + 16m)dt = m\left[\frac{16t^2}{2}\Bigg|_0^{10} + 16t\Bigg|_0^{10}\right] = 1(8 \cdot 100 + 16 \cdot 10)\text{Дж} = 960\text{Дж}$$

Кинетическая энергия определяется по формуле $T = \dfrac{mV^2}{2}$

Подставим $V = 4t + 4,$ имеем

$$T = \frac{m(4t + 4)^2}{2} = m(8t^2 + 16t + 8)$$

Ответ: $A = 960\text{Дж}; \; T = m(8t^2 + 16t + 8)$.

Пример 6

Два шара массами $m_1 = 10\text{кг}$ и $m_2 = 15\text{кг}$ подвешены на нитях длиной L = 2 м так, что они соприкасаются между собой. Шар массой m, был отклонен на угол $\alpha = 60°$ и выпущен. Определить высоту, на которую поднимутся шары после удара. Удар считать неупругим.

Дано: $m_1 = 10$кг, $m_2 = 15$кг, $L = 2$м, $\alpha = 60°$

Найти: h_2

<u>Решение</u>:

При отклонении шара 1 на угол α ему была сообщена потенциальная энергия:

$\Pi_1 = m_1 g h_1$, где $h_1 = L(1 - \cos\alpha)$

Перед столкновением с шаром 2 он будет обладать кинетической энергией:

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}$$

По закону сохранения энергии

$\Pi_1 = T_1$, т.е.

$$m_1 g L(1 - \cos\alpha) = \frac{m_1 V_1^2}{2}$$

Отсюда скорость первого шара до удара $V_1 = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)}$

После неупругого соударения оба шара получают одинаковую скорость V_2, которую определим из закона сохранения импульса:

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V_2,$$

$$V_2 = \frac{m_1 \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)}}{m_1 + m_2}$$

Кинетическая энергия в нижнем положении перейдет в потенциальную энергию при их поднятии

$$T_2 = \Pi_2$$

$$\frac{(m_1 + m_2) V_2^2}{2} = (m_1 + m_2) g h_2,$$

Отсюда: $h_2 = \dfrac{V_2^2}{2g} = \dfrac{L m_1^2 (1 - \cos\alpha)}{(m_1 + m_2)^2}$

После соответствующих вычислений получаем: $h_2 = 0{,}16$м.

Ответ: $h_2 = 0{,}16$м.

Пример 7

Протон движется со скоростью 0,7*c* (*c* – скорость света). Найти количество движения и кинетическую энергию протона.

Дано: $V = 0{,}7c$

Найти: p, T

Решение:

Количество движения протона (импульс) определяется по формуле $p = mV$

Т.к. скорость протона сравнима со скоростью света, необходимо учесть релятивистскую массу

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

где m – масса движущегося протона, $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг – масса покоя протона, $c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – скорость света в вакууме

Тогда импульс протона

$$p = \frac{m_0 c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = 4{,}91 \cdot 10^{-19} \, \frac{\text{м} \cdot \text{кг}}{\text{с}}$$

В релятивистской механике кинетическую энергию частицы определяют $T = E - E_0$, где

E_0 – энергия покоя протона; $E_0 = m_0 c^2$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$ – полная энергия

Тогда $T = m_0 c^2 \left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = 0{,}6 \cdot 10^{-10}$ Дж

Ответ: $p = 4{,}91 \cdot 10^{-19} \, \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; $T = 0{,}6 \cdot 10^{-10}$ Дж.

Пример 8

Амплитуда гармонических колебаний материальной точки A = 2 см, полная энергия колебаний $E = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F = 2{,}25 \cdot 10^{-5}$ Н?

Дано: $E = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж, $A = 2 \cdot 10^{-2}$ м, $F = 2{,}25 \cdot 10^{-5}$ Н

Найти: x

Решение:

Полная энергия гармонических колебаний определяется формулой $E = \dfrac{1}{2} m A^2 \omega^2$, а ускорение $a = -\omega_0{}^2 x$

Применив второй закон Ньютона, найдем силу, действующую на точку:

$$F = ma = m(-\omega_0{}^2 x)$$

Определим $(m \cdot \omega_0{}^2)$ из первой формулы и подставим:

$$F = -x(m\omega_0{}^2) = -x\frac{2E}{A^2}$$

Знак «–» указывает на то, что сила F направлена против смещения x.

По модулю: $x = \dfrac{F \cdot A^2}{2E}$.

