Составитель К.Е. Воронов

УДК 621.372 (075)

Анализ систем и сигналов: метод. указания к курсовой работе / Самар. гос. аэрокосм. ун-т; Сост. *К.Е. Воронов*. – Самара, 2006. 27 с.

Приводятся сведения об основных этапах выполнения курсовой работы, варианты задания. Приводятся краткие теоретические сведения, необходимые для выполнения расчетных этапов. Расчеты рекомендуется производить с использованием пакета Mathcad. Приводятся краткое описание последовательности выполнения этапов моделирования сигналов, их прохождение через элементы электрических цепей. Моделирование рекомендуется выполнять с помощью программ PSpice пакета ORCAD 9.0, 9.1, 9.2.

Методические указания предназначены для студентов специальности 200401 (190500), изучающих курс "Анализ систем и сигналов". Подготовлены на кафедре радиотехники и медицинских диагностических систем.

Печатаются по решению Редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета.

Рецензент доц. В. А. Глазунов

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ	
РАБОТЫ	4
2. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТИРОВА-	
НИЮ. ИССЛЕДУЕМЫЕ СИГНАЛЫ	7
2.1. Кардиосигнал	7
2.2. Элементы энцефалограмм	7
3. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ПРИ ВЫПОЛНЕ-	
НИИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ	12
4. ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК	
СИГНАЛА	15
4.1. Построение АЧХ и ФЧХ спектра периодического сигнала.	15
4.2. Построение АЧХ и ФЧХ спектра непериодического	
сигнала	17
4.3. Энергия и средняя мощность сигнала	17
4.4. Энергия в спектре непериодического сигнала	18
4.5. Некоторые свойства преобразования Фурье	19
4.5.1. Сдвиг сигналов во времени	19
4.5.2. Изменение масштаба времени	19
4.5.3. Дифференцирование и интегрирование сигнала	20
4.5.4. Сложение сигналов	20
5. АНАЛИЗ СИГНАЛА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММНОГО	
ПАКЕТА PSPICE. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛА В ПАКЕТЕ	
ORCAD 9.2	21
5.1. Ограничение спектра сигнала в пакете OrCad	21
5.2. Восстановление сигнала по его спектру	21
5.3. Исследование сигнала с введенными помехами	22
5.4. Фильтрация сигнала	22
5.4.1 Фильтры нижних частот с многопетлевой обратной	
связью и бесконечным коэффициентом усиления	23
5.4.2. Фильтры верхних частот с многопетлевой обратной	
связью и бесконечным коэффициентом усиления	24
6. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ СИГНАЛА ЧЕРЕЗ	
НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ	26
6.1. Аппроксимация степенным полиномом	26
6.2. Кусочно-линейная аппроксимация	26
Список рекомендуемой литературы	27

1. ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Содержение работы по этопом	Обтам	Cnow	Факти_
Содержание работы по этапам	OUBCM	Срок	
	= 0/10	оконча-	ческое
	В 70 К	ния	выпол-
	оощему		нение
	ооъему		
	работы		
1. Выдача задания		1-2 не-	
		деля	
2. Анализ задания. Аналитическое и спектральное	25	4 неделя	
представление заданного периодического сигнала.			
Аппроксимация сигнала. Аналитическое описание сиг-			
нала во времени. Ручной расчет амплитуды и фазы пер-			
вой гармоники периодического сигнала. Расчет ампли-			
туды и фазы первых 25 спектральных составляющих,			
построение амплитулного и фазового спектра периоди-			
ческого сигнала			
3. Исслелование спектральных характеристик за-	30	9 нелеля	
ланного сигнала.			
Расчет молуля и аргумента спектральной плотности не-			
периолического сигнала. Построение амплитулно-			
частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характери-			
стик спектра непериолического сигнала Показать на			
примере запанного сигнала изменения в спектральной			
примере заданного сигнала изменения в спектральной			
плотности при вариации параметров сигнала с исполь-			
зованием своиств преооразования Фурье	10	10	
4. Исследование энергетических характеристик за-	10	10 неде-	
данного сигнала.		ля	
Определение средней мощности и энергии сигнала.			
Определение полосы частот содержащей 90% полной			
энергии непериодического сигнала, ограничение спек-			
тра сигнала. Восстановление сигнала по полученному			
спектру			
5. Моделирование в пакете ORCAD воздействия на	25	11 неде-	
сигнал помех.		ЛЯ	
Моделирование заданного сигнала в пакете ORCAD			
(АЧХ спектра периодического и непериодического			
сигнала). Введение в заданный сигнал ВЧ помехи.			
Фильтрация ВЧ помехи. Введение в заданный сигнал			
НЧ помехи. Фильтрация НЧ помехи. Внесение и отсе-			
чение НЧ помехи. Молелирование совместного возлей-			
ствия НЧ и ВЧ помех и их фильтрация			
6 Моленирование прохожления запанного сигнала	10	13 неле-	
о. моделирование прохождения заданного сигнала церез целицейцый элемент (НЭ)	10	15 педе- пя	
Степенная кусонно-пинейная аппрокеимания узракте-		,1 <i>1</i> 1	
ристики залашието НЭ прохождения гармоницеского			
ристики задапного по, прохождения гармонического, бигармонического, науалиого сириала народ ШЭ (анали			
онгармонического, исходного сигнала через п.Э (анали-			
пический расчет для гармонического и онгармониче-			
ского сигнала). моделирование прохождения иссле-			
дуемых сигналов через НЭ в пакете ORCAD			
Выводы. Защита курсовой работы		конец 14	
		нелели	

В данной курсовой работе должны быть закреплены изученные метода анализа сигналов, изменения, связанные с прохождением сигналов через нелинейные цепи, исследованы способы решения практической задачи – выделения полезной информации, содержащейся в сигнале, на фоне помех. Студент в ходе курсовой работы должен выполнить и получить следующие расчетные материалы и графики:

1. На рисунке предложенного в задании сигнала выделить 7-8 участков аппроксимации. Определить аналитические уравнения каждого из участков. Провести построение аппроксимированного сигнала. Допустимое отклонение аппроксимации – не более 5% от максимального значения амплитуды заданного сигнала. Привести графики исходного и аппроксимированного сигнала.

