

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени академика С.П. КОРОЛЁВА»

А.В. КУЗНЕЦОВ, Г.М. МАКАРЬЯНЦ

**Технология создания
виртуальной полноразмерной динамической модели ГТД**

Самара 2016

УДК: 004.942

Авторы: А.В. Кузнецов, Г.М. Макарьянц

Технология создания виртуальной полноразмерной динамической модели ГТД:
учеб. пособие / [А.В. Кузнецов, Г.М. Макарьянц]. – Самара: Изд-во Самар. ун-та, 2016. – 33
с.: ил.

В учебном пособии описана работа в программном пакете MatLab/Simulink. Приведена схема лабораторной установки. Описаны математические модели элементов установки и его системы управления. Рассмотрены используемые при моделировании блоки стандартной библиотеки Simulink. Приведена настройка ПИ-регулятора и fuzzy-регулятора и проведено их тестирование при управляющих и возмущающих воздействиях на модель объекта управления. Учебное пособие предназначено для студентов технических специальностей и направлений.

УДК: 004.942

© Самарский национальный
исследовательский университет, 2016

Содержание

1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ.....	4
2 ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В МАТЛАВ	7
2.1 Моделирование внешних условий	14
2.2 Моделирование входного устройства.....	16
2.3 Моделирование компрессора.....	18
2.4 Моделирование камеры сгорания	21
2.5 Моделирование турбины.....	25
2.6 Моделирование ротора	27
2.7 Моделирование сопла.....	28
2.8 Настройки решателя	29
Список использованных источников	30
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	31

1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

При разработке математической термодинамической модели МГТД примем следующие допущения:

1. В качестве рабочего тела принят идеальный газ.
2. Теплообмен с металлом конструкции двигателя отсутствует.
3. Расходы воздуха на входе и выходе в компрессор и турбину в один и тот же момент времени равны.
4. Сжатие воздуха и расширение газа соответствует адиабатическому процессу.
5. Камера сгорания представлена как пневматическая цилиндрическая ёмкость с подводом тепла в виде сгорания топлива.
6. Сгорание топлива происходит моментально.
7. Учёт зависимости c_p от T осуществляется по энтальпии продуктов сгорания.
8. Внешние условия рассчитываются по данным стандартной атмосферы, при этом показатель адиабаты $k = 1.4$ и газовую постоянную $R = 287 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ воздуха примем постоянными.

Для построения термодинамической модели нам понадобятся следующие данные, которые берутся из термодинамического и проектного расчета двигателя [1,2]:

1. Геометрия двигателя
 - 1.1. Момент инерции ротора $I = 8,8e-4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$;
 - 1.2. Длина камеры сгорания $l_{\text{КС}} = 0,1 \text{ м}$;
 - 1.3. Внутренний диаметр камеры сгорания $d_{\text{вн.КС}} = 0,05 \text{ м}$;
 - 1.4. Внешний диаметр камеры сгорания $d_{\text{внеш.КС}} = 0,2 \text{ м}$;
 - 1.5. Площадь критики сопла $F_c = 0,004 \text{ м}^2$;
2. Потери
 - 2.1. Потери давления во входном устройстве $\sigma_{\text{вх}} = 0,99$;
 - 2.2. Потери давления в камере сгорания $\sigma_{\text{КС}} = 0,955$;
 - 2.3. Потери давления в сопле $\sigma_c = 0,95$;
 - 2.4. Потери скорости в сопле $\varphi = 0,98$;
3. КПД
 - 3.1. КПД горения топлива $\eta = 0,98$;
4. Топливо
 - 4.1. Удельная теплота сгорания керосина $q = 42,915e6 \text{ Дж}/\text{кг}$;
 - 4.2. Стехиометрическое соотношение $L_0 = 14,627$.

Замечание: в MatLab в качестве разделителя целой и дробной части используется точка.

Кроме того, для моделирования нам будут нужны расходные и КПД характеристики компрессора и турбины, которые так же берутся из термодинамического расчёта [2]. На рисунках 1 и 2 представлены характеристики компрессора в виде зависимости степени повышения давления π_k^* и КПД η_k от приведённого расхода воздуха $G_{в.пр}$ при различных приведённых частотах вращения компрессора $n_{к.пр}$.

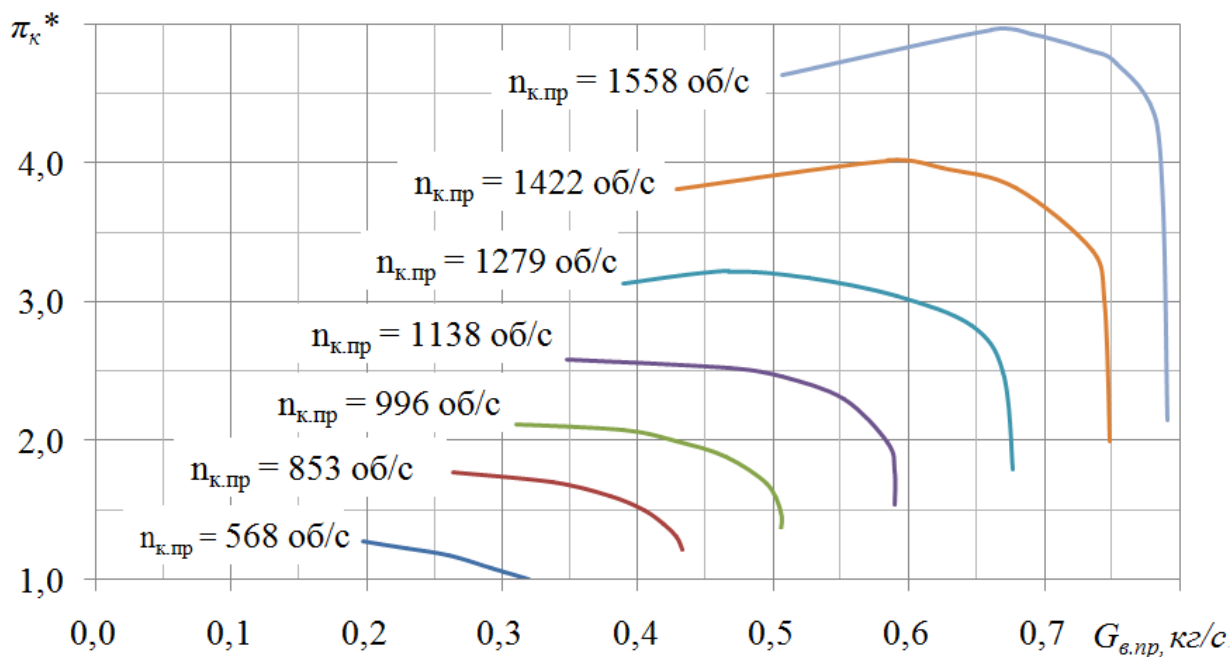


Рисунок 1 – Расходная характеристика компрессора

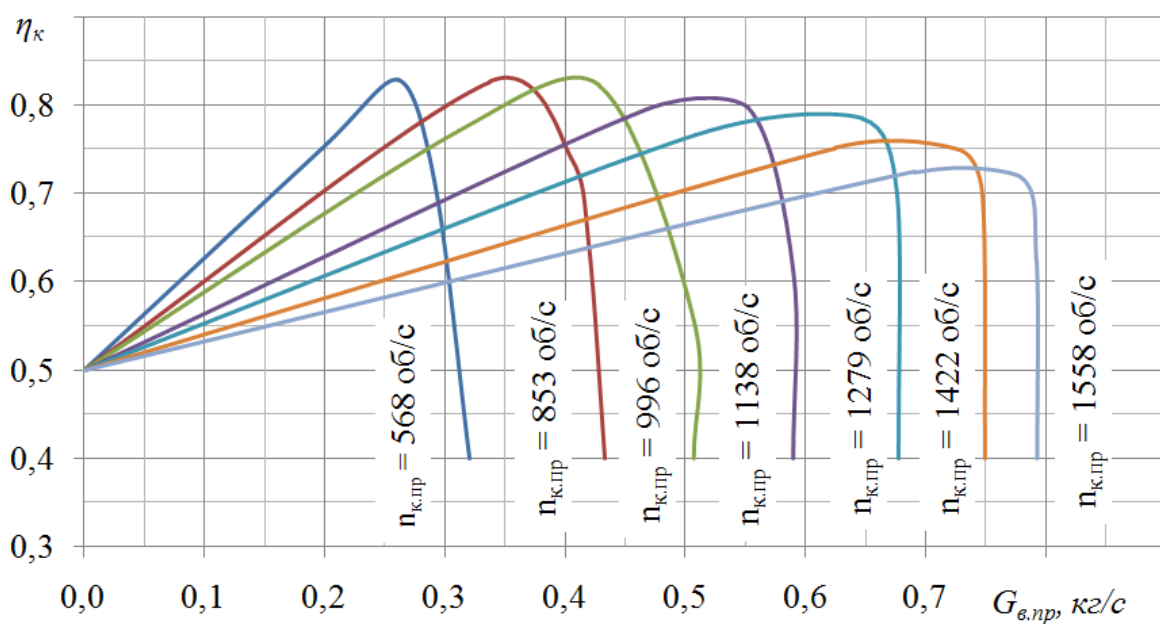


Рисунок 2 – КПД-характеристика компрессора

Режим работы турбины определяется параметрами газа на выходе из камеры сгорания и степенью понижения давления. На рисунках 3 и 4 представлены зависимости в виде расходной и КПД-характеристики турбины, которые находятся аналогично характеристикам компрессора.

