

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королева»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СУММАРНОЙ ЖЕСТКОСТИ РЕДУКТОРА

Методические указания к лабораторной работе

Самара 2007

Составители: В.Б. Балякин, Е.П. Жильников, В.П. Тукмаков

УДК 621.83.001 (075)

Определение суммарной жесткости редуктора: Метод. указания к лаб. работе / Самар. гос. аэрокосм. ун-т; Сост. *В.Б. Балякин, Е.П. Жильников, В.П. Тукмаков*. Самара, 2007. 16 с.

Приводятся краткие сведения о влиянии жесткости деталей машин на их работоспособность. На примере многоступенчатого редуктора предлагается методика теоретического определения жесткости с учетом только кручения валов. А также методика экспериментального определения суммарной жесткости редуктора с учетом всех видов деформаций деталей узла.

Рекомендуется студентам инженерно-технических специальностей вуза при изучении курсов "Детали машин", "Прикладная механика" и "Основы конструирования машин".

Подготовлены на кафедре основ конструирования машин.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета.

Рецензент: С.В. Фалалеев

Цель работы – теоретическое и экспериментальное определение жесткости многоступенчатого редуктора.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Жесткость (в общем случае) – обобщенное усилие, вызывающее соответствующее единичное перемещение [1].

Деформации валов, зубьев и других элементов зубчатой передачи во многих случаях обуславливают долговечность и надежность работы, как самих зубчатых колес, так и всей системы, в которую они входят, например:

1. Суммарная деформация зубчатых передач влияет на качество обработки изделий, изготовленных на различных металлорежущих станках – зубофрезерных, зубодолбежных и других.
2. Суммарная жесткость зубчатых передач оказывает влияние на величину динамических нагрузок, возникающих в процессе их работы [2].

При достаточно высокой окружной скорости вращения удельная (приходящаяся на 1 см ширины зубчатых колес) динамическая нагрузка, возникающая на прямых зубьях при их входе в зацепление или на выходе предыдущей пары зубьев из зацепления, определяется по формуле [2]

$$U = c_1 \Delta_0, \quad (1)$$

где Δ_0 наибольшая разность между наибольшим основным шагом зубчатого колеса и наименьшим шестерни; c_1 – удельная жесткость соединения.

Если учитывать деформацию зубьев, кручение и прогиб вала u , то

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c_k} + \frac{u}{q_n}, \quad (2)$$

где c – жесткость пары зубьев колес;

c_k – жесткость вала на кручение;

q_n – нормальная удельная нагрузка в зацеплении.

3. Суммарная жесткость зубчатых передач определяет собственные частоты изгибных и крутильных колебаний систем, в которые они входят.

Например, если пренебречь значениями массовых моментов инерции зубчатых колес и учесть только суммарную крутильную жесткость редуктора, то с точки зрения динамических свойств систему



можно представить в виде двух масс, связанных крутильной жесткостью

редуктора c_2 , **рис. 1.**

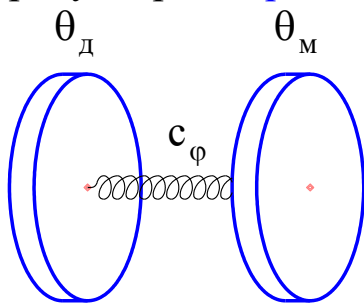


Рис. 1. Определение собственной частоты крутильных колебаний системы двигатель – исполнительный механизм

Собственная частота крутильных колебаний такой системы

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c_\varphi \frac{\theta_D + \theta_M}{\theta_D \theta_M}}, \quad (3)$$

где θ_D , θ_M – массовые полярные моменты инерции соответственно двигателя и исполнительного механизма, $\text{Н}\cdot\text{см}\cdot\text{с}^2$; c_φ – суммарная крутильная жесткость редуктора, $\text{Н}\cdot\text{см}/\text{рад}$.