2. На основании аппроксимированного сигнала провести ручной расчет амплитуды и фазы первой гармоники заданного сигнала, расчет амплитуды и фазы спектральных составляющих периодического сигнала (не менее 25 гармоник). Результаты расчета представить в таблице. Привести графики спектральных характеристик аппроксимированного периодического сигнала.

3. Рассчитать и построить модуль и аргумент спектральной плотности непериодического сигнала. Сравнить со спектром периодического сигнала. Показать связь между преобразованием сигнала и соответствующего изменения его спектра с использованием свойств преобразования Фурье на примере аппроксимированного сигнала. Привести спектральные характеристики и графики исходного и задержанного сигнала, сигнала с измененной длительностью, дифференцированного и подвергнутого интегрированию сигнала, суммы исходного и прямоугольного импульса с параметрами $(A^* = 0, 3A, \tau = 0, 2\tau, t = 0, 1\tau)$.

4. Рассчитать энергию и среднюю мощность. Произвести расчет эффективной полосы частот, занимаемой сигналом, исходя из условия сохранения 90% энергии сигнала. Ограничить спектр на уровне полученного значения. Осуществить восстановление сигнала по ограниченному спектру. Привести графики ограниченного сигнала, его спектра и восстановленного сигнала.

5. Создать генератор исходного сигнала в пакете программ ORCAD. Привести спектры периодического (строить спектр для десяти периодов сигнала) и непериодического сигнала. Провести моделирование ограничения и восстановления сигнала по ограниченному спектру в пакете ORCAD. Ввести в сигнал НЧ и ВЧ помехи. Привести графики сигнала и его спектра для случая раздельного и суммарного воздействия помех. Осуществить выбор фильтров, провести фильтрацию, привести графики отфильтрованных сигналов и их спектров.

6. Провести аппроксимацию таблично заданной ВАХ НЭ (аппроксимация степенным полиномом второй степени, кусочнолинейная аппроксимация), привести их графики. Провести аналитический расчет изменения спектрального состава при воздействии на НЭ гармонического и бигармонического сигналов, привести результаты расчета и спектры (для случая кусочно-линейной аппроксимации расчет провести с использованием коэффициентов ф. Берга). Провести моделирование прохождения гармонических сигналов и заданного сигнала через НЭ в пакете ORCAD. Привести результаты моделирования в пакете ORCAD.

7. Сделать выводы по курсовой работе.

2. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ. ИССЛЕДУЕМЫЕ СИГНАЛЫ

2.1. Кардиосигнал



2.2. Элементы энцефолограмм











2.39.



2.50.

Таблица1

п		U U		
Папаметны	сигнялов и	возлеиству	иних	помех
mapanterph	chi naviod n	DUSACHCID	ующих	nomen

№ задания Длительность		Амплитуда	Помеха 1	Помеха 2
1.	τ=0,9c,	А=95мВ,	f1=2Гц(10%),	f2=45Гц(20%)
2.	τ=1,0c,	А=110мВ,	f1=2,5Гц(10%),	f2=40Гц(20%)
3.	τ=0,8c,	А=115мВ,	f1=1Гц(10%),	f2=45Гц(20%)
4.	τ=1,1c,	А=125мВ,	f1=1,5Гц(10%),	f2=30Гц(20%)
5.	τ=0,7c,	А=105мВ,	f1=2Гц(10%),	f2=50Гц(20%)
6.	τ=1,3c,	А=120мВ,	f1=3Гц(10%),	f2=25Гц(20%)
7.	τ=1,2c,	А=100мВ,	f1=1,5Гц(10%),	f2=25Гц(20%)
8.	τ=1,2c,	А=120мВ,	f1=0,42Гц(10%),	f2=12Гц(20%)
9.	τ =1c ,	А=105мВ,	f1=0,5Гц(10%),	f2=10Гц(20%)
10.	τ=0,9c,	А=95мВ,	f1=0,4Гц(10%),	f2=13Гц(20%)
11.	τ=1,1c,	А=115мВ,	f1=0,3Гц(10%),	f2=9Гц(20%)
12.	τ=0,7c,	А=100мВ,	f1=0,35Гц(10%),	f2=18Гц(20%)
13.	τ=0,8c,	А=90мВ,	f1=0,45Гц(10%),	f2=15Гц(20%)
14.	τ=1,3c,	А=110мВ,	f1=0,33Гц(10%),	f2=8Гц(20%)
15.	τ=2,2c,	А=130мВ,	f1=0,45Гц(10%),	f2=13Гц(20%)
16.	τ=3,5c,	А=110мВ,	f1=0,3Гц(10%),	f2=8Гц(20%)
17.	τ=1,8c,	А=135мВ,	f1=0,25Гц(10%),	f2=15Гц(20%)
18.	τ=2,5c,	А=115мВ,	f1=0,35Гц(10%),	f2=12Гц(20%)
19.	τ = 3c,	А=125мВ,	f1=0,4Гц(10%),	f2=10Гц(20%)
20.	τ=2,3c,	А=120мВ,	f1=0,5Гц(10%),	f2=14Гц(20%)
21.	τ =2c ,	А=105мВ,	f1=0,2Гц(10%),	f2=16Гц(20%)
22.	τ=20мс,	А=105мВ,	f1=49Гц(10%),	f2=450Гц(20%)
23.	τ=15мс,	А=95мВ,	f1=51Гц(10%),	f2=600Гц(20%)
24.	τ=40мс,	А=115мВ,	f1=50Гц(10%),	f2=200Гц(20%)
25.	τ=30мс,	А=100мВ,	f1=49Гц(10%),	f2=250Гц(20%)
26.	τ=25мс,	А=110мВ,	f1=50Гц(10%),	f2=300Гц(20%)
27.	τ=35мс,	А=120мВ,	f1=51Гц(10%),	f2=225Гц(20%)

