

СТАУ: 5

8413

Лаб. работа **ЗМ**

Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева

Экспериментальное определение
мощности иерхит вращающейся
системы

[Самара, 1996]

СТАУ: 5

3413

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени академика С.П. КОРОЛЁВА

Лабораторная работа № 3-И

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ
МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ

Самарский Государственный
аэрокосмический университет
№ 635426
Научно-техническая
библиотека

[Самара, 1996]

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ

Цель работы: изучение закона сохранения для вращательного движения твердых тел, измерение и теоретическое определение момента инерции системы тел.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка FPM-03, штампгенциркуль.

Краткая теория

Лабораторная работа проводится с использованием маятника Максвелла, который представляет собой диск, посаженный на ось и подвешенный на двух параллельных нитях (бифилярный подвес) (рис.1).

Маятнику можно сообщить потенциальную энергию, подняв его на некоторую высоту, намотав при этом нити на ось. Затем в верхнем положении маятник освобождает. Силы и моменты сил, действующие на маятник, сообщают ему одновременно поступательное и вращательное движение.

Для данной физической системы "подвес-маятник-Земля", в предположении ее замкнутости и при выборе начальной точки отсчета по вертикальной оси в крайнем верхнем положении маятника, закон сохранения энергии запишется в виде

$$\frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} - mgh = -mgh_0, \quad (I)$$

где J - момент инерции маятника относительно оси стержня;
 m - масса маятника, равная суммарной массе диска 6, стержня 7 и сменного кольца 8 (рис.2). Масса сменных колец 8 указана на каждом кольце;
 ω - угловая скорость маятника; v - скорость центра масс маятника;
 h_0 - начальная высота подъема маятника;
 h - текущая координата нижней образующей диска маятника.

Начальное состояние системы при $t=0$:

$$h = h_0, \quad v_0 = 0, \quad \omega = 0, \quad \Pi = -mgh_0.$$

Конечное состояние системы:

$$h = h_0 + s, \quad v = v_{max}, \quad \omega = \omega_{max}, \quad \Pi = -mgh_0 - mgs.$$

Здесь $s = h - h_0$ - путь, пройденный маятником за время его движения t .