Частота собственных колебаний пары зубчатых колес, изображенных на **рис. 2**, при однопарном зацеплении вблизи полюса ($c_p = 1,8 \cdot 10^6 \text{ Н}/\text{см}$ [3])

$$f_p = 3,2 \cdot 10^5 \frac{\sqrt{1 + u_{21}^2}}{d_2}, \text{ Гц} \quad (4)$$

где d_2 – диаметр делительной окружности колеса, см.

Если вынужденная частота внешней нагрузки или, например, частота зацепления зубьев передачи

$$f_3 = \frac{n_1 z_1}{60} = \frac{n_2 z_2}{60} \quad (5)$$

совпадает или кратна собственной, то можно ожидать, что система будет работать в режиме динамической неустойчивости (резонанс) и тогда необходимо принимать меры либо по отстройке такой системы (изменение жесткости), либо по улучшению ее динамических свойств (демпфирование колебаний).

Таким образом, в инженерной практике возникает необходимость определения суммарной жесткости зубчатой передачи, что является целью настоящей работы.

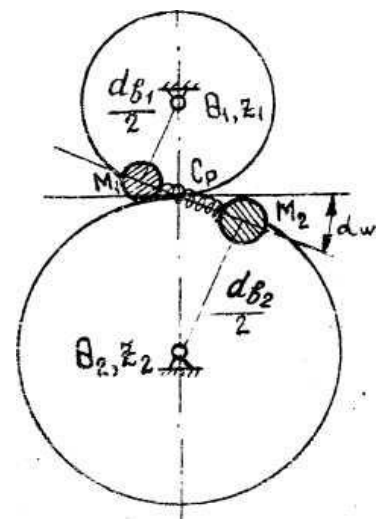


Рис. 2.

Динамическая модель зубчатой пары

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СУММАРНОЙ ЖЕСТКОСТИ РЕДУКТОРА

Теоретическое определение суммарной жесткости рассмотрим на примере двухступенчатого редуктора по схеме [рис. 3](#).

При передаче крутящего момента в валах редуктора возникают деформации изгиба и кручения. Одновременно зубья колес испытывают деформации изгиба и местного (контактного) сжатия. Кроме того, имеют место деформации подшипников и элементов корпусов зубчатых колес. Все это обуславливает деформативность системы, выражающуюся в повороте тихоходного вала 3 на угол φ_3 .

При передаче крутящего момента в валах редуктора влиянием деформаций зубьев, подшипников и корпусов *можно пренебречь ввиду их малости и сложности в расчетах*.

Если принять крутящие моменты сосредоточенными и приложенными в середине по длине зубьев, а валы постоянного сечения по участкам, то угол поворота вала 3

$$\varphi_{3T} = \varphi'_3 + \frac{\varphi_2}{u_{23}}. \quad (6)$$

где φ_2 – угол поворота вала 2;

$$\varphi'_3 = \frac{T_3}{G} \left(\frac{\lambda_{31}}{J_{p31}} + \frac{\lambda_{32}}{J_{p32}} + \frac{\lambda_{33}}{J_{p33}} \right) - \text{угол поворота вала 3 только от дей-$$

ствия момента T_3 на этом валу;

u_{23} – передаточное отношение между валами 2 и 3.

Угол поворота вала 2

$$\varphi_2 = \varphi'_2 + \frac{\varphi_1}{u_{12}}, \quad (7)$$

$$\text{где } \varphi_1 = \frac{T_1}{G} \left(\frac{\lambda_{11}}{J_{p11}} + \frac{\lambda_{12}}{J_{p12}} + \frac{\lambda_{13}}{J_{p13}} + \frac{\lambda_{14}}{J_{p14}} \right) - \text{угол поворота вала 1 от действия}$$