Период равен Т=1,3т.

Параметр длительности т и амплитуды А интерпретируются как длительность сигнала состоящего из заданного количества отрезков аппроксимации и максимального двойного размаха его амплитуды.

f1, f2 – значения частоты помех. Значения в скобках указывают амплитудное значение сигнала помехи в процентах от амплитуды полезного сигнала.

Таблица 2

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U1,в	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U2,в	0.15	0.3	0.1	0.25	0.05	0.11	0.18	0.33	0.08	0.1	0.4	0.45
U3,в	0.45	0.8	0.25	0.9	0.11	0.28	0.45	0.75	0.5	0.45	1.0	1.1
U4,в	0.75	2.0	0.65	1.8	0.35	0.49	1.05	1.35	1.25	1.1	1.9	1.8
U5,в	1.6	3.5	1.8	4	0.9	1.1	2.2	2.1	2.5	2.4	2.95	2.7
U6,в	3.5	5	6	7	2	2.4	3.25	2.95	4.8	3.2	3.5	3.7
Nº	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
U1,в	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
U2,в	0.28	0.22	0.09	0.04	0.11	0.3	0.035	0.05	0.12	0.16	0.1	
U3,в	0.75	0.55	0.2	0.15	0.28	0.85	0.08	0.2	0.43	0.36	0.3	
U4,в	1.3	1.2	0.85	1.05	0.95	1.75	0.4	0.65	0.98	1.2	0.9	
U5,в	2.5	2.0	2.2	2.00	1.65	2.75	1.15	1.4	1.9	2.5	1.8	
U6,в	3.7	2.85	3.6	3.5	4.3	5.0	2.8	3.1	2.7	4	2.7	

ВАХ нелинейного элемента

Значения напряжения U1, U2, U3, U4, U5, U6 соответствуют значениям тока $I_1 = 0$ A, $I_2 = 0.5$ A, $I_3 = 1$ A, $I_4 = 1.5$ A, $I_5 = 2$ A, $I_6 = 2.5$ A.

Таблица 3

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U٥	1,15	1,2	1,25	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75
А,в	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16
f,кГц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nº	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
U₀	1,8	1,85	1,9	1,95	1,7	1,4	1,21	1,51	1,62	1,83	1,94	
А,в	0,17	0,18	0,19	0,105	0,12	0,13	0,14	0,15	0,08	0,09	0,1	
f,кГц	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	

Параметры гармонического сигнала

Сигнал используется для определения изменения спектрального состава при подаче на НЭ гармонического и бигармонического сигналов. Первый сигнал – согласно варианту задания, второй определяется как номер варианта + 4. Значения U0 для второго сигнала принимается равным 0.

Таблица 4

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
А,в	3,5	3,75	3,9	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	4,95	5,1	5,3	5,5
f,кГц	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Θ	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Nº	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
А,в	5,75	5,9	6,1	6,25	6,4	6,6	6,8	7	7,25	7,5	8	
f,кГц	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Θ	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	

Параметры входного сигнала для случая кусочно-линейной аппроксимации НЭ

3. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

3.1. Аппроксимация сигналов

Медицинские сигналы имеют достаточно сложную форму. Для того, чтобы иметь возможность применить к исследованию данного сигнала математические методы, необходимо аппроксимировать его математической функцией, удобной для дальнейшего анализа и в то же время с достаточной точностью передающей форму сигнала. Наиболее простым методом преобразования является метод графической аппроксимации. Функция разбивается на несколько участков с различным характером зависимости напряжения от времени. Выбираются участки по описанию, близкие к линейным, гармоническим и полиномиальным функциям.

Так как сигнал является периодическим, то его следует рассматривать на временном интервале, равном периоду сигнала. После разбиения интервала, на котором представлен сигнал, на характерные участки, определяем координаты точек, соединяющих участки и координаты точек на концах интервала аппроксимации.

Например, аппроксимирующую функцию построим из совокупности степенных функций 1-й и 2-й степени. Графиками таких функций являются прямые и параболы соответственно.

Для каждого участка составим уравнения прямой (или параболы), проходящей через точки – границы участка (причем, если линия является параболой, то необходимо задать координаты еще одной какой-либо точки, т.к. уравнение параболы однозначно определяется по трем точкам). Данный метод сразу позволяет получить непрерывную аппроксимирующую функцию.