Ответ: $x = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ *м*.

III. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М: Высшая школа, 1985.
2. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М: Наука, 1977-1979.
3. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М: Наука, 1979.
4. Чертов, А.Г. Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.Н Воробьев. – М: Высшая школа, 1988.
5. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирганг. – М: Высшая школа, 1977.
6. Рогачев, Н.М. Физика: учеб. пособие для студентов заочного обучения СГАУ: в 2 ч. Ч. I / Н.М. Рогачев. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, 1999.

IV. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

№ варианта	Номер задач							
1	1	21	31	41	61	71	81	101
2	2	22	32	42	62	72	82	102
3	3	23	33	43	63	73	83	103
4	4	24	34	44	64	74	84	104
5	5	25	35	45	65	75	85	105
6	6	26	36	46	66	76	86	106
7	7	27	37	47	67	77	87	107
8	8	28	38	48	68	78	88	108
9	9	29	39	49	69	79	89	109
10	10	30	40	50	70	80	90	110
11	11	21	31	51	61	71	91	101
12	12	22	32	52	62	72	92	102
13	13	23	33	53	63	73	93	103
14	14	24	34	54	64	74	94	104
15	15	25	35	55	65	75	95	105
16	16	26	36	56	66	76	96	106
17	17	27	37	57	67	77	97	107
18	18	28	38	58	68	78	98	108
19	19	29	39	59	69	79	99	109
20	20	30	40	60	70	80	100	110

1. Точка движется по окружности радиусом R = 30 см = 0,3 м с постоянным угловым ускорением ε. Определить тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что за время t = 4 с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение $a_n = 2{,}7\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Вычислите тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точки на ободе колеса радиусом R = 8 м в момент времени t = 3 с, если колесо вращается согласно уравнению $\varphi = A\cdot t + B\cdot t^3$, где $A = 2\,\frac{1}{\text{с}}$, $B = 2\,\frac{1}{\text{с}^3}$.

3. Диск радиусом $R = 0{,}2$ м вращается согласно уравнению: $\varphi = A + B\cdot t + C\cdot t^3$, где $A = 3$ рад, $B = -1\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $C = 0{,}1\,\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорение точек на окружности диска для момента времени t =10 с.

4. Точка движется по окружности радиусом R = 1,2 м. Уравнение движения точки $\varphi = A\cdot t + B\cdot t^3$, где $A = 0{,}5\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $B = 0{,}2\,\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени t = 4 с.

5. Тело брошено под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $v_0 = 30\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Каковы будут нормальное и тангенциальное ускорения тела через время t =1 с после начала движения?

6. Тело брошено под углом $\alpha = 60°$ к горизонту со скоростью $v_0 = 100\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Каковы будут нормальное и тангенциальное ускорения тела в момент его падения на землю?

7. Маховик радиусом R начинает вращаться равноускоренно. В момент времени t_1 скорость точки на ободе маховика становится равной $v\ t_1\ = v_1$. Найти угловую скорость ω, нормальное a_n, тангенциальное a_τ и полное ускорение a точки в момент времени t_2.

8. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью $v_0 = 30\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определить скорость v, тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорение камня в конце второй секунды после начала движения.

9. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону: $\varphi = a \cdot t - b \cdot t^3$, где $a = 6,0\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $b = 2,0\,\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$. Найти: а) средние значения угловой скорости и углового ускорения за промежуток времени от t = 0 с до остановки, б) угловое ускорение в момент остановки тела.

10. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол φ его поворота зависит от времени как $\varphi = \beta \cdot t^2$, где $\beta = 0,20\,\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$. Найти полное ускорение a точки A на ободе колеса в момент t = 2,5 с, если скорость точки A в этот момент $v = 0,65\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

11. Диск радиусом $r = 10\,\text{см} = 0,1\,\text{м}$, находящийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,5\frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$. Найти тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное ускорение a точек на окружности диска в конце второй секунды после начала движения.

12. Точка движется по окружности радиусом $R = 30\,\text{см} = 0,3\,\text{м}$ с постоянным угловым ускорением ε. Определить тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что за время t = 4 с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение $a_n = 2,7\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

13. Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 2$ м согласно уравнению $S = 8 \cdot t - 0,2 \cdot t^3$. Найти скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорение в момент времени $t = 3$ с.

14. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 0,5$ м. Ее тангенциальное ускорение $a_\tau = 10 \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Чему равны нормальное и полное ускорения точки в конце третьей секунды после начала движения. Найти угол между векторами полного и нормального ускорения в этот момент.