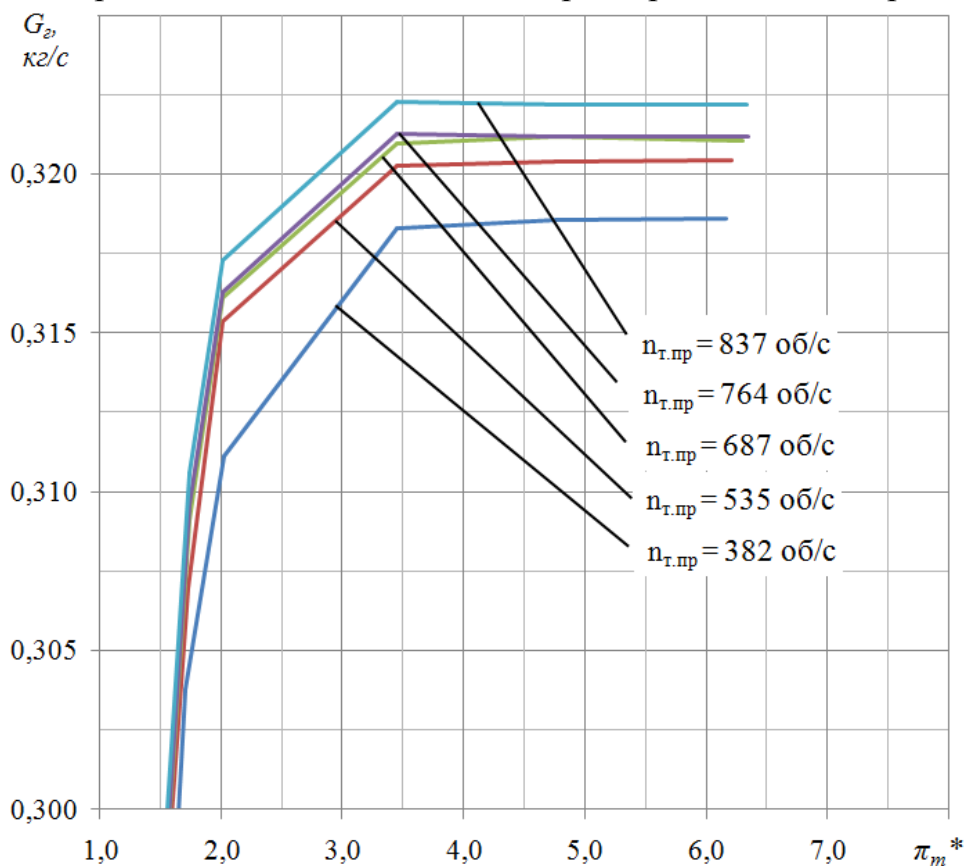


Рисунок 3 – Расходная характеристика турбины

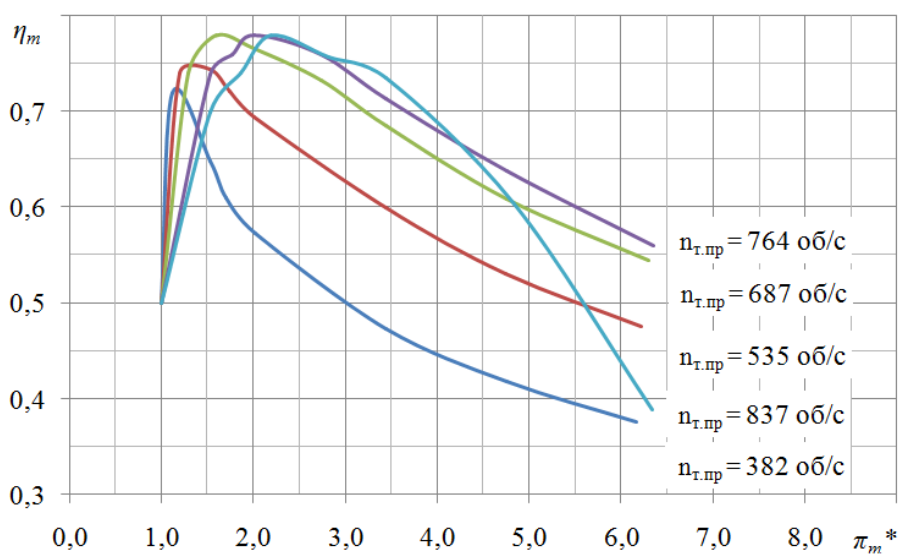


Рисунок 4 – КПД-характеристика турбины

Приведённые на рисунках 1–4 характеристики представлены изначально в табличном виде. Использованные значения и их использование при построении модели в MatLab рассмотрено в соответствующих разделах.

2 ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В МАТЛАБ

Общий вид модели в MatLab/Simulink приведён на рисунке 5.

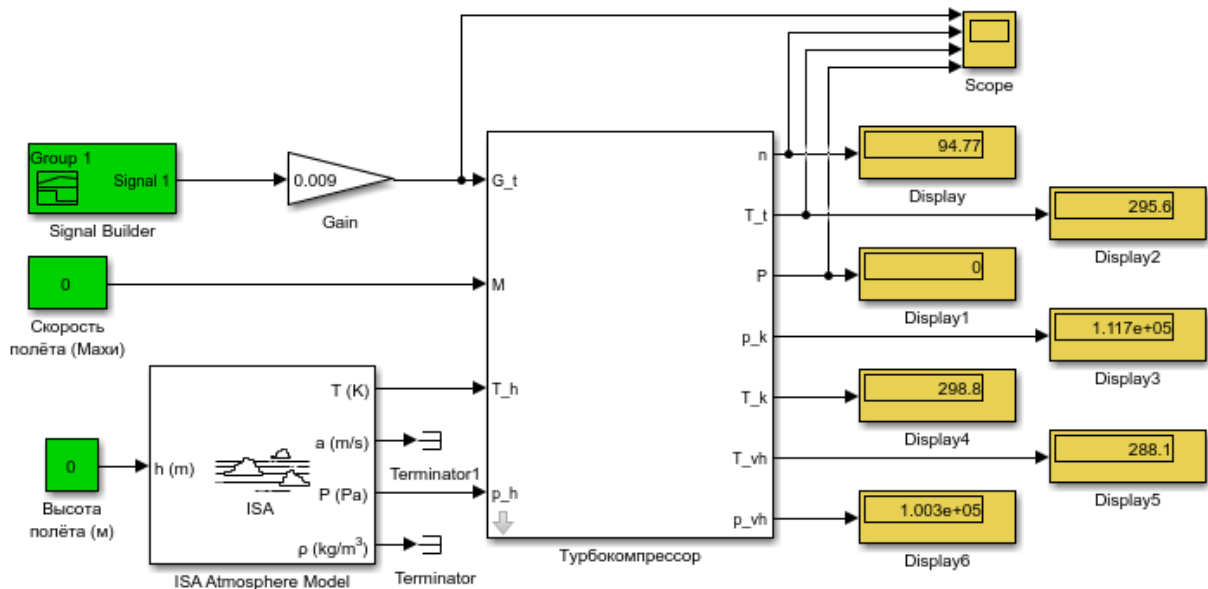


Рисунок 5 – Термодинамическая модель двигателя в MatLab/Simulink

Замечание: в блоке Signal Builder необходимо задать соответствующие значения сигнала от 0 до 1 по необходимой длительности времени расчёта, либо заменить его на какой-либо другой элемент, с помощью которого можно задавать входной сигнал.

На этом уровне модели блок *Турбокомпрессор* представляет собой *Subsystem*. Для подсистем есть возможность накладывать «маску», в которой могут быть прописаны все необходимые константы. При этом будет осуществлена возможность удобного редактирования этих констант, вместо того, чтобы лазить по модели и искать все вхождения этой переменной. Для этого на подсистеме нужно нажать правой кнопкой мыши и во всплывающем меню выбрать Mask -> Create Mask (либо, если она уже существует Edit Mask) (рисунок 6).

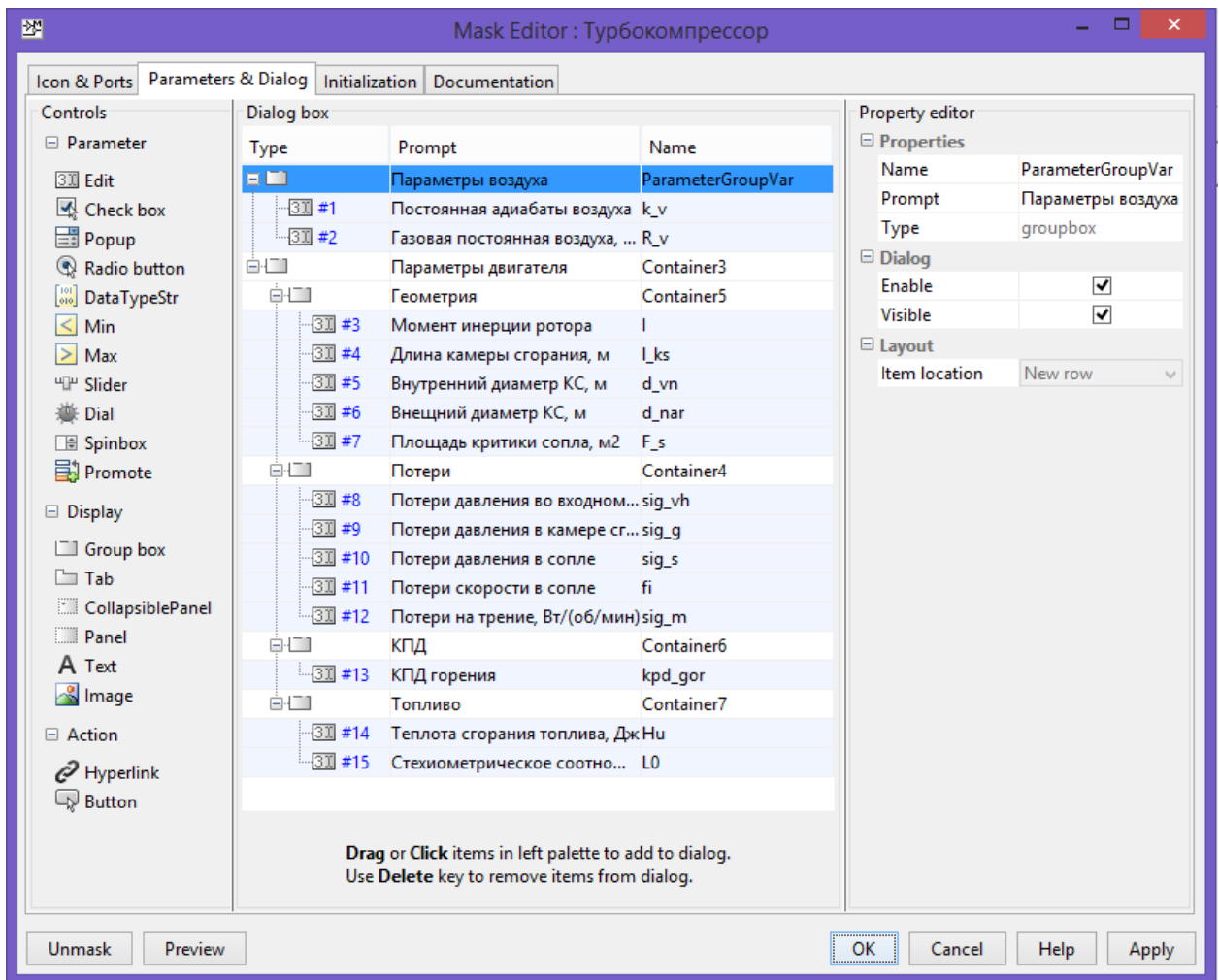


Рисунок 6 – Окно редактора «маски»

В открывшемся окне (рисунок 6) во вкладке *Parameters & Dialog* в левой колонке с названием *Controls* находятся элементы, выносимые в «маску». Для наших целей достаточно будет поля редактирования *Edit* (добавляется в список параметров щелчком левой кнопки мыши) и элемента *Group Box* для формирования подразделов для лучшего восприятия данных. В центральной части окна в колонке *Prompt* указывается название параметра или его описание, а в колонке *Name* – название переменной, которая будет использоваться в подсистеме. Значение переменной можно редактировать либо сразу (правая колонка, при нажатии на определённый элемент появляется поле для более тонкого редактирования), либо ввести нужное значение при открытии «маски» после окончания редактирования (рисунок 7).