Уравнение прямой имеет вид y(x) = kx + b. Пусть заданы координаты двух точек (x_1,y_1) и (x_2,y_2) , через которые проходит данная <u>прямая</u>, тогда коэффициенты *k* и *b* определятся по формулам

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},\tag{1}$$

$$b = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{x_1 - x_2},\tag{2}$$

Уравнение параболы имеет вид $y(x) = ax^2 + hx + c$. Пусть заданы координаты трех точек $(x_1y_1,), (x_2, y_2)$ и (x_3, y_3) , через которые проходит данная парабола, тогда коэффициенты *a*, *b* и *c* определятся по формулам:

$$a = \frac{\Delta_1}{\Delta},\tag{3}$$

$$b = \frac{\Delta_2}{\Delta},\tag{4}$$

$$c = \frac{\Delta_3}{\Delta},\tag{5}$$

где
$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 & 1 \end{vmatrix};$$
 (6)

$$\Delta_{1} = \begin{vmatrix} y_{1} & x_{1} & 1 \\ y_{2} & x_{2} & 1 \\ y_{2} & x_{2} & 1 \end{vmatrix};$$
(7)

$$\begin{vmatrix} y_3 & x_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} x_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3 & 1 \end{vmatrix};$$
(8)

 $|\mathbf{v} \mathbf{r} \mathbf{l}|$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} x_1^2 & x_1 & y_1 \\ x_2^2 & x_2 & y_2 \\ x_3^2 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}.$$
(9)

$$a = \frac{\Delta_1}{\Delta},\tag{10}$$

$$b = \frac{\Delta_2}{\Delta},\tag{11}$$

$$c = \frac{\Delta_3}{\Delta},\tag{12}$$

где $\Delta = \begin{vmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ 2x_3 & 1 & 0 \end{vmatrix};$	(13)
$\Delta_{1} = \begin{vmatrix} y_{1} & x_{1} & 1 \\ y_{2} & x_{2} & 1 \\ y_{3}' & 1 & 0 \end{vmatrix};$ (14)	
$\Delta_2 = \begin{vmatrix} x_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2 & 1 \\ 2x_3 & y_3' & 0 \end{vmatrix};$	(15)
$\Delta_3 = \begin{vmatrix} x_1^2 & x_1 & y_1 \\ x_2^2 & x_2 & y_2 \\ 2x_3 & 1 & y_3' \end{vmatrix};$	(16)

Более того, в случае сопряжения параболы на какой-либо из границ участка с прямой из соседнего участка, возможно получение уравнения параболы по двум известным точкам на границе интервала и известному угловому коэффициенту прямой, с которой сопрягается парабола. В таком случае аппроксимирующая функция в месте сопряжения двух линий, составляющих ее, является не только непрерывной, но и гладкой (то есть не имеющей изломов, что и наблюдается в природе).

Пусть заданы координаты двух точек (x_1,y_1) и (x_2,y_2) , через которые проходит данная парабола, и значение производной в какой либо точке (x_3,y_3) , тогда коэффициенты *a*, *b* и *c* определятся по формулам (10)-(16).

Определив точки сопряжения линий и воспользовавшись формулами (1)-(16), получим выражение для аппроксимирующей функции.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛА

4.1. Построение АЧХ и ФЧХ спектра периодического сигнала

Для анализа сигналов и их обработки важное значение имеет разложение заданной функции f(x) по различным ортогональным системам. Бесконечная система действительных функций

$$\varphi_{10}(x),\varphi_1(x),\ldots,\varphi_n(x)$$

называется ортогональной на отрезке [a,b], если

$$\int_{a}^{b} \phi_{n}(x) \phi_{m}(x) dx = 0 \quad при \quad n \neq m.$$

При этом предполагается, что

$$\int_{a}^{b} \varphi_n^2(x) dx \neq 0,$$

т.е. ни одна из функций рассматриваемой системы не равна тождественно нулю.

Если существует система непрерывных ортогональных функций $\phi_n(x)$, то произвольная кусочно-непрерывная функция f(x), для которой выполняется условие абсолютной интегрируемости, т.е. $\int |f(x)|^2 dx < \infty$, имеет конечное число максимумов и минимумов, а также конечное число разрывов на каждом конечном интервале, и такая функция f(x) может быть представлена в виде суммы обобщенного ряда Фурье

$$f(x) = c_0 \varphi_0(x) + c_1 \varphi_1(x) + \ldots + c_n \varphi_n(x) + \ldots,$$

в котором коэффициенты c_n называются спектральными составляющими сигнала f(x) и определяются

$$c_n = \frac{1}{\left\|\varphi_n\right\|^2} \int_a^b f(x)\varphi_n(x) dx.$$

Наибольшее распространение получила ортогональная система, основанная на тригонометрических функциях – синусах и косину-

сах. Это объясняется рядом причин. Во-первых, гармоническое колебание является единственной функцией времени, которая сохраняет свою форму при прохождении через любую линейную цепь (с постоянными параметрами). Изменяются лишь амплитуда и фаза колебания. Во-вторых, разложение сложного сигнала по синусам и косинусам позволяет использовать символический метод, разработанный для анализа передачи гармонических сигналов через линейные цепи.