момента T_1 на этом же валу

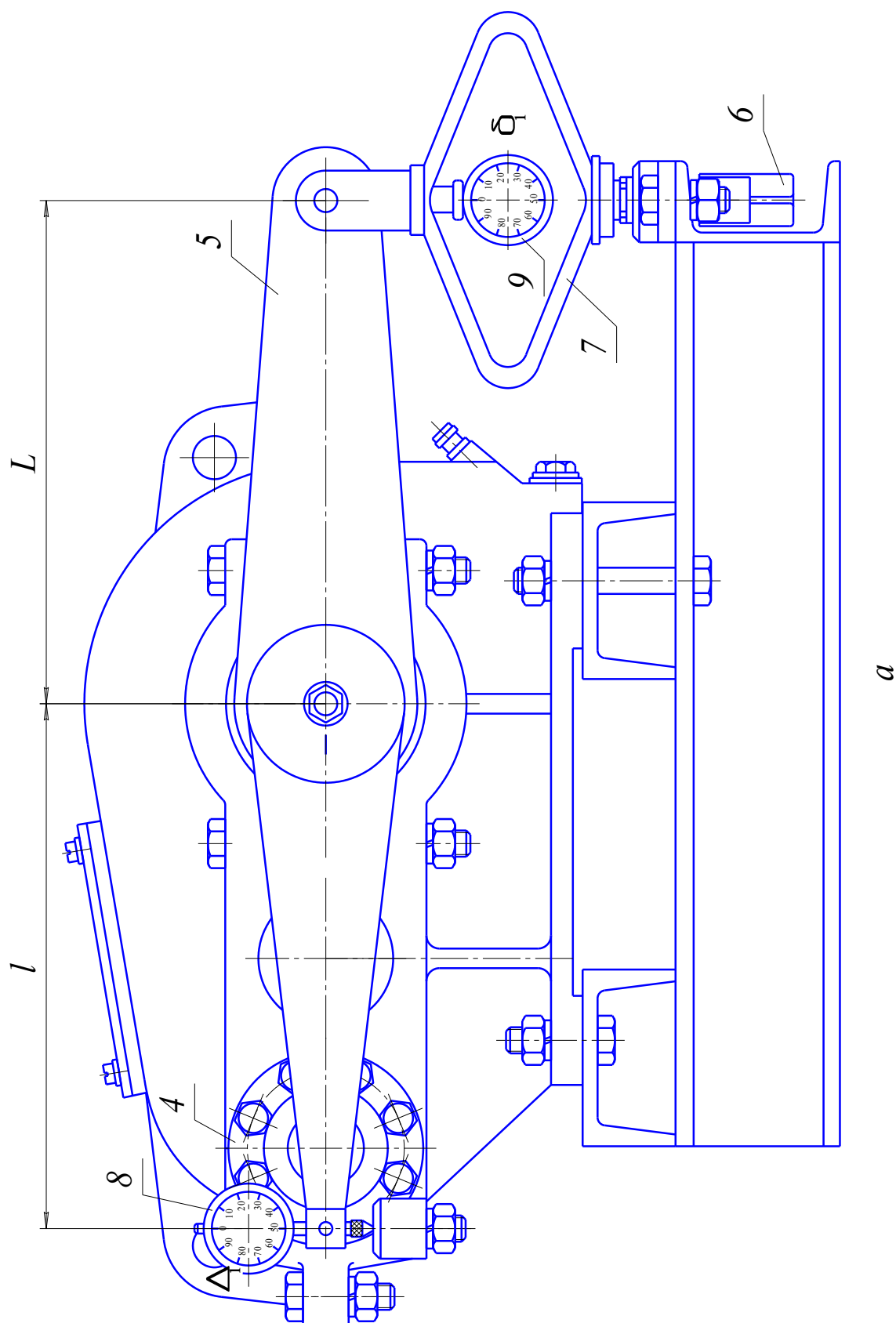
$$\varphi'_2 = \frac{T_2}{G} \left(\frac{\lambda_{21}}{J_{p21}} + \frac{\lambda_{22}}{J_{p22}} \right) - \text{угол поворота вала 2 от действия момента } T_2$$

только на этом валу;

u_{12} – передаточное отношение между валами 1 и 2;