125
ЖК

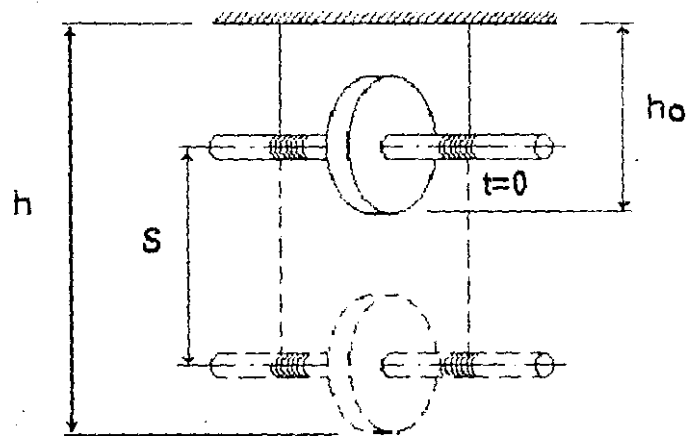


Рис. 1

Маятник Максвелла

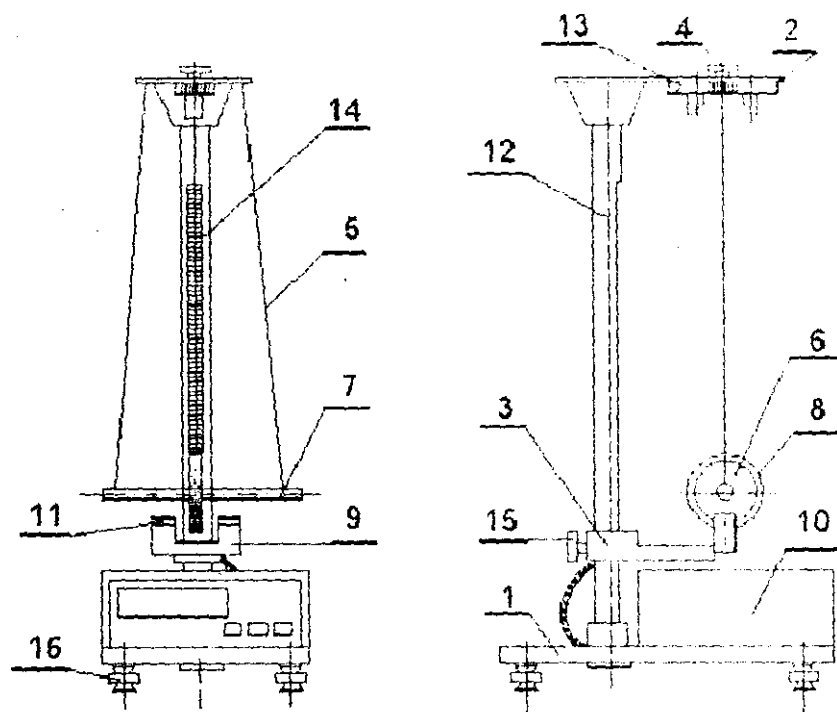


Рис. 2

Можно показать, что при выполнении соотношения (I. I) ускорение маятника a в процессе его движения остается постоянным. Для этого продифференцируем (I. I) по времени, учитывая, что скорость центра масс $v = \frac{dh}{dt}$ связана с угловой скоростью маятника ω и радиусом стержня, на который наматывается нить, соотношением $\omega R = v$.

После дифференцирования (I. I) получим

$$J\omega \frac{d\omega}{dt} + m v \frac{dv}{dt} - mg \frac{dh}{dt} = 0,$$

или
$$\frac{J}{R^2} \frac{dv}{dt} + m \frac{dv}{dt} - mg = 0.$$

Отсюда ускорение a определится выражением

$$a = \frac{dv}{dt} = g \frac{1}{1 + \frac{J}{mR^2}}. \quad (2)$$

Для данного маятника величины J , m и R являются постоянными, следовательно, ускорение $a = \text{const}$.

При $a = \text{const}$ и $v_0 = 0$ в выбранной системе отсчета

$$s = \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

Таким образом, момент инерции маятника можно рассчитать по формуле

$$J = mR^2 \left(\frac{g}{a} - 1 \right), \quad (4)$$

которая непосредственно следует из формулы (2).

Так как на практике непосредственно измеряется не радиус R , а диаметр осевого стержня d_1 (см. обозначения на рис. 4), то формулу (4) можно представить в виде

$$J = \frac{m d_1^2}{4} \left(\frac{g}{a} - 1 \right). \quad (5)$$

Требуемое значение ускорения a определяется по формуле (3), если экспериментально определить путь s , проходимый маятником, и соответствующее время движения t .

Однако, электромагнит I3 (рис.2), удерживающий маятник в начальном положении обладает инертностью. После выключения он продолжает удерживать маятник еще некоторое время δt .

При одновременном включении миллисекундомера и размыкании цепи электромагнита отсчет времени начинается на δt секунд раньше начального момента движения маятника. В этом случае измеренное значение времени движения маятника получается завышенным. Эту систематическую ошибку можно исключить.

Запишем (3) с учетом времени задержки маятника электромагнитом δt в виде

$$S = \frac{a(t - \delta t)^2}{2},$$

откуда

$$\sqrt{S} = \sqrt{\frac{a}{2}} \cdot (t - \delta t).$$

Из полученного выражения видно, что график зависимости $\sqrt{S} = f(t)$ представляет собой прямую с угловым коэффициентом

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{a}{2}} = \frac{\Delta(\sqrt{S})}{\Delta t},$$

где $\Delta(\sqrt{S}) = (\sqrt{S})_2 - (\sqrt{S})_1$,
 $\Delta t = t_2 - t_1$.

Точки 1 и 2 выбираются произвольно в пределах построенного прямолинейного участка графика $\sqrt{S} = f(t)$.

При этом величина δt не влияет на наклон прямой, а значит и на значение ускорения, которое определится в виде

$$a = 2 \operatorname{tg}^2 \alpha \quad (6)$$

Лабораторная установка

Общий вид установки показан на рис.2.

На вертикальной стойке I2 основания I крепятся два кронштейна: верхний 2, неподвижный, и нижний 3, подвижный. Верхний кронштейн снабжен электромагнитом I3 и устройством 4 для регулировки длины и фиксации бифилярного подвеса 5. Маятник представляет собой диск 6, закрепленный на стержне 7, подвешенном на двух параллельных нитях. На диск одеваются сменные разрезные кольца 8. Маятник со сменными кольцами фиксируется электромагнитом в верхнем исходном положении. На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала I4, по которой определяется путь, пройденный маятником.