Переходя к функциям времени и учитывая, что функция f(t), аппроксимирующая заданный сигнал, периодическая, ее можно представить в виде суммы ряда Фурье в тригонометрической форме, коэффициенты которого вычисляются по формулам:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\omega t dt;$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\omega t dt;$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2},$$

где *T* – интервал ортогональности, совпадающий с периодом функции f(t), а $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – частота основной гармоники.

Совокупность коэффициентов A_n , характеризующих амплитуды гармонических составляющих, называется амплитудно-частотным спектром периодического сигнала.

Фаза *n*-й гармоники, характеризующей фазу спектральных составляющих, определяется по формуле:

$$\Theta_n = -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n}.$$

Так как сигнал периодический, он имеет линейчатый спектр, представленный набором гармоник с частотами, кратными частоте основной гармоники.

В данной курсовой работе расчет амплитуды и фазы первой гармоники заданного сигнала производится подробно, в ручную, а остальные составляющие частотного спектра сигнала наиболее удобно рассчитать при помощи математического пакета Mathcad. Результаты расчета должны быть представлены в таблице.

4.2. Построение АЧХ и ФЧХ спектра непериодического сигнала

Ряд Фурье справедлив для периодических сигналов. Спектр периодического сигнала дискретен. Если сигнал непериодический, то ряд Фурье применить нельзя. Однако непериодический сигнал (одиночный) можно представить как периодический с периодом $T \rightarrow \infty$, и продолжая рассмотрение непериодического сигнала на бесконечном интервале времени, можно получить представление непериодического сигнала в виде спектральной плотности функции S(t).

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cdot e^{-j\omega t} dt - \text{прямое преобразование Фурье;}$$
$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cdot e^{j\omega t} d\omega - \text{обратное преобразование Фурье}$$
$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cdot \cos(\omega t) dt, \quad B(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cdot \sin(\omega t) dt.$$

Модуль и аргумент спектральной плотности определяются выражениями:

$$U(\omega) = \sqrt{(A(\omega))^2 + (B(\omega))^2}, \quad \theta(\omega) = -\arctan\left(\frac{B(\omega)}{A(\omega)}\right).$$

Первое из этих выражений можно рассматривать как АЧХ, а второе – как ФЧХ сплошного спектра непериодического сигнала *s*(*t*).

4.3. Энергия и средняя мощность сигнала

Пусть сигнал *s(t)* (ток, напряжение) представляет собой сложную периодическую функцию времени с периодом *T*.

Энергия такого сигнала, длящегося от $t = -\infty$ до $t = \infty$, бесконечно велика. Основной интерес представляет средняя мощность периодического сигнала и распределение этой мощности между отдельными гармониками сигнала. Очевидно, что средняя мощность

сигнала, рассматриваемого на всей оси времени, совпадает с мощностью, средней за один период *T*. Таким образом, средняя мощность периодического сигнала

$$\overline{S^{2}(t)} = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n}^{2} T = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_{n}|^{2}.$$

При использовании тригонометрической формы ряда Фурье, учитывая, что $C_0 = a_0/2$, $|C_n| = \frac{A_n}{2}$ получаем

$$\overline{S^2(t)} = \left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{2}\right)^2 = \left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} A_n^2$$

Если s(t) представляет собой ток i(t), то при прохождении его через сопротивление *r* выделяется мощность (средняя):

$$P = \overline{r_i^2(t)} = r \left(I_0^2 + \frac{I_1^2}{2} + \frac{I_2^2}{2} + \dots \right).$$

Символом $I_0 = a_0/2$ обозначена постоянная составляющая, а $I_n = A_n -$ амплитудой *n*-й гармоники тока.

Итак, полная мощность равна сумме средних мощностей, выделяемых по отдельности постоянной составляющей I_0 и гармониками с амплитудами $I_1, I_2, ..., I_n$ Это означает, что средняя мощность не зависит от фазировки отдельных гармоник.

4.4. Энергия в спектре непериодического сигнала

Для получения выражения для непериодического сигнала воспользуемся выражением, которое при выполнении условия f(t) = g(t) = s(t) определяет полную энергию сигнала

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} S^{2}(t)dt = \mathcal{I};$$
$$\mathcal{I} = \int_{-\infty}^{\infty} S^{2}(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| S(\omega)^{2} \right| d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} S^{2}(\omega)d\omega.$$

Это важное соотношение, устанавливающее связь между энергией сигнала (выделяемой на сопротивлении 1Ом) и модулем его спектральной плотности, известно под названием «равенство Парсеваля». Величина $|S(\omega)|^2$ имеет смысл энергии, приходящейся на 1 Гц, и рассматривается как спектральная плотность энергии.

4.5. Некоторые свойства преобразования Фурье

Между сигналом s(t) и его спектром $S(\omega)$ существует однозначное соответствие. Для практических приложений важно установить связь между преобразованием сигнала и соответствующим этому преобразованию изменением спектра. Из многочисленных возможных преобразований сигнала рассмотрим следующие, наиболее важные: сдвиг сигнала во времени, изменение масштаба времени, сложение сигналов, дифференцирование, интегрирование сигнала. Иллюстрация свойств преобразования Фурье выполняется с использованием средств пакета МАТСАD

4.5.1. Сдвиг сигналов во времени

Пусть сигнал $s_1(t)$ произвольной формы существует на интервале времени от t_1 до t_2 и обладает спектральной плотностью $S_1(\omega)$. При задержке этого сигнала на время t_0 получим новою функцию времени $s(t_2) = s(t - t_0)$, существующую на интервале от $t_1 + t_0$ до $t_2 + t_0$.