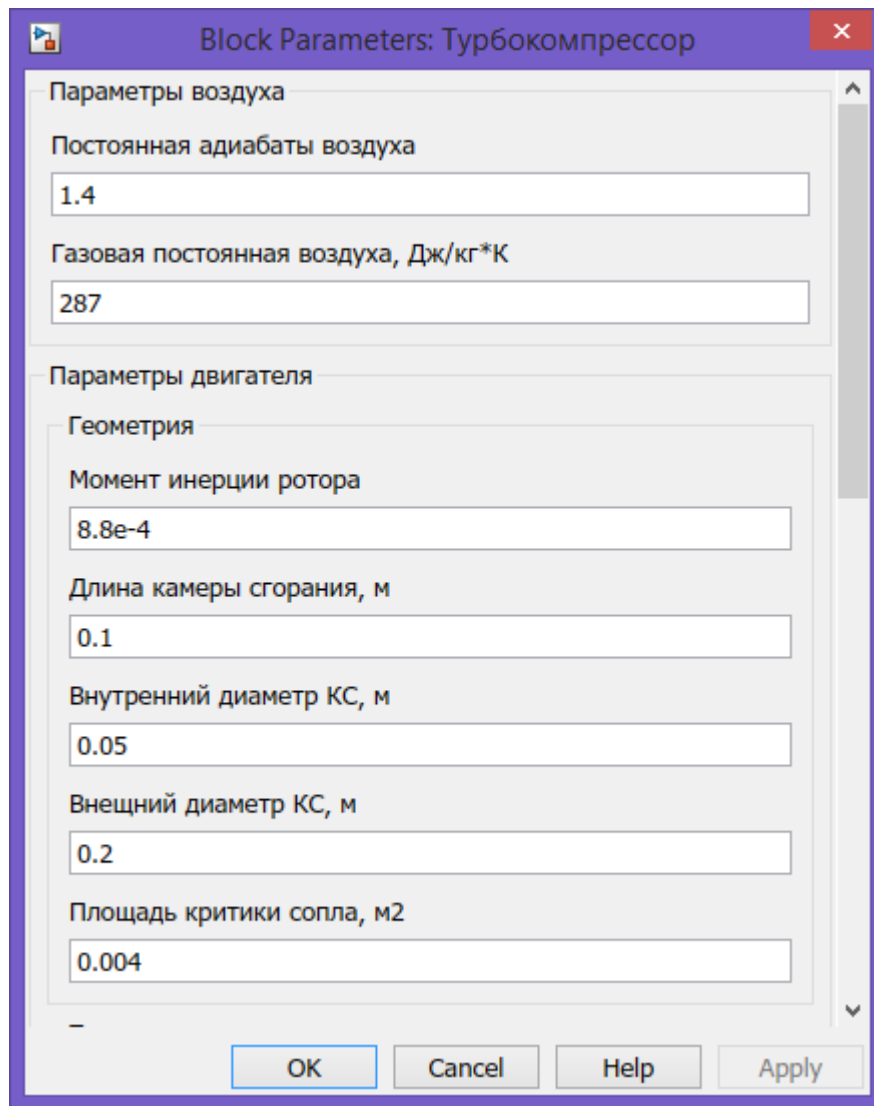


Рисунок 7 – Блок параметров «маски»

Во вкладке *Initialization* окна редактора «маски» можно ввести любые необходимые зависимости (рисунок 8). В данном случае реализован расчёт площади проточного сечения камеры сгорания и её объём.

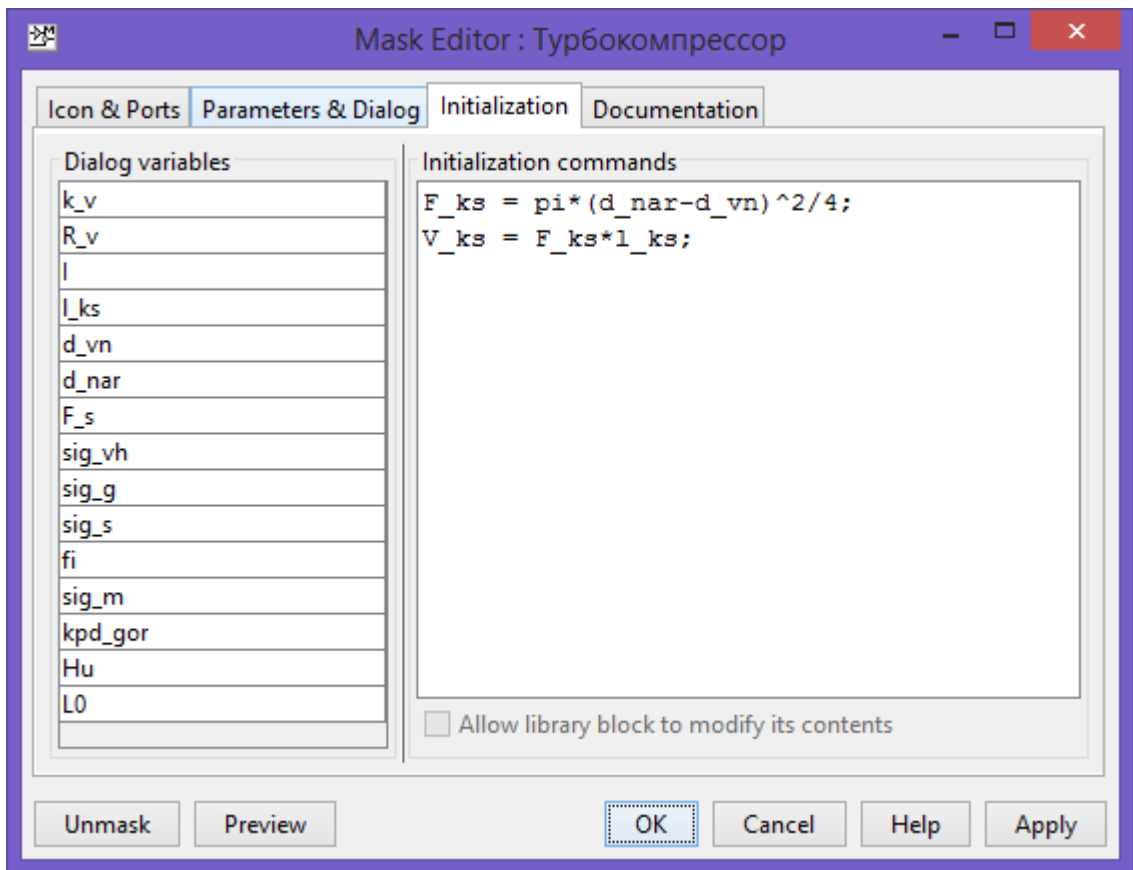


Рисунок 8 – Расчёт зависимостей в «маске»

Блок *Турбокомпрессор* содержит в себе другие подсистемы, рассчитывающие основные элементы двигателя (рисунок 9).

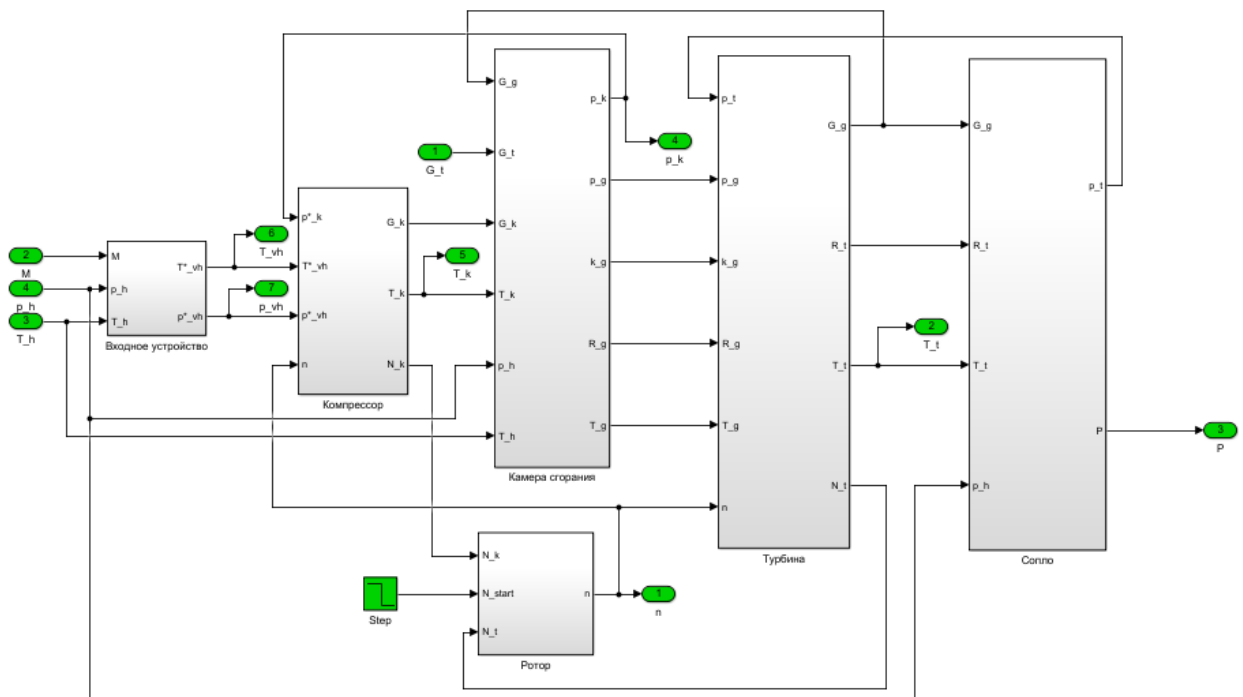

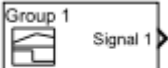
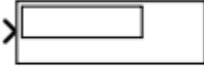



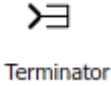
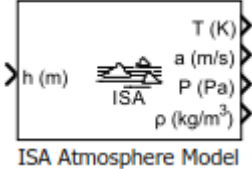





Рисунок 9 – Внутренняя реализация блока Турбокомпрессор

На данном уровне модели использовались следующие блоки библиотеки Simulink:

 <p>Constant</p>	<p>Источник постоянного сигнала Simulink/Sources/Constant</p> <p><i>Назначение:</i> Задаёт постоянный по уровню сигнал.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Constant value - Постоянная величина. 2. Interpret vector parameters as 1-D – Интерпретировать вектор параметров как одномерный (при установленном флажке). Данный параметр встречается у большинства блоков библиотеки Simulink. В дальнейшем он рассматриваться не будет. <p>Значение константы может быть действительным или комплексным числом, вычисляемым выражением, вектором или матрицей.</p>
 <p>Signal Builder</p>	<p>Планировщик сигналов Simulink/Sources/Signal Builder</p> <p><i>Назначение:</i> Задаёт произвольный сигнал по точкам в зависимости от времени.</p>
 <p>Display</p>	<p>Цифровой дисплей Simulink/Sink/Display</p> <p><i>Назначение:</i> Отображает значение сигнала в виде числа.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Format – формат отображения данных. Параметр Format может принимать следующие значения: <ol style="list-style-type: none"> 1. short – 5 значащих десятичных цифр. 2. long – 15 значащих десятичных цифр. 3. short_e – 5 значащих десятичных цифр и 3 символа степени десяти. 4. long_e – 15 значащих десятичных цифр и 3 символа степени десяти. 5. bank – "денежный" формат. Формат с фиксированной точкой и двумя десятичными цифрами в дробной части числа. • Decimation – кратность отображения входного сигнала. При Decimation = 1 отображается каждое значение входного сигнала, при Decimation = 2 отображается каждое второе значение, при Decimation = 3 – каждое третье значение и т.д. • Sample time – шаг модельного времени. Определяет дискретность отображения данных. • Floating display (флажок) – перевод блока в "свободный" режим. В данном режиме входной порт блока отсутствует, а выбор сигнала для отображения выполняется щелчком левой клавиши "мыши" на соответствующей линии связи. В этом режиме для параметра расчета Signal storage reuse должно быть установлено значение off (вкладка Advanced в окне диалога Simulation parameters...).