15. Автомобиль движется по закруглению шоссе, имеющему радиус кривизны $R = 50$ м. Закон движения автомобиля выражается уравнением $S = 10 + 10 \cdot t - 0,5 \cdot t^2$. Найти скорость автомобиля, его тангенциальное, нормальное и полное ускорения в конце пятой секунды.

16. От самолета, летящего горизонтально со скоростью $v_0 = 500 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, оторвался предмет. Чему равны нормальное и тангенциальное ускорения предмета через $t = 50$ с после начала падения? Сопротивление воздуха не учитывать.

17. Тело брошено со скоростью $v_0 = 15 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Определить скорость тела, а также его нормальное и тангенциальное ускорения через две секунды после начала движения.

18. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 1$ м согласно уравнению $S = 8t - 0,2t^3$. Найти скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

19. Точка обращается по окружности радиусом R 8 м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4 \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$, вектор полного ускорения $\bar{a}$ образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол $\alpha = 60°$. Найти скорость v и тангенциальное ускорение a_τ точки.

20. Определить полное ускорение a в момент t 3 с точки, находящейся на ободе колеса радиусом R 0,5 м, вращающегося согласно уравнению $\varphi = A \cdot t + B \cdot t^3$, где $A = 2\,\frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $B = 0{,}2\,\frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$.

21. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 4\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Когда оно достигло верхней точки полета, с той же начальной скоростью $v_0 = 4\frac{\text{м}}{\text{с}}$ вертикально вверх брошено второе тело. На каком расстоянии h от начального пункта встретятся тела? Сопротивление воздуха не учитывать.

22. Материальная точка движется прямолинейно с ускорением $a = 5\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определить, на сколько путь, пройденный точкой в n-ю секунду, будет больше пути, пройденного в предыдущую секунду. Принять $v_0 = 0$.

23. Две автомашины движутся по дорогам, угол между которыми $\alpha = 60°$. Скорость автомашин $v_1 = 54\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $v_2 = 72\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. С какой скоростью v удаляются машины одна от другой.

24. Материальная точка движется прямолинейно с начальной скоростью $v_0 = 10\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и постоянным ускорением $a = -5\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определить, во сколько раз путь ΔS, пройденный материальной точкой, будет превышать модуль ее перемещения Δr спустя $t = 4$ с после начала отсчета времени.

25. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью $v_1 = 18\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2 = 22\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью $v_3 = 5\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определить среднюю скорость (v) велосипедиста.

26. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую половину пути он проехал со скоростью $v_1 = 15\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2 = 20\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью $v_3 = 5\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определить среднюю скорость (v) велосипедиста.

27. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью $v_1 = 60\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$, остальную часть пути – со скоростью $v_2 = 80\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какова средняя путевая скорость (v) автомобиля.

28. Одну треть своего пути автомобиль прошел со скоростью $v_1 = 80\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$, остальную часть пути – со скоростью $v_2 = 70\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какова средняя путевая скорость (v) автомобиля.

29. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте h = 8,6 м два раза с интервалом Δt = 3 с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость брошенного тела.

30. С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 5\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$. Через время t = 2 с мячик упал на землю. Определить высоту балкона и скорость мячика в момент удара о землю.

31. Два бруска массами m_1 = 1 кг и m_2 = 4 кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу F = 10 Н, направленную горизонтально? Какова будет сила натяжения T шнура, соединяющего бруски, если силу F = 10 Н приложить к первому бруску? Ко второму бруску? Трением пренебречь.

32. На автомобиль массой m = 1 т во время движения действует сила трения $F_{\text{тр}}$, равная 0,1 его веса. Найти силу тяги F, развиваемую мотором, если автомобиль движется с ускорением $a = 1\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$ в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути.

33. Невесомый блок укреплен в вершине наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = m = 1$ кг соединены нитью и перекинуты через блок. Найти ускорение a, с которым движутся гири и силу натяжения T нити. Коэффициент трения гири 2 о наклонную плоскость $\mu = 0,1$. Трением в блоке пренебречь.

34. Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом $r = 4$ м. С какой наименьшей скоростью $v_{\min}$ должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?

35. Груз массой $m = 150$ кг подвешен на стальной проволоке, выдерживающей силу натяжения $T = 2,94$ кН. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении грузом положения равновесия?