Спектральная плотность сигнала $s_2(t)$ равна

$$S_{2}(\omega) = \int_{t_{1}+t_{0}}^{t_{2}+t_{0}} s_{1}(t-t_{0})e^{-i\omega t}dt = \int_{t_{1}+t_{0}}^{t_{2}+t_{0}} s_{2}(t)e^{-i\omega t}dt,$$

вводя новую переменную τ, получаем

$$S_{2}(\omega) = e^{-i\omega t_{0}} \cdot \int_{t_{1}}^{t_{2}} s_{1}(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau = e^{-i\omega t_{0}} S_{1}(\omega).$$

Из этого соотношения видно, что сдвиг во времени функции s(t) на $\pm t_0$ приводит к изменению фазовой характеристики спектра $S(\omega)$ на величину $\pm \omega t_0$. Амплитудно-частотная характеристика спектра от положения сигнала на оси не зависит.

4.5.2. Изменение масштаба времени

Пусть сигнал $s_1(t)$ подвергается сжатию во времени. Новый сжатый сигнал $s_2(t)$ связан с исходным соотношением

$$s_2(t) = s_1(nt), n > 1.$$

Спектральная плотность сжатого импульса

$$S_{2}(\omega) = \int_{0}^{\tau_{u}/n} s_{2}(t)e^{-i\omega t}dt = \int_{0}^{\tau_{u}/n} s_{1}(nt)e^{-i\omega t}dt.$$

Получаем

$$S_2(\omega) = \frac{1}{n} \int_0^{\tau_u} s_1(\tau) e^{-i\frac{\omega}{n}\tau} d\tau.$$

Таким образом

$$S_2(\omega) = \frac{1}{n} S_1(\omega/n) \, .$$

Итак, при сжатии сигнала в *n* раз на временной оси во столько же раз расширяется его спектр на оси частот. Модуль спектральной плотности при этом уменьшится в *n* раз.

Очевидно, что при растягивании сигнала во времени (т.е. при n < 1) имеет место сужение спектра и увеличение модуля спектральной плотности.

4.5.3. Дифференцирование и интегрирование сигнала

Дифференцирование сигнала $s_1(t)$ можно трактовать как почленное дифференцирование всех гармонических составляющих, входящих в его спектр. Но производная функции $e^{i\omega t}$ равна $i\omega e^{i\omega t}$, из чего непосредственно вытекают следующие соответствия:

$$s_1(t) \div S_1(\omega), \quad s_2(t) = \frac{ds_1(t)}{dt} \div i\omega S_1(\omega) = S_2(\omega).$$

Аналогичным образом можно показать, что сигналу

$$s_2(t) = \int_{-\infty}^{t} s_1(x) dx$$

соответствует спектральная плотность

$$S_2(\omega) = \frac{1}{i\omega} S_1(\omega)$$

4.5.4. Сложение сигналов

Так как преобразование Фурье, определяющее спектральную плотность заданной функции времени, является линейным, очевидно, что при сложении сигналов $s_1(t)$, $s_2(t)$,..., обладающих спектрами $S_1(\omega)$, $S_2(\omega)$,..., суммарному сигналу $s(t) = s_1(t) + s_2(t) + ...$ соответствует спектр $S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) + ...$

5. АНАЛИЗ СИГНАЛА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА PSPICE. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛА В ПАКЕТЕ ORCAD 9.2

Получение периодического сигнала для моделирования периодического сигнала наиболее просто выполнить с использованием процедуры описания сигнала с помощью кусочно-линейного источника напряжения с заданием сигнала в файле. При этом для описания используются результаты аппроксимации исходного сигнала. Задается число периодов повторения сигнала не менее 10.

5.1. Ограничение спектра сигнала в пакете OrCad

Определим полосу частот, занимаемую сигналом по уровню 0,9, т.е. полосу частот, на которой укладывается 90% площади фигуры, ограниченной спектром и осями координат. Для этого воспользуемся равенством Парсеваля:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} U^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| U(\omega)^2 \right| d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} U^2(\omega) d\omega.$$

Составим схему в пакете OrCad для ограничения спектра сигнала по уровню 0,9 с помощью идеального фильтра LOPASS, частота среза которого равна наибольшему значению полосы частот ω_c , занимаемой сигналом по уровню 0,9.

В программе PSpice ограничение спектра исследуемого сигнала реализуется путем применения фильтра нижних частот LOPASS с П-образной АЧХ, определяемой граничной частотой полосы пропускания f_1 и ослаблением сигнала на этой частоте a_1 и соответственно граничной частотой и ослаблением сигнала f_2 , a_2 в полосе заграждения.

5.2. Восстановление сигнала по его спектру

Обратное преобразование Фурье для периодической функции выполняется по формуле:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^m a_{in} \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^m A_n \cos(n\omega t + \vartheta_n),$$

где *a_n*, *b_n*, *A_n* вычисляется по формулам, приведенным в разд. 1.1.

5.3. Исследование сигнала с введенными помехами

В результате прохождения сигнала через радиотехнические цепи, а также из-за паразитных внешних наводок на сигнал накладываются помехи.

В курсовой работе мы рассматриваем введение в сигнальную составляющую одной низкочастотной помехи в виде синусоидального колебания с амплитудой 10% *А* и одной высокочастотной помехи с амплитудой 20% *А*. Где *А* – амплитуда исходного сигнала.

