ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»
(Самарский университет)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ ПО КУРСУ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Самара 2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»
(Самарский университет)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ ПО КУРСУ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Составитель *Н.П. Бондаренко*

Самара 2017

УДК 519.61
ББК 22.193

Составитель ***Н.П. Бондаренко***
Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Е.В. Рогачева

Методические указания для преподавателей по курсу «Вычислительная линейная алгебра» [Электронный учебный ресурс]: метод. указания/ сост. *Н. П. Бондаренко*. – Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2017. — Электрон. текстовые и граф. дан. (330 Кбайт) — 10 с. 1 эл. опт. диск (CD-ROM)

Методические указания предназначены для организации преподавания курса «Вычислительная линейная алгебра», соответствующего рабочей программе данной дисциплины для направлений 01.03.02 — «Прикладная математика и информатика», 03.03.01 — «Прикладные математика и физика» факультета информатики Самарского университета. Методические указания подготовлены на кафедре прикладной математики.

Стр. 10

УДК 519.61
ББК 22.193

Содержание

Введение

Методические указания предназначены для организации преподавания курса "Вычислительная линейная алгебра", соответствующего рабочей программе данной дисциплины для направлений "Прикладная математика и информатика", "Прикладные математика и физика" факультета информатики Самарского университета. Методические указания носят рекомендательный характер и суммируют опыт преподавания данной дисциплины на кафедре прикладной математики Самарского университета.

Объём курса: 1 семестр (5 семестр обучения);
5 семестр: 36 лекции, 18 практика, 18 лабораторные работы, 36 самостоятельная работа, 36 экзамен.

Рекомендуемое распределение учебного времени по разделам

Разделы курса	Примерное количество часов по разделу			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
Семестр 5				
1. Введение	4	2	2	4
2. Методы решения СЛАУ	18	12	6	20
3. Алгебраическая проблема собственных значений	6	2	4	4
4. Псевдорешение	6	2	4	4
Темы по выбору преподавателя	*2*		*2*	*4*
Итого по видам занятий в семестре 5:	**36**	**18**	**18**	**36**

Литература

Основная литература

1. Беклемишев Д. В. Дополнительные главы линейной алгебры: учеб. пособие СПб.; М.; Краснодар: Лань 2008. 490 с.
2. Бондаренко Н. П. Задания для практических занятий и лабораторных работ по вычислительной линейной алгебре. Самара: Самарский ун-т, 2017. 45 с.

Дополнительная литература

3. Мэтьюз Дж. Г., Финк К. Д. Численные методы. Использование MATLAB, 3-е издание: пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. 720 с.
4. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. Пер. с англ. / Под ред. Воеводина В.В. М.: Мир, 1999. 548 с.
5. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. 512 с.
6. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 432 с.
7. Вержбицкий В. М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения): учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2000. 266 с.
8. Саад Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем: Учеб. пособие. В 2-х томах. Том 1/Пер. с англ.: Х.Д. Икрамов; Предисл.: В.А. Садовничий. М. Изд-во Моск. ун-та, 2013. 344 с.