$\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{21}, \lambda_{22}, \lambda_{23}, \lambda_{31}, \lambda_{32}, \lambda_{33}$ – соответственно длины ступе-

ней валов 1, 2, 3 на скручиваемых участках;



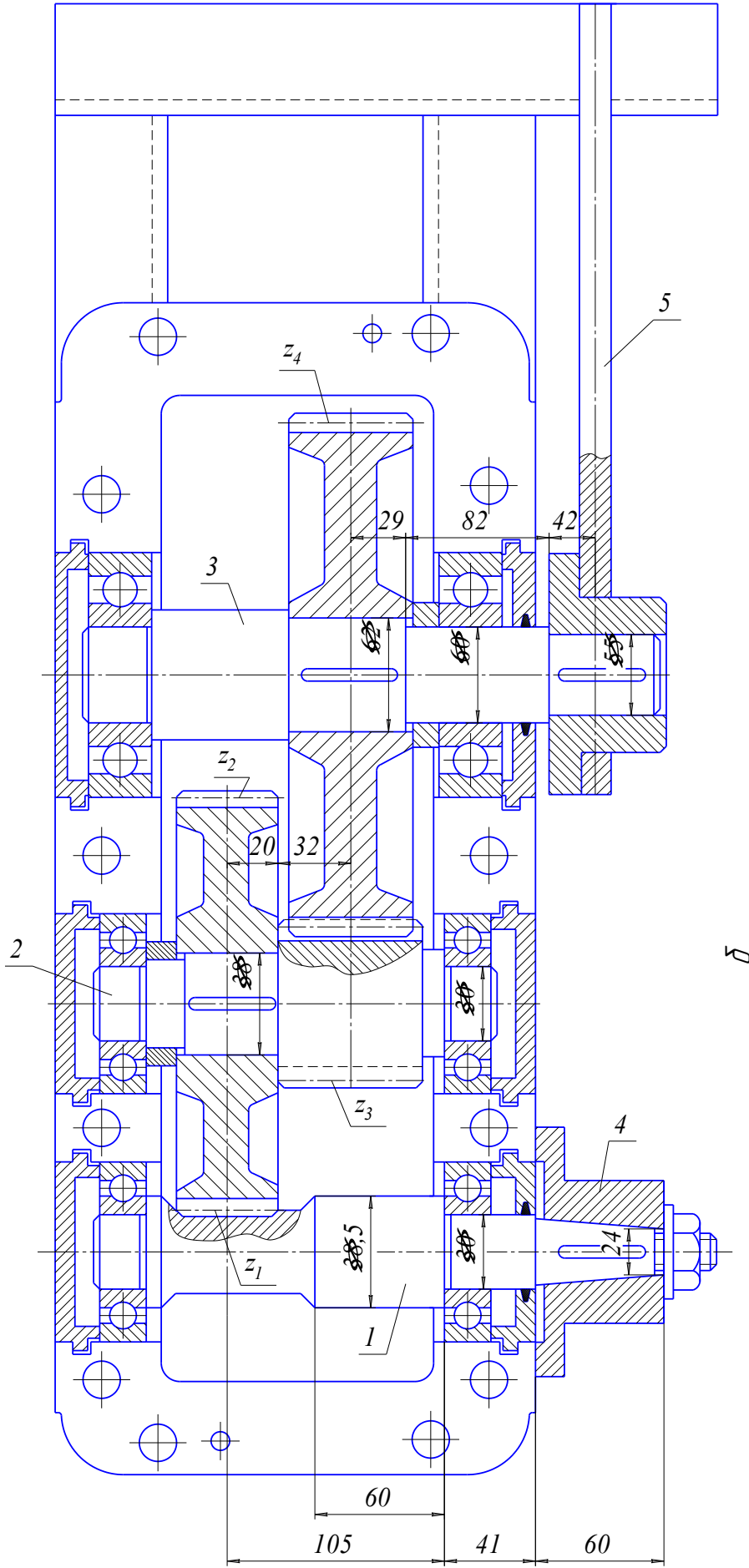


Рис. 3. Схема установки «А» по определению суммарной жесткости редуктора:
 а – вид спереди; б – сечение по разъему