В схеме, моделирующей сигнал в программе PSpice, помехи можно представить в виде независимых источников синусоидально изменяющегося напряжения.

5.4. Фильтрация сигнала

Активный фильтр

Тот факт, что помехи искажают сигнал и вызывают ложную информацию, заставляет искать пути их ликвидации или уменьшения. С этой целью обычно применяются различные фильтры.

Активные фильтры представляют собой комбинацию пассивных частотно избирательных цепей и активных элементов – как правило сложных транзисторных устройств, которые передают в пассивные цепи некоторую мощность от источника питания.

Широкое применение нашли активные RC-фильтры, где в качестве активного элемента используется ОУ, в качестве пассивных – RC-цепи.

Идеальный ОУ – усилительное устройство с большим коэффициентом усиления в широкой полосе частот, начиная с нулевой; высоким входным и малым выходным сопротивлениями. ОУ имеет инвертирующий и не инвертирующий входы и выход.

$$U_{\rm bbix} = K \left(U_+ - U_- \right).$$

Обычно в системе, содержащей ОУ, имеется обратная связь, т.е. возможно появление неустойчивых режимов. Доказано, что устройство, в котором выход ОУ соединен через резистор с инвертирующим входом, является устойчивым.

Активный фильтр второго порядка можно получить, соединив инвертирующий вход ОУ с выходом посредством двухпетлевой цепи ОС.

Пользуясь законами Кирхгофа, получаем вид передаточной функции. Сравнивая с видом требуемой передаточной функции, оп-

ределяем характер элементов, необходимых для ее реализации. Далее, зная координаты полюсов требуемой передаточной функции, задают значение каких-либо трех элементов и, решая систему уравнений, находят значения остальных.

Наибольшее применение среди активных фильтров находят фильтры Баттерворта, Чебышева и Бесселя. Характеристика фильтра Чебышева спадает более круто за частотой среза. В полосе пропускания она, однако, не монотонна, а имеет волнообразный характер с постоянной амплитудой. При заданном порядке фильтра более резкому спаду амплитудно-частотной характеристики за частотой среза соответствует большая неравномерность в полосе пропускания. Фильтры Баттерворта и Чебышева характеризуются большими колебаниями переходных процессов.

Выбор типа фильтра, используемого для фильтрации, определяется видом сигнала и помехи. В качестве примера приведен расчет двух типов фильтров.

5.4.1. Фильтры нижних частот с многопетлевой обратной связью и бесконечным коэффициентом усиления

Одна из наиболее простых схем активных фильтров, реализующих передаточную функцию нижних частот согласно

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{KC\omega_c^2}{s^2 + B\omega_c s + C\omega_c^2},\tag{1*}$$

приведена на рис. 1.



Рис. 1. Схема фильтра нижних частот с МОС

Она иногда называется схемой с многопетлевой обратной связью (МОС) и бесконечным коэффициентом усиления из-за наличия двух путей прохождения сигнала обратной связи через элементы C1 и R2, а также вследствие того, что ОУ в этом случае работает как прибор с бесконечным коэффициентом усиления. Эта схема реализует уравнение (1^*) с инвертирующим коэффициентом усиления – K (K > 0) и

$$C\omega_{c}^{2} = \frac{1}{R_{2}R_{3}C_{1}C_{2}};$$

$$B\omega_{c} = \frac{1}{C_{2}} \left(\frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}} + \frac{1}{R_{3}} \right);$$

$$K = \frac{R_{2}}{R_{1}}.$$

Сопротивления, удовлетворяющие этому уравнению равны

$$\begin{split} R_{2} &= \frac{2(K+1)}{\left[BC_{2} + \sqrt{B^{2}C_{2}^{2} - 4CC_{1}C_{2}(K+1)}\right]\omega_{c}};\\ R_{1} &= \frac{R_{2}}{K};\\ R_{3} &= \frac{1}{CC_{1}C_{2}\omega_{c}^{2}R_{2}}, \end{split}$$

где значения C_1 и C_2 выбираются произвольно. Сопротивления задаются в омах, а емкости – в фарадах.

Следовательно, по заданным K, B, C и ω_c можно выбрать значения C_1 и C_2 и вычислить требуемые значения сопротивлений. Емкости должны иметь номинальные значения, которые в результате расчета дают реальное значение сопротивления R_2 . Это условие выполняется, если

$$C_1 \le \frac{B^2 C_2}{4C(K+1)}.$$

5.4.2. Фильтры верхних частот с многопетлевой обратной связью и бесконечным коэффициентом усиления

Фильтр с МОС, показанный на рис.2, реализует функцию верхних частот второго порядка типа

$$H = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Ks^2}{s^2 + (B\omega_c / C)s + \omega_c^2 / C}$$

с инвертирующим коэффициентом усиления – К(К>0) при

$$K = \frac{C_{1}}{C_{2}};$$

$$\frac{B\omega_{c}}{C} = \frac{2C_{1} + C_{2}}{R_{2}C_{1}C_{2}};$$

$$\frac{\omega_{c}^{2}}{C} = \frac{1}{R_{1}R_{2}C_{1}C_{2}}.$$

Решение относительно значений элементов имеет вид:

$$C_{2} = \frac{C_{1}}{K};$$

$$R_{1} = \frac{B}{(2C_{1} + C_{2})\omega_{c}};$$

$$R_{2} = \frac{(2C_{1} + C_{2})C}{BC_{1}C_{2}\omega_{c}}.$$

где С₁ имеет произвольное значение.