<u>Рекомендуемые учебные материалы для лекционных занятий по темам</u>

Раздел. Темы (Примерное кол-во часов)	Рекомендуемый материал	Примечания
СЕМЕСТР 5		
1. Введение		
1.1. Арифметика с плавающей точкой. Векторные вычисления. Погрешность при выполнении арифметических операций. Обратный анализ ошибки. Векторные и матричные нормы. Устойчивость системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Число обусловленности. (4 ч.)	[1], гл. 3, §§1-2 [3], 1.2, 1.3 [4], 1.4, 2.2, 2.3, 2.7	Формулы для матричных норм $\|.\|_1$, $\|.\|_2$, $\|.\|_\infty$, оценка решения возмущенной системы с доказательством
2. Методы решения СЛАУ		
2.1. Метод Гаусса. Алгоритм, вычислительная сложность. Матричная интерпретация. Алгоритм построения LU-разложения. Условия применимости метода Гаусса, теорема об LU-разложении. Неустойчивость LU-разложения. Блочный алгоритм LU-разложения. (4 ч.).	[1], гл. 3, §3, 1-2 [3], 3.4, 3.5 [4], 3.2.11 [6], II, гл. 1, §§1-2	Теорема об LU-разложении с доказательством
2.2. Метод Гаусса с выбором главного элемента (по столбцам, по всей матрице), его матричная интерпретация. Теорема о разложении PA = LU (2 ч.)	[1], гл. 3, §3, 3 [6], II, гл. 1, §3	Теорема о разложении PA = LU с доказательством
2.3. Решение СЛАУ с симметричными матрицами. LDM^T- и LDL^T-разложения. Теорема о разложении Холецкого. Алгоритм метода Холецкого, его вычислительная сложность, устойчивость. Блочный алгоритм разложения Холецкого. (3 ч.)	[4], 4.1, 4.2 [6], II, гл. 1, §5 [7], 2.5	Теоремы об LDM^T-, LDL^T-разложениях, о разложении Холецкого с доказательством
2.4. Ленточные матрицы. Теорема об LU-разложении ленточной матрицы. Особенности реализации методов Гаусса и Холецкого. (1 ч.)	[4], 4.3 [7], 2.6	Теорема об LU-разложении ленточной матрицы с доказательством
2.5. QR-разложение матрицы. Ортогональные матрицы и их свойства. Отражения Хаусхолдера и вращения Гивенса. Основанные на них алгоритмы решения СЛАУ с оценкой вычислительной сложности. Устойчивость ортогональных преобразований. (3 ч.)	[1], гл. 3, §3, 6, 7, 9 [3], 11.4	Теорема об отражениях Хаусхолдера с доказательством
2.6. Разреженные матрицы. Способы хранения и обработки. Форматы CSR, CSC. Особенности прямых методов решения СЛАУ с разреженными матрицами. (2 ч.)	[8], 3.4, 3.5	

Раздел. Темы (Примерное кол-во часов)	Рекомендуемый материал	Примечания
2.7. Итерационные методы решения СЛАУ. Общая схема итерационного метода. Сравнение с прямыми методами. Методы простой итерации и Зейделя. Матричное представление итерационных методов. Теоремы о сходимости общего итерационного метода, метода простой итерации, метода Зейделя. Устойчивость итерационных методов. (3 ч.)	[1], гл. 3, §4 [4], 10.1.1, 10.1.2 [7], 3.1-3.3	Теоремы о сходимости общего итерационного метода, метода простой итерации, метода Зейделя с доказательством
3. Алгебраическая проблема собственных значений		
3.1 Основные свойства собственных значений и собственных векторов. Степенной метод: алгоритм, теорема о сходимости. (2 ч.)	[1], гл. 3, §5, 1-3 [3], 11.1, 11.2 [7], 4.1, 4.2	Теорема о сходимости степенного метода с доказательством
3.2. Метод вращений Якоби. Элементарные вращения. Общий шаг метода. Выбор элемента для обнуления. Алгоритм метода: классический, циклический. Нахождение собственных векторов. (2 ч.)	[3], 11.3 [7], 4.4	
3.3. Теорема о разложении Шура. Вещественное разложение Шура. QR-алгоритм нахождения собственных значений. Приведение матрицы к верхней форме Хессенберга отражениями Хаусхолдера. Применение вращений Гивенса на каждом шаге. (2 ч.)	[1], гл. 3, §5, 5-7 [4], 7.1.1, 7.1.2, 7.4.1-7.4.3 [7], 4.6	Теорема о разложении Шура – с доказательством. Вещественное разложение Шура, сходимость QR-алгоритма – без доказательства
4. Псевдорешение		
4.1. Псевдорешение переопределенной СЛАУ с матрицей полного ранга. Нормальная система. Единственность псевдорешения. Метод наименьших квадратов. Методы нахождения псевдорешения, основанные на решении нормальной системы и на QR-разложении, их устойчивость к вычислительной погрешности. (2 ч.)	.[1], гл. 4, §1, 1-2, §3, 5, §4 [4], 5.3	
4.2. Псевдорешение СЛАУ с матрицей неполного ранга. Нормальное псевдорешение, его единственность. QR-алгоритм с выбором ведущего столбца. Полное ортогональное разложение. (1 ч.)	[1], гл. 4, §1, 2, §3, 5 [4], 5.4.1, 5.5.1, 5.5.2	
4.3. Сингулярное разложение. Метод нахождения псевдорешений, основанный на сингулярном разложении. Псевдообратная матрица и ее свойства. Задача численного нахождения ранга матрицы. Решение плохо обусловленных СЛАУ. Непрерывность нормального псевдорешения по параметру. Регуляризация Тихонова, выбор параметра. (3 ч.)	[1], гл. 1, §1, 7, гл. 4, §1, 3, §2, §3, 1-2, 8-9 [4], 2.5.3, 2.5.4, 5.5.3, 5.5.4, 5.5.8	Теорема о сингулярном разложении матрицы – с доказательством