$J_{p11}, J_{p12}, J_{p13}, J_{p14}, J_{p21}, J_{p22}, J_{p31}, J_{p32}, J_{p33}$ – полярные моменты инерции сечений соответственно валов 1, 2, 3;

G – модуль поперечной упругости материала валов

Полярные моменты инерции валов сплошного круглого сечения диаметром d_i

$$J_{pi} = \frac{\pi d_i^4}{32}. \quad (8)$$

При этом условно принимается, что моменты на валах связаны между собой такими же соотношениями, как и в условиях вращения:

$$T_1 = \frac{T_2 \eta_{12}}{u_{12}}; \quad T_2 = \frac{T_3 \eta_{23}}{u_{23}}; \quad (9)$$

где η_{12}, η_{23} – КПД соответственно первой и второй ступеней редуктора.

Тогда расчетная суммарная жесткость редуктора

$$c_{3T} = \frac{T_3}{\varphi_{3T}}. \quad (10)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СУММАРНОЙ ЖЕСТКОСТИ РЕДУКТОРА

Суммарную жесткость редуктора экспериментально можно определить следующим образом. Закрепив выходной конец вала 1 (см. рис. 3) к корпусу редуктора и нагрузив вал 3 крутящим моментом T_3 , с помощью измерительного прибора легко замерить угол поворота этого вала $\varphi_{3э}$.

Тогда экспериментальная, суммарная жесткость редуктора

$$c_{3э} = \frac{T_3}{\varphi_{3э}}. \quad (11)$$

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В лаборатории имеются две установки по определению суммарной жесткости редуктора: установка «А» (рис. 3) и установка «Б» (рис. 4). Оба редуктора – двухступенчатые с цилиндрическими косозубыми колесами.

Параметры зацепления для установки «А»: 1 ступень – $m_n = 2$ мм, $z_1 = 13, z_2 = 88$; 2 ступень – $m_n = 3$ мм, $z_3 = 14, z_4 = 85$.

Параметры зацепления для установки «Б»: 1 ступень – $m_n = 2$ мм, $z_1 = 13, z_2 = 86$; 2 ступень – $m_n = 3$ мм, $z_3 = 14, z_4 = 85$.