 <p>Scope</p>	<p>Осциллограф Simulink/Sink/Scope</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Строит графики исследуемых сигналов в функции времени. Позволяет наблюдать за изменениями сигналов в процессе моделирования.</p>
 <p>Gain</p>	<p>Усилитель Simulink/Math Operations/Gain</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Выполняют умножение входного сигнала на постоянный коэффициент.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> Gain – Коэффициент усиления. Multiplication – Способ выполнения операции. Может принимать значения (из списка): <ul style="list-style-type: none"> - Element-wise $K*u$– Поэлементный. - Matrix $K*u$ – Матричный. Коэффициент усиления является левосторонним операндом. - Matrix $u*K$ – Матричный. Коэффициент усиления является правосторонним операндом. Saturate on integer overflow (флажок) – Подавлять переполнение целого. При установленном флажке ограничение сигналов целого типа выполняется корректно. <p>Блоки усилителей Gain и Matrix Gain есть один и тот же блок, но с разными начальными установками параметра Multiplication.</p>
 <p>Subsystem</p>	<p>Виртуальная и монолитная подсистемы Simulink/Ports & Subsystems/Subsystem</p> <p>Доступ к окну параметров подсистемы осуществляется через меню Edit командой Block Parameters...</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> Show port labels – Показать метки портов. Treat as atomic unit (флажок) – Считать подсистему монолитной. Таким образом, блоки виртуальной и монолитной подсистем – это один и тот же блок, отличающийся значением данного параметра. Access – Доступность подсистемы для изменений. Выбирается из списка: <ul style="list-style-type: none"> ○ ReadWrite – Пользователь может открывать и изменять подсистему. ○ ReadOnly – Пользователь может открывать подсистему только для просмотра. ○ NoReadOrWrite – Пользователь не может открывать и изменять подсистему. Name of error callback function – Имя функции используемой для обработки ошибок возникающих в данной подсистеме. <p>Остальные параметры подсистемы доступны при разработке приложений с использованием Real-Time Workshop и рассмотрены в документации на это</p>

	<p>приложение.</p> <p>Находящийся в библиотеке блок Subsystem (или Atomic Subsystem) содержит входной и выходной порты и линию связи между ними.</p> <p>После того как блок подсистемы скопирован из библиотеки в модель, он становится доступным для редактирования.</p>
	<p>Концевой приемник Simulink/Sinks/Terminator</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Блок используется для подачи сигнала с неиспользуемого выхода другого блока.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <p>Нет.</p> <p>В том случае, если выход блока оказывается не подключенным ко входу другого блока, Simulink выдает предупреждающее сообщение в командном окне MATLAB. Для исключения этого необходимо использовать блок Terminator.</p>
	<p>Стандартная атмосфера Simulink/Aerospace Blockset/Environment/ISA Atmosphere Model</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Блок используется для расчёта зависимости температуры, скорости звука, давления и плотности воздуха в зависимости от высоты.</p>
	<p>Блок входного порта Simulink/Sources/Inport</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Создает входной порт для подсистемы или модели верхнего уровня иерархии.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Port number – Номер порта. • Port dimensions – Размерность входного сигнала. Если этот параметр равен -1, то размерность входного сигнала будет определяться автоматически. • Sample time – Шаг модельного времени. • Data type – Тип данных входного сигнала: auto, double, single, int8, uint8, int16, uint16, int32, uint32 или boolean. • Signal type – Тип входного сигнала: <ol style="list-style-type: none"> 1. auto – Автоматическое определение типа. 2. real – Действительный сигнал. 3. complex – Комплексный сигнал. • Interpolate data (флажок) – Интерполировать входной сигнал. В случае, если временные отсчеты входного сигнала считываемого из рабочей

	<p>области MATLAB не совпадают с модельным временем, то блок будет выполнять интерполяцию входного сигнала. При использовании блока Inport в подсистеме данный параметр не доступен.</p>
	<p>Блок выходного порта Simulink/Sinks/Outputport</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Создает выходной порт для подсистемы или для модели верхнего уровня иерархии.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Port number – номер порта. • Output when disabled – вид сигнала на выходе подсистемы, в случае если подсистема выключена. Используется для управляемых подсистем. Может принимать значения (выбираются из списка): <ol style="list-style-type: none"> 1. held – выходной сигнал подсистемы равен последнему рассчитанному значению. 2. reset – – выходной сигнал подсистемы равен значению задаваемому параметром Initial output. • Initial output - значение сигнала на выходе подсистемы до начала ее работы и в случае, если подсистема выключена. Используется для управляемых подсистем.
	<p>Генератор ступенчатого сигнала Simulink/Sources/Step</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Формирует ступенчатый сигнал.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Step time - Время наступления перепада сигнала (с). 2. Initial value - Начальное значение сигнала. 3. Final value - Конечное значение сигнала. <p>Перепад может быть как в большую сторону (конечное значение больше чем начальное), так и в меньшую (конечное значение меньше чем начальное). Значения начального и конечного уровней могут быть не только положительными, но и отрицательными (например, изменение сигнала с уровня – 5 до уровня –3).</p>

2.1 Моделирование внешних условий

Если в библиотеке Simulink отсутствует необходимый Toolbox с приведённым выше блоком, то можно провести самостоятельный расчёт требуемых параметров, создав подсистему с необходимыми зависимостями. Примем, что наш двигатель не будет работать выше высоты 11000 метров.

Температура на уровне моря принимается равной $T_0 = 288,15 \text{ K}$, до высоты $h_{11} = 11000 \text{ м}$ (тропосфера) изменяется по следующей зависимости:

$$T = T_0 - 6,5 \frac{h}{1000}.$$

Давление до высоты $h_{11} = 11000$ м:

$$p = p_0 \left(1 - 0,0065 \frac{h}{T_0} \right)^{5,2561}$$

На рисунке 10 представлена реализация внешних условий в MatLab/Simulink.

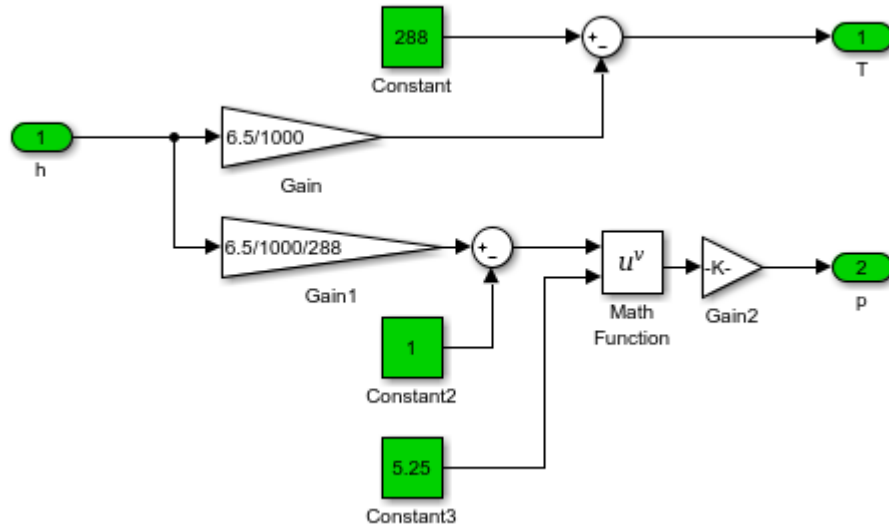
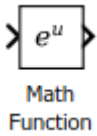



Рисунок 10 – Модель внешних условий

Для создания такой модели, в дополнение к рассмотренным ранее блокам, могут быть использованы следующие:

	<p>Блок вычисления математических функций Simulink/Math Operations/Math Function</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Выполняет вычисление математической функции.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> Function – Вид вычисляемой функции (выбирается из списка): <ul style="list-style-type: none"> exp – Экспоненциальная функция log – Функция натурального логарифма 10^u – Вычисление степени 10 log10 – Функции логарифма magnitude^2 – Вычисление квадрата модуля входного сигнала square – Вычисление квадрата входного сигнала sqrt – Квадратный корень pow – Возведение в степень conj – Вычисление комплексно-сопряженного числа reciprocal – Вычисление частного от деления входного сигнала на 1 hypot – Вычисление корня квадратного из суммы квадратов входных сигналов (гипотенузы прямоугольного треугольника по значениям катетов) rem – Функция, вычисляющая остаток от деления первого входного сигнала на второй mod – Функция, вычисляющая остаток от деления с учетом знака transpose – Транспонирование матрицы hermitian – Вычисление эрмитовой матрицы.
---	---

	<p>2. Output signal type – Тип выходного сигнала (выбирается из списка): auto – Автоматическое определение типа real – Действительный сигнал complex – Комплексный сигнал.</p>
 Sum	<p>Блок вычисления суммы Simulink/Math Operations/Sum</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Выполняет вычисление суммы текущих значений сигналов.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Icon shape – Форма блока. Выбирается из списка. - round – окружность, - rectangular – прямоугольник. 2. List of sign – Список знаков. В списке можно использовать следующие знаки: + (плюс), - (минус) и (разделитель знаков). 3. Saturate on integer overflow (флажок) – Подавлять переполнение целого. При установленном флажке ограничение сигналов целого типа выполняется корректно. <p>Количество входов и операция (сложение или вычитание) определяется списком знаков параметра List of sign, при этом метки входов обозначаются соответствующими знаками. В параметре List of sign можно также указать число входов блока. В этом случае все входы будут суммирующими.</p> <p>Если количество входов блока превышает 3, то удобнее использовать блок Sum прямоугольной формы.</p>

2.2 Моделирование входного устройства

Подвод тепла во входном устройстве отсутствует, поэтому параметры воздуха на входе в компрессор рассчитываются по числу Маха, температуре и давлению окружающей среды и по потерям давления [1,3]:

$$T_{ex}^* = T_h \left(1 + \frac{k_g - 1}{2} M^2 \right);$$

$$p_h^* = p_h \left(1 + \frac{k_g - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{k_g}{k_g - 1}};$$

$$p_{ex}^* = p_h^* \sigma_{ex},$$

где T_{ex}^* – полная температура воздуха перед компрессором, К;

T_h – температура воздуха окружающей среды, К

k_g – показатель адиабаты воздуха;

M – число Маха;

p_h^* – полное давление воздуха на входе в двигатель, Па;

p_h – давление воздуха окружающей среды, Па;

p_{ex}^* – полное давление воздуха на входе в компрессор, Па;

σ_{ex} – коэффициент потерь давления во входном устройстве.

На рисунке 11 представлена реализация входного устройства в MatLab/Simulink.