36. Автомобиль массой $m = 5$ т движется со скоростью $v = 10\frac{\text{м}}{\text{с}}$ по выпуклому мосту. Определить силу F давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус кривизны моста равен $R = 50$ м.

37. Трамвайный вагон массой $m = 5$ т идет по закруглению радиусом $R = 128$ м. Найти силу бокового давления F колес на рельсы при скорости движения $v = 9\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

38. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением $1\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Уклон горы составляет 1 м на каждые 25 м пути. Масса автомобиля $9,8 \cdot 10^2$ кг. Коэффициент трения равен 0,1.

39. Тело массой 3 кг движется с ускорением, изменяющимся по закону $a = 10 \cdot t - 10$, $v_0 = 0$. Определить силу, действующую на тела через 3 с после начала ее действия и скорость в конце третьей секунды.

40. Под действием постоянной силы $F = 10$ Н тело движется прямолинейно и зависимость пройденного пути от времени имеет вид: $S = 10 - 5t + 2t^2$. Найти массу тела.

41. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha = 30°$ к линии горизонта. Определить скорость отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью v = 480 м/с. Масса платформы с орудием и снарядом M = 18 т, масса снаряда m = 60 кг.

42. Человек массой m_1 = 70 кг, бегущий со скоростью $v_1 = 9\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, догоняет тележку массой m_2 = 190 кг, движущуюся со скоростью $v_2 = 3{,}6\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

43. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой m_1 = 2,5 кг под углом $\alpha = 30°$ к горизонту со скоростью $v = 10\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Какова будет начальная скорость v движения конькобежца, если масса его m_2 = 60 кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

44. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его m_1 = 60 кг, масса доски m_2 = 20 кг. С какой скоростью относительно пола будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) $v = 1\frac{\text{м}}{\text{с}}$? Массой колес и трением пренебречь.

45. Две одинаковые лодки массами m = 200 кг каждая (вместе с человеком и грузами, находящимися в лодках) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми

скоростями $v = 1\frac{м}{с}$. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают грузы массами $m_1 = 20$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 лодок после перебрасывания грузов.

46. На сколько переместится относительно берега лодка длиной $L = 3{,}5$ м и массой $m_1 = 200$ кг, если стоящий на корме человек массой $m_2 = 80$ кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу.

47. Определить импульс $\overline{p}$, полученный стенкой при ударе об нее шарика массой $m = 300$ г, если шарик двигался со скоростью $v = 8\frac{м}{с}$ под углом $\alpha = 60°$ к плоскости стенки. Удар о стенку считать упругим.

48. Снаряд, летевший со скоростью $v = 400\frac{м}{с}$, в верхней точке траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противололожном направлении со скоростью $u_1 = 150\frac{м}{с}$. Определить скорость u_2 большего осколка.

49. Мальчик стоит неподвижно на льду рядом с санками. Масса мальчика M, масса санок m. Мальчик толкает санки, сообщая им скорость v, а сам двигается в противоположном направлении. Какую работу совершает мальчик?

50. Снаряд массой $m = 10$ кг летит горизонтально со скоростью $v = 200\frac{м}{с}$ и разрывается на две части. Одна часть массой $m_1 = 3$ кг полетела вперед под углом $\alpha = 60°$ к горизонту со скоростью $v_1 = 400\frac{м}{с}$. С какой по модулю скоростью и в каком направлении полетела вторая часть снаряда?

51. В лодке массой $m_1 = 240$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Лодка плывет со скоростью $v_1 = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 4\frac{\text{м}}{\text{с}}$ (относительно лодки). Найти скорость лодки после прыжка человека: 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону противоположную движению лодки.

52. Шар массой $m_1 = 2$ кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и при этом теряет 40% кинетической энергии. Определить массу m_2 большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

53. В деревянный шар массой $m_1 = 8$ кг, подвешенный на нити длиной $L = 1{,}8$ м, попадает горизонтально летящая пуля массой $m_2 = 4$ г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3°$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

54. Шар массой $m_1 = 1$ кг движется со скоростью $v_1 = 4\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и сталкивается с шаром массой $m_2 = 2$ кг, движущимся навстречу ему со скоростью $v_2 = 3\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Каковы скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

55. Шар массой $m_1 = 3$ кг движется со скоростью $v_1 = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5$ кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

56. Шар массой $\mathrm{m}_1 = 4$ кг движется со скоростью $v_1 = 5\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6$ кг, который движется ему

навстречу со скоростью $v_2 = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

57. Шар массой $m_1 = 5$ кг движется со скоростью $v_1 = 1\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 2$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

58. Стальной шарик массой $m = 0{,}02$ кг, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 0{,}81$ м. Найти: 1) импульс силы, полученный за время удара, 2) количество теплоты, выделившейся при ударе.