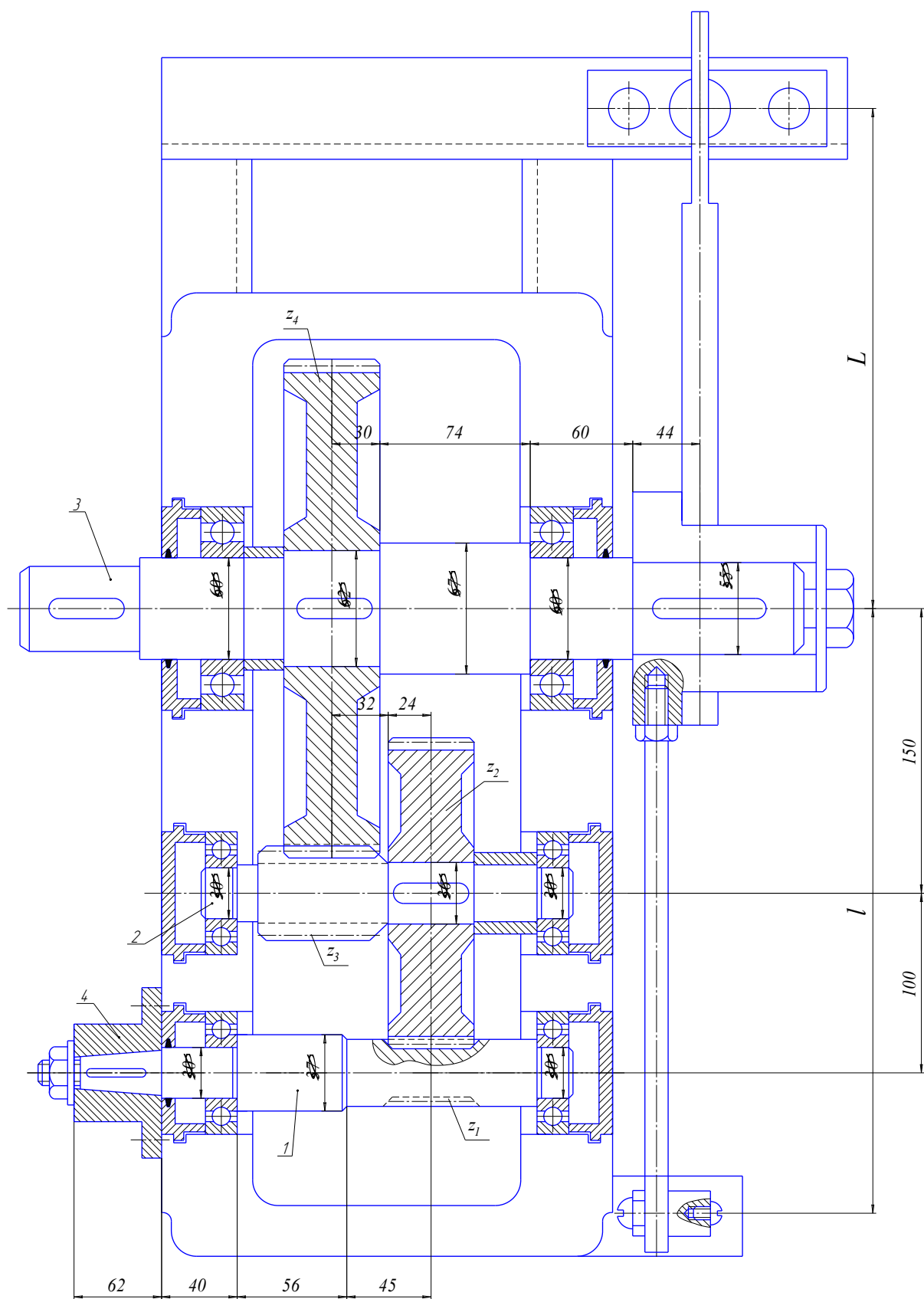


Рис. 4. Схема установки «Б» по определению суммарной жесткости редуктора

Выходной конец быстроходного вала 1 прикреплен к корпусу редуктора с помощью втулки 4, соединенной с валом шпонкой. На конце тихоходного вала 3 с помощью шпонки закреплен рычаг 5. Нагружение передачи осуществляется нажимным винтом 6. Величина нагрузки контролируется пружинным динамометром 7. Угол поворота $\varphi_{3э}$ вала 3 измеряется индикатором 8.

Угол поворота вала 3

$$\varphi_{3э} = \frac{\Delta}{\lambda}, \quad (12)$$

где Δ – показание индикатора 8, мм;

λ – расстояние от оси вала 3 до оси ножки индикатора 8, мм.

Величина крутящего момента на валу 3

$$T_{3э} = FL$$

где F – усилие, создаваемое нажимным винтом 6 (определяется по показаниям индикатора 9 динамометра 7);

L – плечо рычага 5 (см. рис. 3).

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Экспериментальная часть

1. Поджимая винт 6 (рис. 3), выбрать зазоры в зацеплениях и опорах зубчатых колес.
2. Установить лимбы индикаторов 8 и 9 на ноль.
3. Нагружая передачу винтом 6, зарегистрировать в журнале показания δ_i индикатора 9 и показания Δ_i индикатора 8 (обычно производится 3-4 нагружения, величина нагружения назначается преподавателем).
4. По показаниям δ_i индикатора 9 с помощью графика тарировки пружинного динамометра (рис. 5 или рис. 6) определить усилие F_i для каждого нагружения.