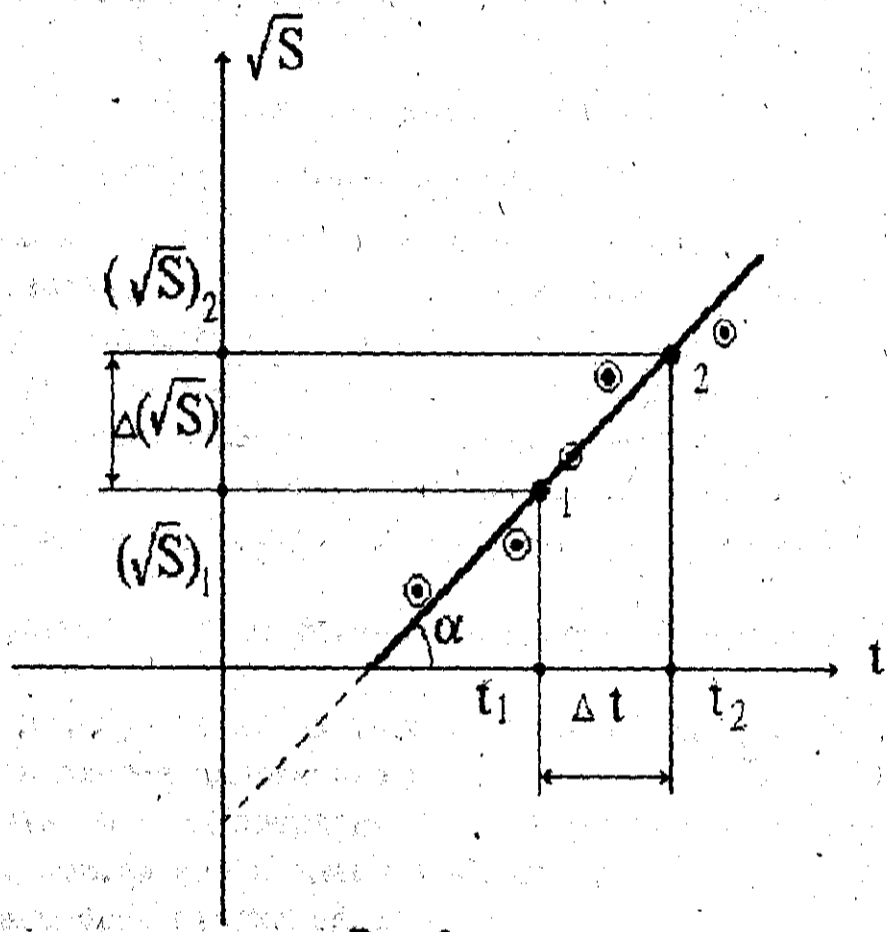


Рис. 3

Фотоэлектрический датчик 9, с помощью которого определяется время движения маятника, закреплен на подвижном кронштейне 3. Кронштейн 3 обеспечивает возможность перемещения фотодатчика вдоль вертикальной стойки и его фиксирования зажимом 15 в любом месте шкалы в пределах 0 - 410 мм.

Фотодатчик 9 подает электрический сигнал на миллисекундомер 10 в момент прохождения маятником фотодатчика. Миллисекундомер 10 является самостоятельным прибором с цифровой индикацией.

Порядок выполнения работы

Упражнение I. Экспериментальное определение момента инерции.

1. Установить кронштейн 3 по высоте в крайнее нижнее положение так, чтобы указатель, окрашенный в черный цвет, совпадал с нижней отметкой шкалы 14 (цифра 40).

2. Надеть одно из трех сменных колец 8 на диск 6.

Установить необходимую длину нити с помощью устройства 4 так, чтобы нижняя кромка сменного кольца находилась на 4-5 мм ниже оптической оси фотодатчика (метка II). Ось маятника должна быть горизонтальной.

3. Регулировкой опор 16 установить диск 6 посередине зазора фотодатчика 9.

4. Нажать кнопку "Сеть" на панели миллисекундомера 10.

В этот момент подается напряжение на электромагнит 13.

5. Накрутить нити на стержень 7 и зафиксировать маятник в верхнем положении, прижав его к электромагниту. Нити подвеса в этом положении должны быть слегка ослабленными.

6. Установить индикатор отсчета времени на 0, нажав кнопку "Сброс".