Следовательно, можно выбрать значение емкости C_1 (предпочтительно близкое к значению емкости $10/f_c$ мкФ) и определить значения емкости C_2 и сопротивлений. Если 1/K представляет собой номинальное значение емкости, допустим, 1,2 или 1/2, то C_2 также будет иметь номинальные значения: C_1 , $2C_1$ или $C_1/2$.



Рис.2. Схема фильтра верхних частот с МОС

6. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ СИГНАЛА ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

6.1. Аппроксимация степенным полиномом

Этот способ аппроксимации основан на разложении нелинейной ВАХ в ряд Тейлора в окрестности рабочей точки *u*₀.

$$i(u) = i(u_0) + a_1(u - u_0) + a_2(u - u_0)^2 + \dots + a_n(u - u_0)^n$$

В зависимости от амплитуды входного воздействия, формы ВАХ, положения рабочей точки u_0 на ВАХ степенной полином часто удаётся упростить, используя для описания несколько членов ряда.

6.2. Кусочно-линейная аппроксимация

Этот вид аппроксимации используется при больших по амплитуде входных сигналах, при этом реальную характеристику заменяют отрезками прямых линий с различными наклонами. Здесь важно отметить, что замена реальной нелинейной характеристики линейными отрезками не означает линеаризации цепи.

$$i(u) = \begin{cases} 0, u < u_H \\ S(u - u_H), u \ge u_H, \end{cases}$$

где *u*_н – напряжение начала аппроксимированной характеристики;

S – крутизна характеристики

График тока, протекающего через НЭ, во времени имеет вид отсеченных косинусоидальных импульсов.

Угол Θ , при котором *i(wt)* изменяясь от максимального значения I_m становится равным нулю, получил название угла отсечки тока.

Длительность импульсов тока соответственно получается равной 20. Угол отсечки импульсов тока определяется из равенства:

$$U_0 + U_{mc} \cos \Theta = U_H,$$

отсюда

$$\cos\Theta = \frac{U_H - U_0}{U_{mc}}.$$

Общее выражение для *n*-й гармоники тока:

$$I_n = I_m \frac{2(\sin n\Theta \cos\Theta - n\cos n\Theta \sin\Theta)}{\pi n(n^2 - 1)(1 - \cos\Theta)}$$

Отношения $\frac{I_n}{I_m} = \alpha_n(\Theta)$ получили название функций Берга.

Соответственно выражение для их определения:

$$\alpha_n = \frac{2(\sin n\Theta \cos\Theta - n\cos n\Theta \sin\Theta)}{\pi n(n^2 - 1)(1 - \cos\Theta)}.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гоноровский, И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / И.С. Гоноровский, М.П. Демин - 5-е изд., перераб. и доп. - М. : Радио и связь, 1994. - 481 с. : ил.

2. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов по специальности «Радиотехника» / С.И. Баскаков. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 1988. - 448 с. : ил.

3. Разевиг, В.Д. Применение программ Р-САD и PSpice для схемотехнического моделирования на ПВЭМ / В.Д. Разевиг. В 4 вып. Вып. 3: Моделирование аналоговых устройств. - М. : Радио и связь, 1992. - 21 с. - 32 с., 120 с. : ил.

4. Реймерс, Н.Ф. Популярный биологический словарь / Н.Ф. Реймерс. - М. : Наука, 1990. - 544с.

5. Ремизов, А.Н. Медицинская и биологическая физика: учеб. для медицинских специальных вузов / А.Н. Ремизов. - 2-е изд., испр. - М. : Высшая школа, 1996. - 608с. : ил.

6. Очков, В.Ф. Mathcad PLUS 6.0 для студентов и инженеров / В.Ф. Очков. - М. : ТОО фирма КомпьютерПресс, 1996.

7. Лакомкин, А.И. Электрофизиология: учеб. пособие для студентов биологических специальностей / А.И. Лакомкин, И.Ф. Мягков. - М. : Высшая школа, 1977. - 232 с. : ил.

8. Титце, У. Полупроводниковая схемотехника. : справ. руководство / У. Титце, К. Шенк. Пер. с нем.; под ред. д-ра техн. наук А.Г. Алексенко. - М. : Мир, 1982. - 512 с.: ил.

9. Джонсон, Д. Справочник по активным фильтрам / Д. Джонсон, Дж. Джонсон, Г. Мур. М.: Энергоатомиздат, 1983. – 128 с.: ил.

Учебное издание

АНАЛИЗ СИСТЕМ И СИГНАЛОВ

Методические указания к курсовой работе

Составители: Конюхов Вадим Николаевич Воронов Константин Евгеньевич

Редактор Н.С.Куприянова Компьютерная верстка Т.Е.Половнева

Подписано в печать 12.04.06 г. Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,62. Усл. кр.-отт. 1,74. Уч.-изд.л. 1,75. Тираж 150 экз. Заказ . Арт. С – 59/2006

> Самарский государственный аэрокосмический университет. 443086 Самара, Московское шоссе, 34.

> РИО Самарского государственного аэрокосмического университета.443086 Самара, Московское шоссе, 34.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

АНАЛИЗ СИСТЕМ И СИГНАЛОВ

Методические указания к курсовой работе

 $C\;A\;M\;A\;P\;A\;\;2\;0\;0\;6$

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

АНАЛИЗ СИСТЕМ И СИГНАЛОВ

CAMAPA 2006