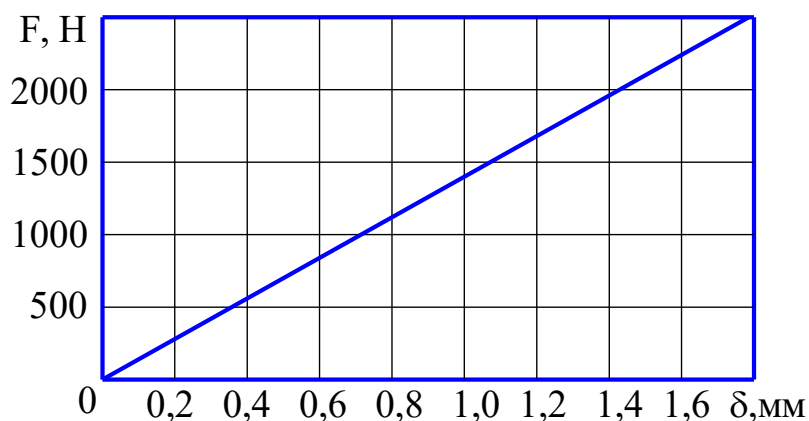


Рис. 5. График тарировки пружинного динамометра установки «А»

Так как характеристики динамометров линейные, усилия F_i можно определить по зависимостям, Н:

для редуктора схемы «А» $F_i = 1400 \delta_i$,

для редуктора схемы «Б» $F_i = 1800 \delta_i$,

где δ – выражено в миллиметрах.

5. Подсчитать крутящие моменты на выходном валу 3 $T_{3i} = F_i L$

6. Подсчитать экспериментальные значения угла поворота выходного ва-

ла 3 $\varphi_{3эi} = \frac{\Delta_i}{\lambda}$.

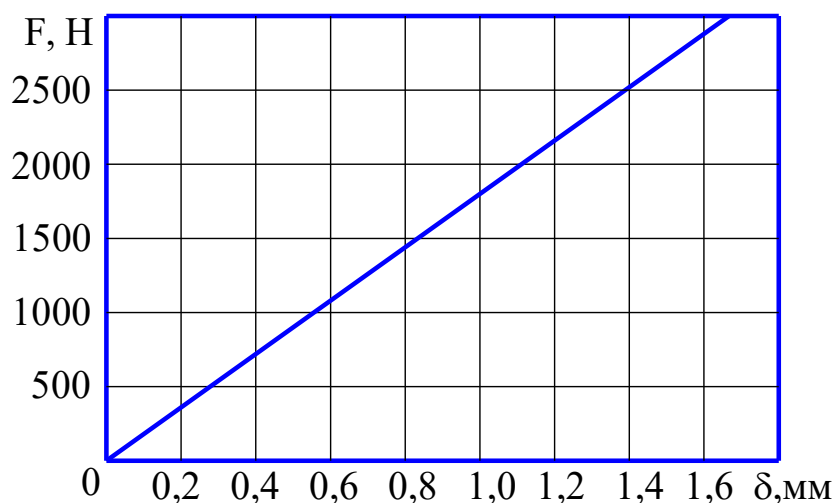


Рис. 6. График тарировки пружинного динамометра установки «Б»

7. Определить экспериментальную жесткость редуктора

$$c_{3эi} = \frac{T_{3i}}{\varphi_{3эi}}$$

8. Построить график зависимости от угла поворота крутящего момента

$$\varphi_{3эi} = f(T_{3i})$$

9. Методом наименьших квадратов определить среднее значение жесткости редуктора

$$c_{3эср} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_{3i}^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_{3i} \varphi_{3эi}}$$

где n – число замеров.

При этом жесткость редуктора определяется в предположении линейного характера системы, когда жесткость системы не зависит или почти не зависит от нагрузки.

10. Результаты обработки экспериментов занести в [табл. 1](#) лабораторного

журнала.