59. Тело массой $m = 0{,}5$ кг падает с некоторой высоты на плиту массой $m_1 = 1$ кг, укрепленную на пружине жесткостью $k = 4\frac{\text{кН}}{\text{м}}$. Определить на какую длину сожмется пружина, если в момент удара скорость груза $v = 5\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Удар считать неупругим.

60. Шар, движущийся со скоростью v_1 сталкивается с покоящимся шаром другой массы и после упругого центрального удара продолжает двигаться в том же направлении со скоростью v_2. С какой скоростью полетит после удара второй шар?

61. С поверхности Земли вертикально вверх стартует ракета со скоростью $v = 5\frac{\text{м}}{\text{с}}$. На какую высоту она поднимется?

62. По круговой орбите вокруг Земли обращается спутник с периодом $T = 105$ мин. Определить высоту спутника.

63. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой $m = 30$ кг. Определить работу A, которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения g и радиус Земли $R_З$ считать известными.

64. Спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте h = 520 км. Определить период обращения спутника.

65. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю. Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

66. Определить угловую и линейную скорости спутника Земли, обращающегося по круговой орбите на высоте h = 1000 кг. Ускорение свободного падения g и радиус Земли считать известными.

67. С какой скоростью упадет на поверхность Луны метеорит, скорость которого вдали от Луны мала? Атмосфера на Луне отсутствует.

68. Какую работу необходимо совершить, чтобы вывести тело массой m = 250 кг на орбиту искусственной планеты солнечной системы.

69. Определить работу, которую совершают силы гравитационного поля Земли, если тело массой m = 2 кг упадет на поверхность Земли с высоты, равной радиусу Земли.

70. Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно $r = 3{,}84 \cdot 10^8$ м?

71. Нить с привязанными к ее концам грузами массой m_1 = 50 г и m_2 = 60 г перекинута через блок диаметром D = 4 см. Определить момент инерции блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\varepsilon = 1{,}5 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$.

72. Маховик насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой m = 800 г. Опускаясь равкоускоренно, груз прошел S = 160 см за τ = 2 с. Радиус маховика R = 20 см. Найти момент инерции маховика.

73. На обод маховика диаметром $D = 60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Определить момент инерции маховика, если он вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t = 3$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9$ рад/с.

74. На барабан радиусом $R = 0{,}5$ м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 10$ кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2{,}04$ м/с^2.

75. К концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}2$ кг, $m_2 = 0{,}3$ кг. Во сколько раз отличаются силы, действующие на нить по обе стороны от блока, если масса блока $m = 0{,}4$ кг, а его ось движется вертикально вверх с ускорением $a = 2\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$? Силами трения и проскальзывания нити по блоку пренебречь.

76. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную на платформе точку? Масса платформы $m_1 = 280$ кг, масса человека $m_2 = 80$ кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

77. Горизонтальная платформа массой $m_1 = 150$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n_1 = 8$ об/мин. Человек массой $m_2 = 70$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью ω_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека материальной точкой.

78. Два горизонтально вращающихся один над другим диска расположены так, что их плоскости параллельны, а центры лежат на одной вертикали. Угловая скорость и момент инерции первого диска равны 10 рад/с и $2 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$, а второго – соответственно 5 рад/с и

$4 \cdot 10^{-3} \text{кг} \cdot \text{м}^2$. Первый диск падает на второй и система вращается как единое целое. Определить угловую скорость вращающейся системы.

79. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом 2 м, стоит человек. Масса платформы 200 кг, масса человека 80 кг. Платфома может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью 2 м/с относительно платформы.

80. Платформа в виде диска радиусом 1 м вращается по инерции, делая 6 об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого 80 кг. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции человека следует рассчитывать как момент инерции материальной точки. Масса платформы 200 кг.

81. Электрон, скорость которого $v_1 = 0{,}97c$, движется навстречу протону, имеющему скорость $v_2 = 0{,}5c$. Определить скорость их относительного движения.

82. Собственное время жизни π-мезона $\tau_0 = 2{,}6 \cdot 10^{-8}$ с. Чему равно время жизни π-мезона для наблюдателя, относительно которого эта частица движется со скоростью $v = 0{,}95c$?

83. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составит 50%?

84. Прямоугольный брусок размером $3{,}3 \times 3{,}3 \times 6{,}9$ см движется параллельно большому ребру. При какой скорости движения он будет казаться кубом.

85. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза?

86. π-мезон – нестабильная частица. Собственное время жизни его $\tau = 2{,}6 \cdot 10^{-8}$ с. Какое расстояние пролетит π-мезон до распада, если он движется со скоростью $0{,}99c$?

87. По условию предыдущей задачи определить, на сколько расстояние, пролетаемое π-мезоном, при релятивистском замедлении времени больше чем, если бы такого замедления не было.

88. Найти собственное время жизни нестабильной частицы μ-мезона, движущегося со скоростью $y = 0{,}99c$, если расстояние, пролетаемое им до распада равно $L = 10$ км.

89. Кинетическая энергия частицы оказалась равной ее энергии покоя, какова скорость частицы?

90. Масса движущегося протона $m = 2{,}25 \cdot 10^{-27}$ кг. Найти скорость и кинетическую энергию протона.

91. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов в $U = 100$ МВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Чему равна скорость электрона?

92. Определить скорость протона, если его релятивистская масса в три раза больше массы покоя. Вычислить кинетическую и полную энергии протона.

93. Вычислить скорость, полную и кинетическую энергию протона в тот момент, когда его масса равна массе α-частицы.

94. Найти импульс, полную и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью, равной $v = 0{,}7c$.

95. С какой скоростью движется электрон, если его кинетическая энергия $T = 1{,}78$ МэВ? Определить импульс электрона.

96. Частица движется со скоростью $v = \frac{c}{3}$, где c – скорость света в вакууме. Какую долю энергии покоя составляет кинетическая энергия частицы?

97. При какой скорости релятивистская масса любой частицы в n = 3 раза больше ее массы покоя?

98. Во сколько раз релятивистская масса m электрона, обладающего кинетической энергией 1,53 МэВ больше его массы покоя m_0?

99. Электрон прошел ускоряюшую разность потенциалов 100 МВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Вычислить его полную и кинетическую энергии.

100. Вычислить скорость, полную и кинетическую энергию протона в тот момент, когда его масса равна массе α-частицы.

101. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых $x = A \cdot \sin\omega \cdot t$, где A = 5 см, ω = 2 $с^{-1}$. В момент, когда на точку действовала возвращающая сила F = +5 мН, точка обладала потенциальной энергией $П$ = 0,1 мДж. Найти этот момент времени и соответствующую фазу колебаний.

102. Определить максимальное ускорение a_{max} материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой A = 15 см, если наибольшая скорость точки $v_{max} = 30\frac{см}{с}$. Написать также уравнение колебаний.

103. Найти максимальную кинетическую энергию T_{max} материальной точки массой m = 2 г, совершающей гармонические колебания с амплитудой A = 4 см и частотой ν = 5 Гц.

104. Материальная точка, масса которой 4 г, колеблется с амплитудой 4 см и частотой 0,5 Гц. Какова скорость точки в положении, где смещение 2 см?

105. Материальная точка, масса которой 8 г, колеблется с амплитудой 4 см и частотой 1 Гц. Каково ускорение точки в положении, где смещение 2 см?

106. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой M = 200 г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью k = 500 Н/м. В шар попадает пуля массой m = 10 г, летящая со скоростью v = 300 м/с, и застревает в нем. Пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебаний шара.

107. Шарик массой $m = 60$ г колеблется с периодом $T = 2$ с. В начальный момент времени смещение шарика $x_0 = 4$ см и он обладает энергией $E = 0{,}02$ Дж. Записать уравнение простого гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

108. Определить период T колебаний математического маятника, если его модуль максимального перемещения $\Delta r_{\max} = 18\text{ см}$ и максимальная скорость $v_{\max} = 16\frac{\text{см}}{\text{с}}$.

109. Математический маятник длиной $L = 1$ м установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением $a = 2{,}5\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определить период T колебаний λ маятника.

110. Математический маятник длиной $L = 1$ м установлен в лифте. Лифт опускается с ускорением $a = 3\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определить период T колебаний маятника.

Электронное учебное издание

КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ
(часть первая)

Методические указания

Составитель ***Светлана Ивановна Андриянова***

Редактор Т. С. П е т р е н к о
Доверстка Т. С. П е т р е н к о

Арт. С – ЭЗ/2011

Самарский государственный
аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.