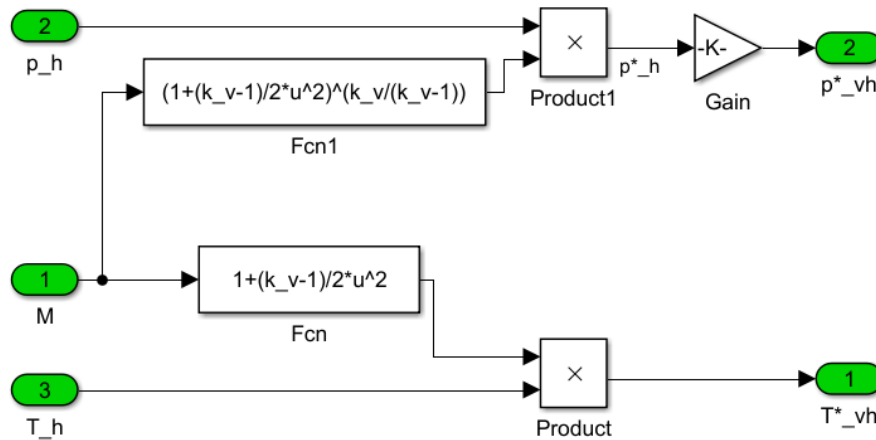
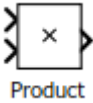
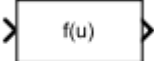


Рисунок 11 – Модель входного устройства

В качестве дополнительных блоков могут быть использованы следующие:

 <p>Product</p>	<p>Блок умножения Simulink/Math Operations/Product</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Выполняет вычисление произведения текущих значений сигналов.</p> <p><i>Параметры:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> Number of inputs – Количество входов. Может задаваться как число или как список знаков. В списке знаков можно использовать знаки * (умножить) и / (разделить). Multiplication – Способ выполнения операции. Может принимать значения (из списка): <ul style="list-style-type: none"> - Element-wise – Поэлементный. - Matrix – Матричный. Saturate on integer overflow (флажок) – Подавлять переполнение целого. При установленном флажке ограничение сигналов целого типа выполняется корректно. <p>Если параметр Number of inputs задан списком, включающим кроме знаков умножения также знаки деления, то метки входов будут обозначены символами соответствующих операций.</p>
 <p>Fcn</p>	<p>Блок задания функции Simulink/User-Defined Functions/Fcn</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Задаёт выражение в стиле языка программирования C .</p> <p><i>Параметры:</i></p> <p>Expression – Выражение, используемое блоком для вычисления выходного сигнала на</p>

	<p>основании входного. Это выражение составляется по правилам, принятым для описания функций на языке C.</p> <p>В выражении можно использовать следующие компоненты:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Входной сигнал. Входной сигнал в выражении обозначается u, если он является скаляром. Если входной сигнал – вектор, необходимо указывать номер элемента вектора в круглых скобках. Например, u(1) и u(3) – первый и третий элементы входного вектора. 2. Константы. 3. Арифметические операторы (+ – * /). 4. Операторы отношения (= != > < >= <=). 5. Логические операторы (&& !). 6. Круглые скобки. 7. Математические функции: abs, acos, asin, atan, atan2, ceil, cos, cosh, exp, fabs, floor, hypot, ln, log, log10, pow, power, rem, sgn, sin, sinh, sqrt, tan, и tanh. 8. Переменные из рабочей области. Если переменная рабочей области является массивом, то ее элементы должны указываться с помощью индексов в круглых скобках. Например, A(1,1) - первый элемент матрицы A. <p>Операторы отношения и логические операторы возвращают значения в виде логического нуля (FALSE) или логической единицы (TRUE).</p> <p>Операторы, допускаемые к использованию в выражении, имеют следующий приоритет (в порядке убывания):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. () 2. + – (унарные) 3. Возведение в степень 4. ! 5. / 6. + – (бинарные) 7. > < >= <= 8. = != 9. && 10. <p>Блок не поддерживает матричные и векторные операции. Выходной сигнал блока всегда – скаляр.</p>
--	---

2.3 Моделирование компрессора

Приведённые параметры рассчитываются по формулам [1]:

$$G_{в.пр} = G_{\epsilon} \frac{101325}{p_{\epsilon}^*} \sqrt{\frac{T_{\epsilon}^*}{288}};$$

$$n_{к.пр} = n \sqrt{\frac{288}{T_{\epsilon}^*}},$$

где G_{ϵ} – расход воздуха через компрессор, *кг/с*;

n – частота вращения ротора, *об/с*.

Согласно принятым допущениям сжатие воздуха описывается адиабатическим процессом [1, 3]:

$$T_{\kappa}^* = T_{ex}^* \left(1 + \frac{\pi_{\kappa}^* \frac{k_{\epsilon} - 1}{k_{\epsilon}} - 1}{\eta_{\kappa}} \right);$$

$$\pi_{\kappa}^* = \frac{p_{\kappa}^*}{p_{ex}^*},$$

где T_{κ}^* – полная температура воздуха за компрессором, K ;

p_{κ}^* – полное давление за компрессором, $Па$.

Мощность компрессора вычисляется по энтальпиям воздуха на входе и на выходе из него [1, 3]:

$$N_{\kappa} = G_{\epsilon} (i_{\kappa}^* - i_{ex}^*) = G_{\epsilon} R_{\epsilon} \frac{k_{\epsilon}}{k_{\epsilon} - 1} (T_{\kappa}^* - T_{ex}^*),$$

где N_{κ} – мощность компрессора, $Вт$;

i_{κ}^* – энтальпия воздуха на выходе из компрессора, $Дж/кг$;

i_{ex}^* – энтальпия воздуха на входе в компрессор, $Дж/кг$;

R_{ϵ} – удельная газовая постоянная воздуха, $Дж/кг \cdot K$.

Интерполяция характеристики компрессора по двум параметрам производится в специальном блоке MATLAB Function, в который копируется код программы (ПРИЛОЖЕНИЕ 1). На рисунке 12 представлена реализация компрессора в MatLab/Simulink.

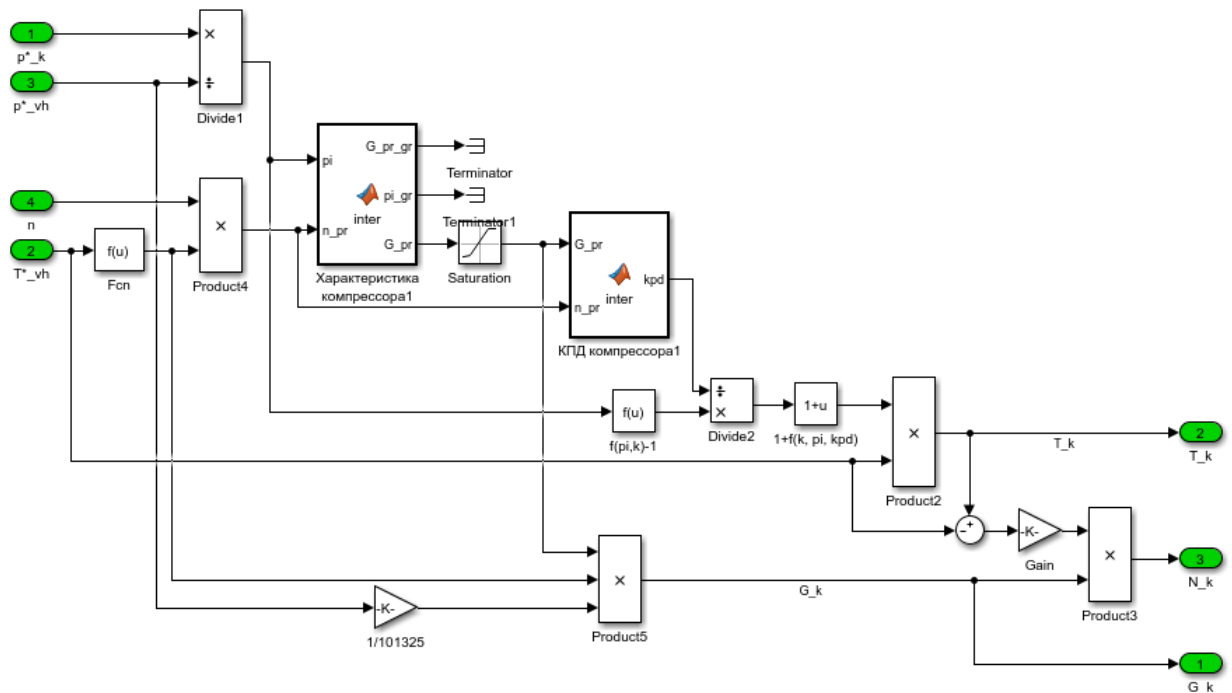


Рисунок 12 – Модель компрессора

Замечание: для каждой характеристики будет создаваться такой блок с практически одинаковым кодом, в котором будут меняться названия

входных и выходных переменных, переменная *mas* (значения точек на характеристике), переменная *M* (количество строк, не считая первой) и *N* (количество столбцов).

В блоке расчёта расходной характеристики начало функции будет следующим:

```
function [G_pr_gr, pi_gr,G_pr] = inter(pi,n_pr)

mas = [0 568.67 853 995.78 1138 1279.5 1422.6 1558.3 ...
1 1.00 1.22 1.36 1.54 1.80 2.00 2.15 ...
1 1.00 1.31 1.49 1.79 2.50 3.02 4.25 ...
1 1.09 1.40 1.69 1.99 2.83 3.37 4.71 ...
1 1.09 1.50 1.89 2.30 3.04 3.82 4.82 ...
1 1.18 1.60 2.00 2.46 3.17 3.96 4.93 ...
1 1.23 1.70 2.08 2.53 3.22 4.02 4.96 ...
1 1.28 1.78 2.12 2.59 3.22 4.02 4.96 ...
0 0.3200 0.4328 0.5063 0.5899 0.6770 0.7482 0.7916 ...
0 0.3200 0.4285 0.5063 0.5898 0.6702 0.7448 0.7843 ...
0 0.2918 0.4194 0.4956 0.5848 0.6464 0.7360 0.7542 ...
0 0.2918 0.4049 0.4649 0.5524 0.5914 0.6792 0.7316 ...
0 0.2613 0.3803 0.4290 0.5070 0.5265 0.6247 0.6913 ...
0 0.2295 0.3376 0.3899 0.4679 0.4675 0.5848 0.6616 ...
0 0.1977 0.2640 0.3112 0.3478 0.3897 0.4294 0.5072];
```

```
M = 14;
N = 8;
```

В блоке расчёта КПД характеристики начало функции будет следующим:

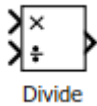
```
function kpd = inter(G_pr,n_pr)


mas = [568.67 853 995.78 1138 1279.5 1422.6 1558.3 ...
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 ...
0.1977 0.3376 0.3112 0.4679 0.5079 0.6247 0.6913 ...
0.2613 0.4048 0.4290 0.5524 0.6464 0.7283 0.7787 ...
0.2918 0.4196 0.5063 0.5899 0.6758 0.7469 0.7915 ...
0.3200 0.4328 0.5070 0.5900 0.6770 0.7490 0.7920 ...
0.5000 0.5000 0.5000 0.5000 0.5000 0.5000 0.5000 ...
0.7500 0.8264 0.7700 0.7946 0.7655 0.7515 0.7241 ...
0.8289 0.7396 0.8218 0.7963 0.7846 0.7491 0.7191 ...
0.7069 0.6439 0.5610 0.6148 0.6969 0.6977 0.6228 ...
0.4000 0.4000 0.4000 0.4000 0.4000 0.4000 0.4000];
```

```
M = 10;
N = 7;
```

В переменной *mas* первая строка отвечает за частоту вращения, первая половина оставшихся строк – входной параметр (разный для каждой функции), вторая половина – выходной параметр (так же разный для разных функций).

При моделировании компрессора добавляются следующие блоки:

	<p>Блок умножения и деления Simulink/Math Operations/Divide</p>
---	--

	<p><i>Назначение:</i></p> <p>Позволяет умножать и делить входные значения. По использованию аналогичен сумматору.</p>
 <p>MATLAB Function</p>	<p>Блок написания произвольных функций Simulink/ User-Defined Functions/MATLAB Function</p> <p><i>Назначение:</i></p> <p>Позволяет использовать в модели Simulink произвольный код для вычисления требуемой функции.</p>

2.4 Моделирование камеры сгорания

Приведённые ниже формулы для расчёта температуры в камере сгорания и давления рекомендуется выполнять в виде отдельных подсистем внутри блока расчёта *Камеры сгорания*. Это позволит избежать путаницы в большом количестве блоков (рисунок 13).