Таблица 1. Результаты опытного определения крутильной жесткости

№ опыта	Показание индикатора 9 δ , мм	F, Н	T_3 , Н мм	Показание индикатора 8 δ , мм	$\varphi_{3эi}$, рад	$c_{3эi}$, Н мм/рад
1	х	х	х	х	х	х
2	х	х	х	х	х	х
3	х	х	х	х	х	х
4	х	х	х	х	х	х
5	х	х	х	х	х	х

Теоретическая часть

1. Определить передаточные отношения первой m_{12} и второй u_2 ступеней редуктора.
2. Определить расчетные длины и диаметры участков валов согласно геометрическим данным схем установок (см. рис. 3, рис. 4); при этом конические участки валов принимаются с постоянным диаметром по среднему сечению, а валы-шестерни условно принимаются за валы постоянных сечений с диаметрами, равными диаметрам делительных окружностей соответствующих шестерен

$$d = \frac{m_n z}{\cos \beta}$$

3. Для одного значения T_3 (желательно максимального) подсчитать величины крутящих моментов на валах T_2 и T_1 и занести в табл. 2

$$T_1 = \frac{T_2 \eta_{21}}{u_{12}}; \quad T_2 = \frac{T_3 \eta_{23}}{u_{23}}; ,$$

приняв условно (как при вращении) КПД одной ступени редуктора $\eta_{12} = \eta_{23} = 0,97$ и по зависимостям (7) – (10) определить теоретический угол поворота выходного вала редуктора φ_{3T} , приняв для стальных валов значение модуля упругости на сдвиг $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

Тогда теоретическое значение крутильной жесткости редуктора

$$c_{3T} = \frac{T_3}{\varphi_{3T}}$$

4. На графике экспериментальных значений углов закрутки выходного вала редуктора

$$\varphi_{3эi} = f(T_{3i})$$

для принятого значения T_3 отложить теоретическое значение φ_{3T} .

Таблица 2. Результаты расчетного определения крутильной жесткости

Валы	T , Н·мм	φ_1 , рад	φ'_2 , рад	φ_2 , рад	φ'_3 , рад	φ_{3T} рад	c_{3T} Н·мм/рад
1	x	x					
2	x		x	x			
3	x				x	x	x

5. Сопоставить значения $\varphi_{3э}$ и φ_{3T} , а также $c_{3э ср}$ и c_{3T} и объяснить причины расхождения опытных результатов с расчетными.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема, параметры и описание установки.
2. Теоретические зависимости расчетного определения крутильной жесткости редуктора.
3. Эскизы с расчетными размерами валов редуктора.
4. Таблица с результатами опытного определения суммарной жесткости редуктора.
5. Таблица с результатами расчетного определения крутильной жесткости редуктора.
6. График экспериментальной зависимости угла поворота выходного вала от крутящего момента (здесь же проставляется расчетная точка).
7. Выводы по результатам экспериментальных и теоретических исследований.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое крутильная жесткость валов?
2. Что такое суммарная жесткость редуктора?
3. Каким видом деформаций определяется в основном суммарная жесткость редуктора?
4. Почему теоретическое значение жесткости больше экспериментального?
5. Во сколько раз изменится крутильная жесткость редуктора, если стальные валы заменить на титановые?
6. На какие параметры системы, в которую входит редуктор, оказывает влияние его жесткость?
7. Чему равна частота зацеплений зубьев зубчатых колес?
8. Как определить обороты, при которых система, в которую входят зубчатые колеса, будет работать в области динамической неустойчивости (резонанс).
9. Выведите формулу для экспериментального определения суммарной жесткости редуктора по методу наименьших квадратов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов М.Н., Финогенов В.А. Детали машин: Учеб. для машиностроительных специальностей вузов. М.: Высшая школа, 2006. 408 с.
2. Леликов О.П. Основы расчета и проектирования деталей и узлов машин. Конспект лекций по курсу «Детали машин». М.: Машиностроение, 2004. 440 с.
3. Кочетов В.Т., Кочетов М.В., Павленко А.Д. Сопротивление материалов: Учебное пособие для вузов. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 544 с.