7. Нажать кнопку "Пуск". Происходит выключение электромагнита и включение миллисекундомера. В момент пересечения оптической оси фотодатчика маятником прекращается отсчет времени его движения.

8. Поднявшийся вновь маятник в верхнем положении задержать рукой и осторожно опустить вниз, размотав нити.

9. Записать время падения маятника, измеренное миллисекундомером.

10. Провести операции 2-9 для трех-пяти различных значений высоты $h-h_0$, устанавливая ее перемещением кронштейна 3. Для каждого значения высоты предварительно установить устройством 4 нужную длину подвеса (п.2). Результаты занести в табл. I.

II. Повторить измерение для других сменных колец. Результаты занести в таблицы 2 и 3, форма которых подобна таблице I.

Обработка результатов измерений

I. Для каждого маятника, используя соответствующие таблицы, построить графики $\sqrt{s} = f(t)$. При построении графиков следует иметь в виду, что экспериментальные точки обычно "отягощены" погрешностями, вследствие чего они точно не ложатся на прямую. В этом случае искомая прямая проводится так, чтобы среднее расстояние точек до прямой было бы минимальным. Существуют математические методы решения этой задачи, но в данной работе они не используются, и прямая проводится "наглаз".

2. Выбрать на прямой две точки так, чтобы расстояние между ними было возможно большим, найти величины $\Delta(\sqrt{s})$ и Δt с учетом масштабов по соответствующим осям и вычислить $tg\alpha$. Результаты расчетов записать в соответствующие таблицы.

3. По рассчитанным значениям $tg\alpha$ вычислить ускорения a (формула (6)). Записать результаты в таблицы.

4. Вычислить искомые значения моментов инерции всех исследуемых маятников с использованием формулы (5). Записать результаты расчета в таблицу 5.

№ измерения	Масса сменного кольца	Координата нижней образующей маятника		Путь, пройденный маятником	\sqrt{s} (мм) ^{1/2}	Время движения маятника	Результаты графической обработки
		начальная	конечная				
	m	h_0	h	S		t	ускорение маятника $a, \text{ м/с}^2$ $tg\alpha$ $(\text{мм})^{1/2}/\text{с}$
	m_2			MM		c	

с различными кольцами

105
211

Таблица 5

Расчет моментов инерции маятника Максвелла
с различными кольцами

Масса сменного кольца m кг	Диаметр осевого стержня d_1 мм	Ускорение маятника a м/с ²	Момент инерции маятника J кг·м ²

5. Рассчитать теоретические значения моментов инерции маятников Максвелла. Чертеж маятника представлен на рис. 4. Расчет проводится по формулам:

а) момент инерции осевого стержня

$$J_{oc} = \frac{1}{8} m_{oc} d_1^2,$$

масса осевого стержня приведена в таблице около установки,

б) момент инерции диска

$$J_g = \frac{1}{8} m_g (d_2^2 + d_1^2),$$

масса диска приведена в таблице около установки,

в) момент инерции кольца

$$J_k = \frac{1}{8} m_k (d_3^2 + d_2^2),$$

масса кольца указана на боковой поверхности,

г) теоретический момент инерции маятника

$$J_{теор} = J_{oc} + J_g + J_k.$$

6. Результаты расчетов вместе с экспериментальными значениями моментов инерции J записать в итоговую таблицу 6.

Провести сравнение теоретических и экспериментальных значений моментов инерции, вычислив относительное отклонение по формуле:

$$\frac{\Delta J}{J_{теор}} = \frac{J_{теор} - J}{J_{теор}} \cdot 100\%$$

Таблица 6

Сравнение теоретических и экспериментальных значений моментов инерции маятника Максвелла

№ кольца	Момент инерции маятника		Относительное отклонение
	теоретический	экспериментальный	
	$J_{теор}$ кг·м ²	J кг·м ²	$\frac{\Delta J}{J_{теор}}$

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон сохранения энергии для движения маятника и дайте его математическую запись.
2. Что такое момент инерции? Как определяется момент инерции маятника?
3. Дайте определение момента силы относительно точки. Что такое момент силы относительно оси?
4. Дайте определение центра масс.
5. Каковы единицы измерения момента силы в СИ?
6. Как рассчитывается момент инерции диска и чему он равен?

Л и т е р а т у р а

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т. I.-М.: Наука, 1970, §§ 39,40.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, т. I.-М.: Наука, 1977, § 42.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики, т. I. Механика-М.: Наука, 1979, §§ 30,32,33.