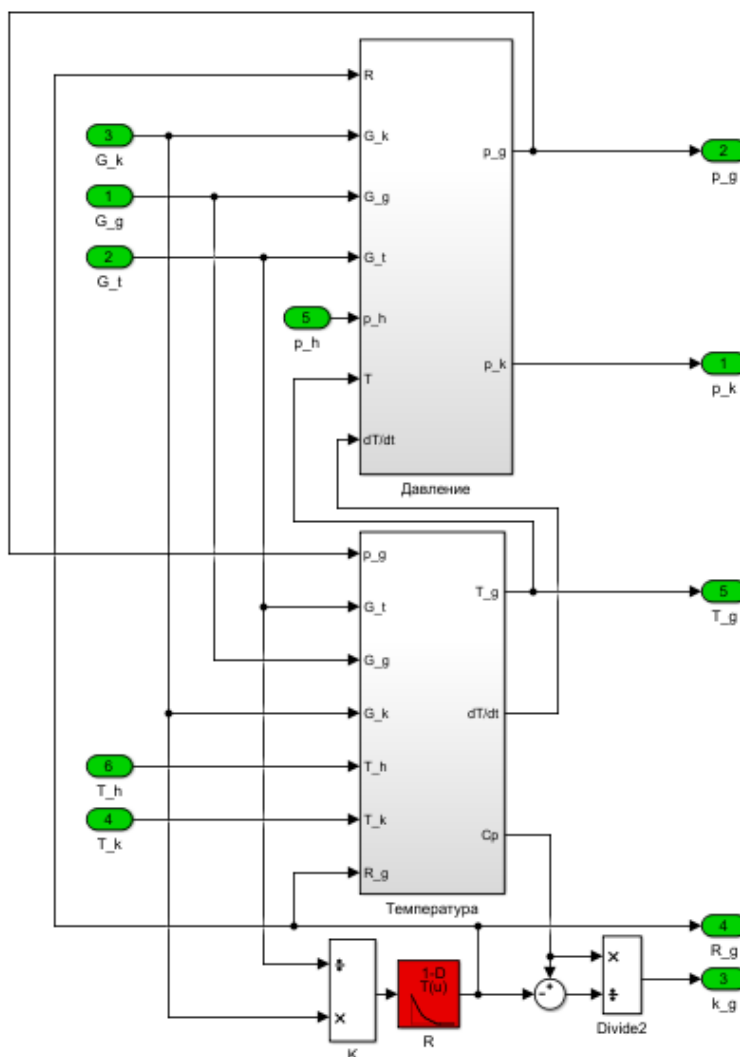


Рисунок 13 – Модель камеры сгорания

Газовая постоянная рассчитывается исходя из массового соотношения компонентов. Её значения приведены в таблице 1. Все подобные табличные значения заносятся в блок *1-D Lookup Table*.

Таблица 1 – Газовая постоянная продуктов сгорания

К	R_g , Дж/кг·К
0	510,7
1,48	463,9
2,96	424,2
4,44	390,9
5,92	363,4
7,40	341,2
8,88	323,5
10,36	310,9
11,84	301,3
13,32	294,0
14,80	289,6
22,20	288,2

Показатель адиабаты рассчитывается по значениям газовой постоянной и изобарной теплоёмкости:

$$k = \frac{c_p}{c_p - R}$$

Для расчёта температуры на выходе из камеры сгорания (на входе в турбину) используем уравнение нестационарного теплового баланса [3, 4] (рисунки 14-17):

$$c_{p,z} \frac{V_{kc} p_z^*}{R_z T_z^*} \frac{dT_z^*}{dt} = c_{p,g} G_g T_k^* + G_{ker} H_u \eta_{kc} - c_{p,z} G_z T_z^*$$

где $c_{p,z}$ – изобарная теплоёмкость продуктов сгорания, Дж/кг·К;

V_{kc} – объём камеры сгорания, м³;

p_z^* – давление продуктов сгорания на выходе из камеры, Па;

R_z – удельная газовая постоянная продуктов сгорания, Дж/кг·К;

T_z^* – температура продуктов сгорания на выходе из камеры, К;

$c_{p,g}$ – изобарная теплоёмкость воздуха, Дж/кг·К;

G_{ker} – массовый расход топлива в камеру, кг/с;

H_u – теплота сгорания керосина, МДж;

η_{kc} – КПД горения;

G_z – расход газа на выходе из камеры сгорания, кг/с.

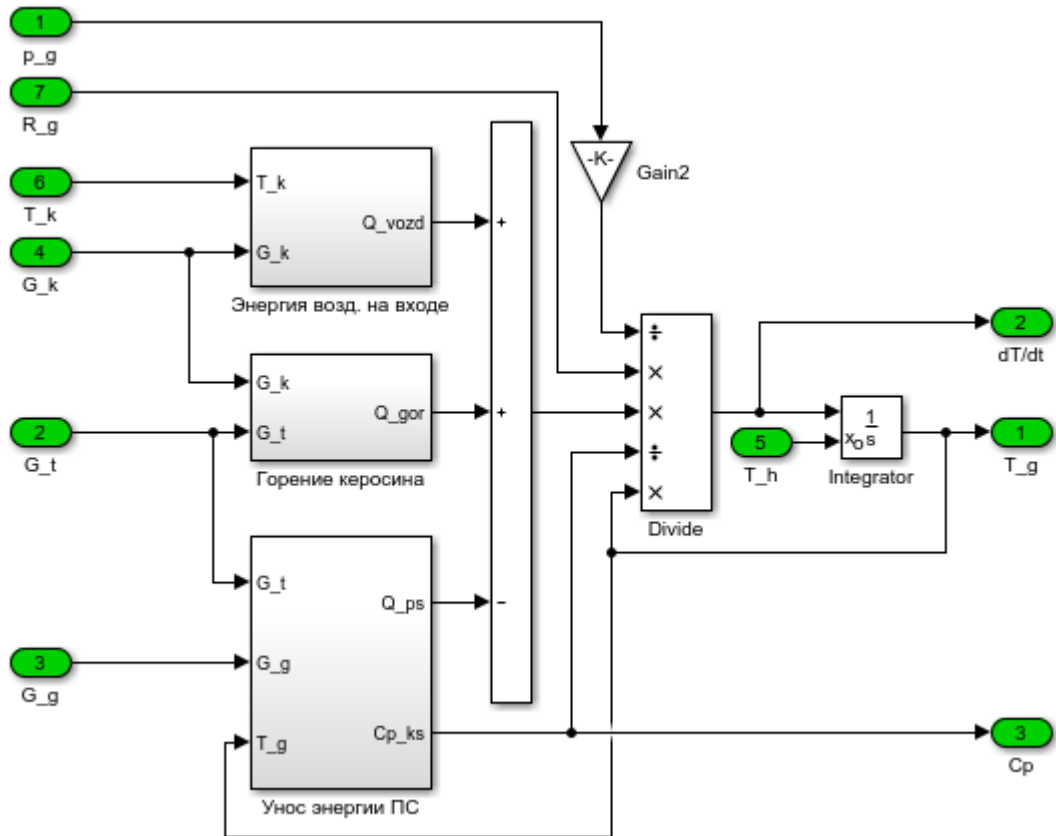


Рисунок 14 – Расчёт температуры в камере сгорания

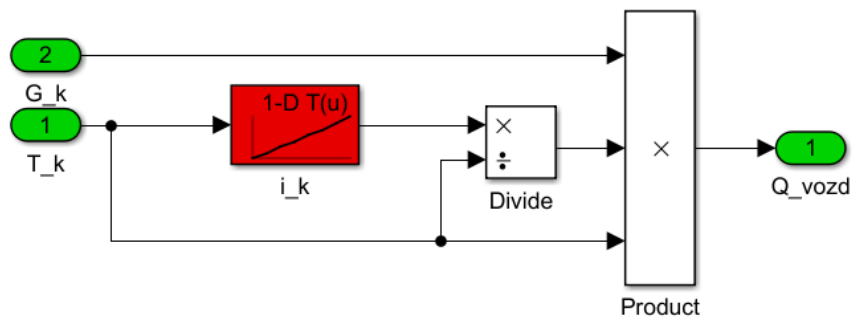


Рисунок 15 – Расчёт энергии воздуха на входе в камеру сгорания

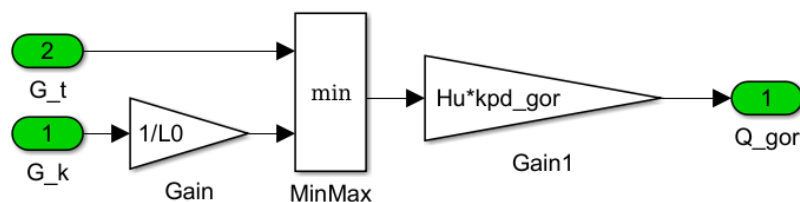


Рисунок 16 – Расчёт энергии горения керосина

Замечание: при создании модели необходимо учитывать, что в первое время после старта топливо в двигатель не поступает, а значит при расчёте изобарной теплоёмкости продуктов сгорания $c_{p,2}$ необходимо

переключаться между энтальпией воздуха и энтальпией продуктов сгорания.

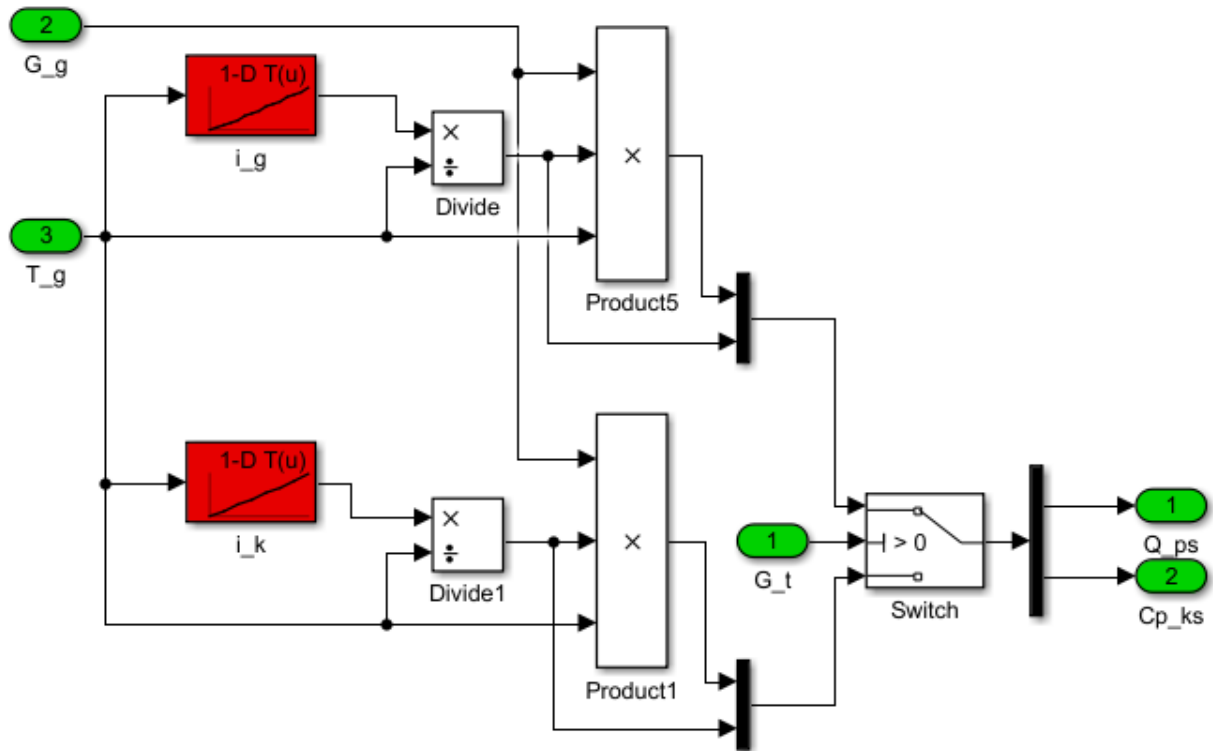


Рисунок 17 – Расчёт энергии продуктов сгорания

Изобарную теплоёмкость найдём из энтальпии и температуры газа [5]:

$$c_p = \frac{i}{T^*}.$$

Энтальпия воздуха представлена в таблице 2, продуктов сгорания – в таблице 3.