Рекомендуемые учебные материалы для практических занятий

Номер темы лекционных занятий: темы задач (примерное кол-во часов)	**Рекомендуемые задачи**	
	Для решения на занятиях	Для самостоятельного решения
Семестр 5		
Тема 1.1: Знакомство со средой MATLAB/Octave (2 ч.).	[2] зад. 1-2	[2] зад. 4
Темы 2.1, 2.2: Метод Гаусса, его неустойчивость. Векторные операции в MATLAB/Octave. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Нахождение обратной матрицы. (2 ч.)	[2] зад. 8	[2] зад. 9
Тема 2.3: Метод Холецкого. Построение матрицы Грама. Использование разложения Холецкого для решения СЛАУ. Сравнение методов Холецкого и Гаусса (2 ч.)	[2] зад. 16	[2] зад. 19
Тема 2.4: Работа с ленточными матрицами в MATLAB/Octave. Особенности реализации методов решения СЛАУ для ленточных матриц. (2 ч.)	[2] зад. 19	[2] зад. 20
Тема 2.5: Методы решения СЛАУ, основанные на отражениях Хаусхолдера и вращениях Гивенса. Сравнение QR-алгоритмов с методом Гаусса на больших случайных матрицах. Построение матрицы Q (2 ч.).	[2] зад. 23	[2] зад. 24
Темы 2.6, 2.7: Работа с разреженными матрицами в MATLAB/Octave. Прямые и итерационные методы решения СЛАУ для разреженных матриц (4 ч.).	[2] зад. 21, 28	[2] зад. 28 (доделать)
Темы 3.1-3.3.: Методы решения частичной и полной алгебраической проблемы собственных значений.	[2] зад. 30	[2] зад. 32
Темы 4.1-4.3: Псевдорешение для систем полного и неполного ранга. Метод наименьших квадратов. Методы нахождения псевдорешения, их применение к плохо обусловленным СЛАУ.	[2] зад. 36	[2] зад. 40

Рекомендуемые лабораторные работы

№ лаб. работы	**Номера тем лекционных занятий**: темы задач (примерное кол-во часов)	Рекомендуемые задачи
1.	**Темы 1.1, 2.1**: Вводные задачи. Обусловленность СЛАУ. Метод Гаусса. LU-разложение матрицы. (4 ч.)	[2] зад. 3-7, 10, 11, 14
2.	**Темы 2.2-2.7:** Метод Гаусса с выбором главного элемента. Методы решения СЛАУ с симметричными матрицами: LDL^T-разложение, метод Холецкого. Ленточные и разреженные матрицы. Методы решения СЛАУ, основанные на QR-разложении. Итерационные методы решения СЛАУ. (4 ч.)	[2] зад. 12, 13, 15, 17-19, 21, 22, 24, 26-29
3.	**Темы 3.1-3.3:** Алгебраическая проблема собственных значений. Степенной метод. Метод вращений. Разложение Шура. QR-алгоритм. (4 ч.)	[2] зад. 31-37
4.	**Темы 4.1-4.3:** Псевдорешение. Метод наименьших квадратов. Методы нахождения псевдорешения, основанные на решении нормальной системы, на QR-разложении, на сингулярном разложении. Регуляризация Тихонова. (4 ч.)	[2] зад. 38-42

Методические материалы

Методические указания для преподавателей по курсу
«Вычислительная линейная алгебра»

Методические указания

Составитель ***Бондаренко Наталья Павловна***

Изд-во Самарского университета,
443086 Самара, Московское шоссе, 34