Таблица 2 – Энтальпия воздуха на выходе из компрессора [5]

T_k, K	223,15	273,15	323,15	373,15	423,15	473,15	523,15	573,15
$i_k, \text{кДж/кг}$	222,97	273,05	323,23	373,55	424,14	475,09	524,39	578,43

Таблица 3 – Энтальпия продуктов сгорания на выходе из камеры [5]

T_g, K	373	473	573	673	773	873	973	1073
$i_g, \text{кДж/кг}$	377,41	480,99	586,62	694,69	805,34	918,56	1034,1	1151,8

Замечание: значения энтальпий приведены в кДж, поэтому в модели необходимо будет перевести в Дж.

Из уравнения неразрывности определим давление перед турбиной [3, 4] (рисунок 18):

$$\frac{dp_2^*}{dt} = \frac{R_2 T_2^*}{V_{kc}} (G_6 + G_{кер} - G_2) + \frac{p_2^*}{T_2^*} \frac{dT_2^*}{dt}.$$

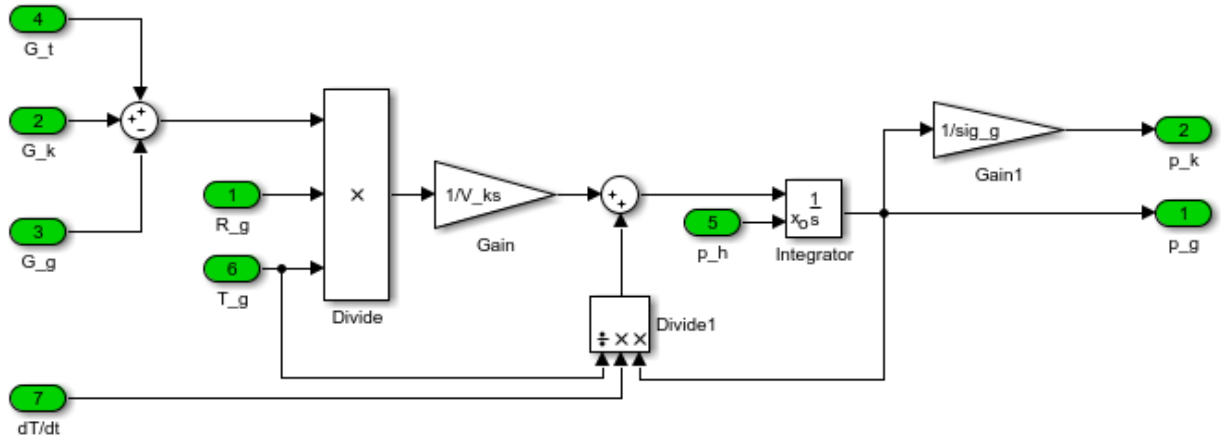


Рисунок 18 – Расчёт давления в камере сгорания

2.5 Моделирование турбины

Режим работы турбины определяется параметрами газа на выходе из камеры сгорания и степенью понижения давления. Зависимость между ними определяется расходной и КПД-характеристикой турбины, которые находятся аналогично характеристикам компрессора [2].

Приведённые параметры турбины рассчитываются по формулам [1,3]:

$$G_{2.np} = G_2 \frac{101325}{p_2^*} \sqrt{\frac{T_2^*}{288}};$$

$$n_{m.np} = n \sqrt{\frac{288}{T_2^*}},$$

где $G_{2.np}$ – приведённый расход газа на выходе из камеры сгорания, кг/с;

$n_{m.np}$ – приведённая частота вращения турбины, об/с.

Температура газа за турбиной вычисляется по соотношению [1, 3]:

$$T_m^* = T_2^* \left(1 - \eta_m \left[1 - \left(\frac{1}{\pi_m^*} \right)^{\frac{k_2 - 1}{k_2}} \right] \right);$$

$$\pi_m^* = \frac{p_2^*}{p_m^*},$$

где T_m^* – полная температура за турбиной, К;

η_m – КПД турбины;

π_m^* – степень повышения давления в турбине;
 k_2 – показатель адиабаты продуктов сгорания;
 p_m^* – давление за турбиной, Па.

Мощность турбины вычисляется по энтальпиям продуктов сгорания на входе и на выходе из неё по формуле [1, 3]:

$$N_m = G_2 (i_2^* - i_m^*) = G_2 R_2 \frac{k_2}{k_2 - 1} (T_2^* - T_m^*),$$

где N_m – мощность турбины, Вт;

i_m^* – энтальпия газа на выходе из турбины, Дж/кг;

i_2^* – энтальпия газа на входе в турбину, Дж/кг.

На рисунке 19 представлена реализация модели турбины.

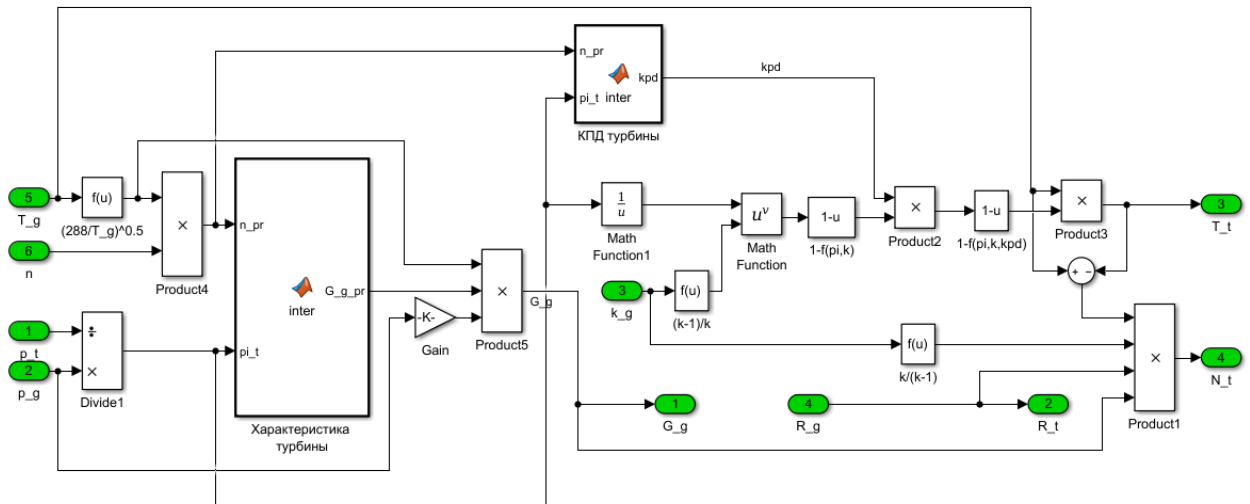


Рисунок 19 – Модель турбины

Аналогично компрессору заносятся характеристики турбины. В блоке расчёта расходной характеристики начало функции будет следующим:

```
function G_g_pr = inter(n_pr, pi_t)
```

mas = [0	381.82	534.53	686.8	763.6	836.5 ...
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000 ...
1	1.2000	1.2000	1.2000	1.2000	1.2000 ...
1	1.5500	1.5328	1.5321	1.5316	1.5327 ...
1	1.7000	1.7300	1.7418	1.7413	1.7409 ...
1	2.0216	2.0172	2.0170	2.0169	2.0168 ...
1	3.4511	3.4473	3.4496	3.4509	3.4509 ...
1	4.7626	4.7530	4.7589	4.7605	4.8437 ...
1	6.1721	6.2159	6.3032	6.3527	6.3440 ...
0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000 ...
0	0.220000	0.225000	0.220000	0.215000	0.216000 ...
0	0.292801	0.296743	0.297500	0.297700	0.298700 ...
0	0.303760	0.306989	0.309100	0.309585	0.310585 ...
0	0.311119	0.315387	0.316097	0.316300	0.317300 ...
0	0.318322	0.320272	0.320966	0.321209	0.322209 ...
0	0.318560	0.320411	0.321058	0.321212	0.322212 ...
0	0.318617	0.320429	0.321185	0.321266	0.322266];

```
M = 16;
N = 6;
```

В блоке расчёта КПД характеристики начало функции будет следующим:

```
function kpd = inter(n_pr, pi_t)

mas = [381.82    534.53    686.8    763.6    836.5 ...
       1.0000    1.0000    1.0000    1.0000    1.0000 ...
       1.1200    1.2000    1.3000    1.5316    1.5327 ...
       1.5334    1.5328    1.6000    1.7742    1.8663 ...
       1.7000    1.7419    2.0170    2.0169    2.2000 ...
       2.0216    2.0172    2.7374    2.7373    2.8255 ...
       3.4511    3.4473    3.4496    3.4509    3.4509 ...
       4.7626    4.7530    4.7589    4.7605    4.8437 ...
       6.1721    6.2159    6.3032    6.3527    6.3440 ...
       0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000 ...
       0.7200    0.7400    0.7400    0.7387    0.7000 ...
       0.6487    0.7440    0.7800    0.7591    0.7400 ...
       0.6100    0.7212    0.7659    0.7794    0.7800 ...
       0.5727    0.6947    0.7333    0.7596    0.7574 ...
       0.4734    0.5992    0.6849    0.7129    0.7349 ...
       0.4179    0.5305    0.6093    0.6376    0.6030 ...
       0.3758    0.4760    0.5453    0.5599    0.3884];
```

```
M = 16;
N = 5;
```

2.6 Моделирование ротора

Связь турбины с компрессором осуществляется ротором, частота вращения которого находится из уравнения вращательного движения [1,3, 4]:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{N_m + N_{cm} - N_\kappa - N_{mp}(n)}{(\pi/30)^2 \cdot I \cdot n}, \quad N_{mp}(n) = k_{mp}(n) \cdot n$$

где I – момент инерции ротора, кг·м²;

N_{cm} – мощность стартера, Вт;

$N_{mp}(n)$ – мощность, затрачиваемая на трение, в зависимости от частоты вращения, Вт,

k_{mp} – коэффициент расчёта потерь мощности на трение, Вт/(об/мин).

Коэффициент потерь мощности на трение задан следующим соотношением:

n, об/мин	0	90457
$k_{тр}$, Вт/(об/мин)	0.0174	0.087

Модель ротора двигателя представлена на рисунке 20.

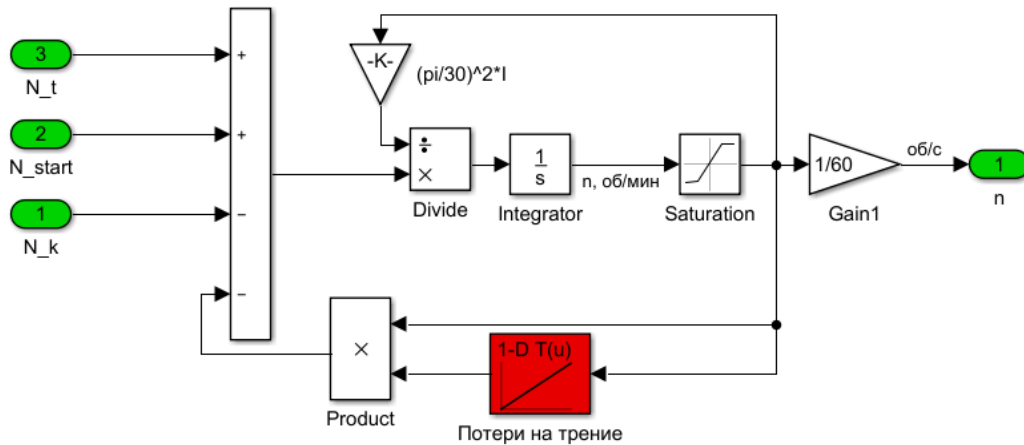


Рисунок 20 – Расчёт частоты вращения ротора

2.7 Моделирование сопла

Тяга двигателя определяется из выражения [1, 3]:

$$P = G_c \cdot w_c,$$

где P – тяга двигателя, H ;

w_c – скорость рабочего тела на выходе из сопла, m/s .

Для определения скорости воспользуемся следующим соотношением:

$$w_c = \frac{G_c}{\rho \cdot F_c},$$

где F_c – площадь критического сечения сопла, m^2 ;

ρ – плотность рабочего тела в сопле, kg/m^3 .

$$\rho = \frac{p_m^*}{R_2 T_2} = \frac{p_h^* / \sigma_c}{R_2 T_2},$$

где p_m^* – давление за турбиной, Pa ;

p_h^* – давление окружающей среды, Pa .

Модель сопла представлена на рисунке 21.

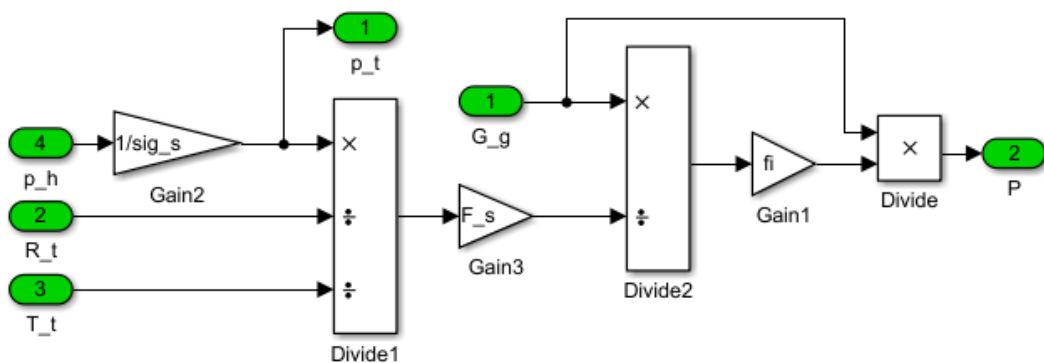


Рисунок 21 – Расчёт тяги двигателя

2.8 Настройки решателя

Открытие панели настроек решателя осуществляется либо из главного меню Simulation/Model Configuration Parameters, либо нажав горячие клавиши Ctrl+E, либо нажав на кнопку в виде шестерёнки на верхней панели модели. После открытия панели (рисунок 22) необходимо ввести такие же значения параметров, как и на рисунке. При этом, время остановки *Stop Time* можно менять в зависимости от требуемого времени моделирования.

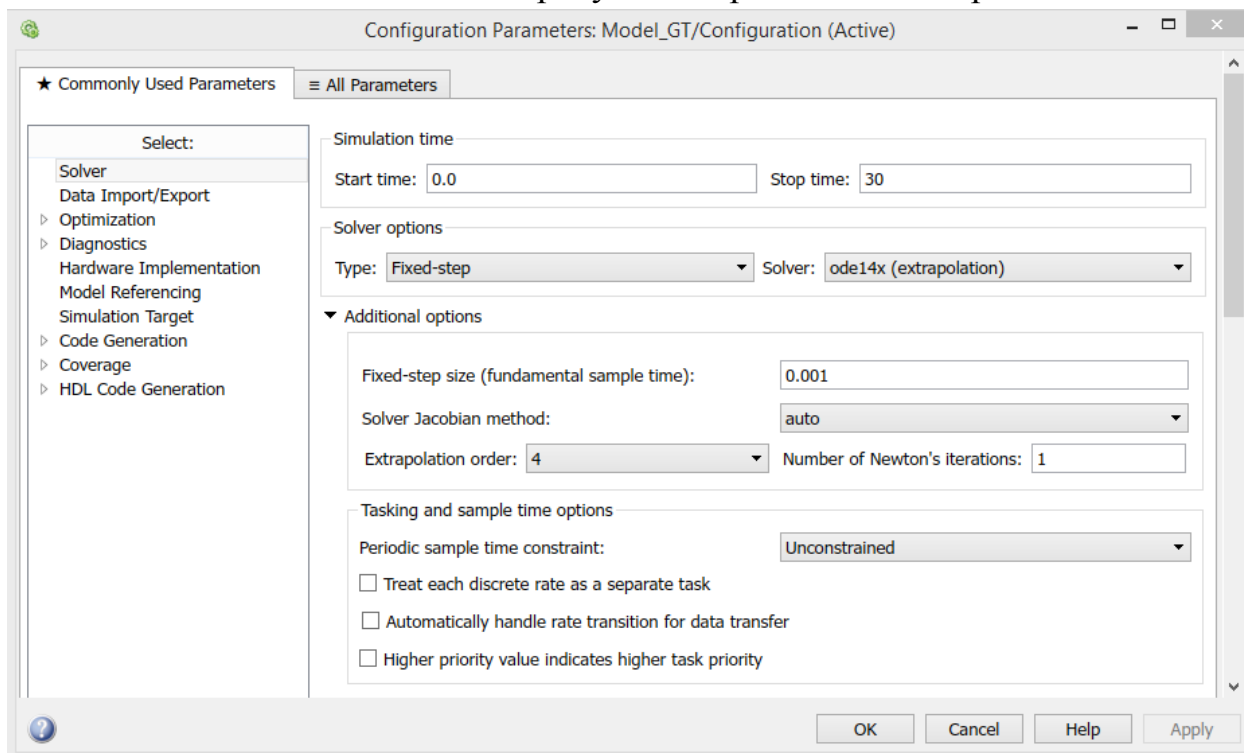


Рисунок 22 – Настройка параметров решателя

Замечание: наиболее подробную информацию о решателях и критериях их выбора можно посмотреть в документации к MatLab: Documentation > Simulink > Simulation > Configure Simulation Conditions

Список использованных источников

1. Кулагин В.В. Теория, расчёт и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок. М.: Машиностроение, 2003. 616 с.
2. А.Ю. Ткаченко, В.Н. Рыбаков, И.Н. Крупенич, Я.А. Остапюк, Е.П. Филинов Автоматизированная система для виртуальных испытаний газотурбинных двигателей // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2014. № 5(47), ч. 3. С. 113-119.
3. Добрянский Г.В., Мартянова. Т.С. Динамика авиационных ГТД. М.: Машиностроение, 1989. 240 с.
4. Гольберг Ф.Д., Батенин А.В. Математические модели газотурбинных двигателей как объектов управления. М.: Московский авиационный институт, 1999. 82 с.
5. Дорофеев В.М., Маслов В.Г., Первышин Н.В., Сватенко С.А., Фишбейн Б.Д. Термогазодинамический расчёт газотурбинных силовых установок. М.: Машиностроение, 1973. 144 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Подпрограмма интерполяции КПД характеристики компрессора

```
function kpd = inter(G_pr,n_pr)

mas = [568.67    853    995.78  1138    1279.5  1422.6  1558.3 ...
       0.0000    0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000 ...
       0.1977    0.3376  0.3112  0.4679  0.5079  0.6247  0.6913 ...
       0.2613    0.4048  0.4290  0.5524  0.6464  0.7283  0.7787 ...
       0.2918    0.4196  0.5063  0.5899  0.6758  0.7469  0.7915 ...
       0.3200    0.4328  0.5070  0.5900  0.6770  0.7490  0.7920 ...
       0.5000    0.5000  0.5000  0.5000  0.5000  0.5000  0.5000 ...
       0.7500    0.8264  0.7700  0.7946  0.7655  0.7515  0.7241 ...
       0.8289    0.7396  0.8218  0.7963  0.7846  0.7491  0.7191 ...
       0.7069    0.6439  0.5610  0.6148  0.6969  0.6977  0.6228 ...
       0.4000    0.4000  0.4000  0.4000  0.4000  0.4000  0.4000];

M = 10;
N = 7;
N1 = M/2;
Gkpd = zeros(1,M);
k1 = 0;
k2 = 0;
XA = 0;
XB = 0;
kpd = 0;

if n_pr>mas(N)
    kp=1+N-2;
    ks=1+N-1;
    XA=mas(kp);
    XB=mas(ks);
    k1=1-2+N*2;
    k2=1-1+N*2;
    for i=1:1:M
        kq=k1+(i-1)*N;
        kw=k2+(i-1)*N;
        if XB==XA
            XB=XB+0.1;
        end
        Gkpd(i)=mas(kq)+((mas(kw)-mas(kq))*(n_pr-XA))/(XB-XA);
    end
end

if n_pr<mas(1)
    XA=mas(1);
    XB=mas(2);
    k1=N+1;
    k2=N+2;
    for i=1:1:M
        kq=k1+(i-1)*N;
        kw=k2+(i-1)*N;
        if XB==XA
            XB=XB+0.1;
        end
        Gkpd(i)=mas(kq)+((mas(kw)-mas(kq))*(n_pr-XA))/(XB-XA);
    end
end
else
    for i=1:1:N-1
        if n_pr>=mas(i)
```

```

        if n_pr<=mas(i+1)
            XA=mas(i);
            XB=mas(i+1);
            k1=N+i;
            k2=1+N+i;
        else
            continue;
        end
    end
end

for i1=1:1:M
    kq=k1+(i1-1)*N;
    kw=k2+(i1-1)*N;
    if XB==XA
        XB=XB+0.1;
    end
    Gkpd(i1)=mas(kq)+((mas(kw)-mas(kq))*(n_pr-XA))/(XB-XA);
end

if G_pr>Gkpd(N1)
    kp=1+N1-2;
    ks=1+N1-1;
    XA=Gkpd(kp);
    XB=Gkpd(ks);
    k1=1-2+N1*2;
    k2=1-1+N1*2;
    kq=k1;
    kw=k2;
    if XB==XA
        XB=XB+0.1;
    end
    kpd=Gkpd(kq)+((Gkpd(kw)-Gkpd(kq))*(G_pr-XA))/(XB-XA);
end

if G_pr<Gkpd(1)
    XA=Gkpd(1);
    XB=Gkpd(2);
    k1=N1+1;
    k2=N1+2;
    kq=k1;
    kw=k2;
    if XB==XA
        XB=XB+0.1;
    end
    kpd=Gkpd(kq)+((Gkpd(kw)-Gkpd(kq))*(G_pr-XA))/(XB-XA);
else
    for i=1:1:N1-1
        if G_pr>=Gkpd(i)
            if G_pr<=Gkpd(i+1)
                XA=Gkpd(i);
                XB=Gkpd(i+1);
                k1=N1+i;
                k2=1+N1+i;
            else
                continue;
            end
        end
        kq=k1;
        kw=k2;
        if XB==XA
            XB=XB+0.1;
        end
        kpd=Gkpd(kq)+((Gkpd(kw)-Gkpd(kq))*(G_pr-XA))/(XB-XA);
    end
end

```


end
end
end