

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ  
«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ»**

**Самара 2017**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»  
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ  
«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ»

Составитель *Б.А. Есинов*

САМАРА  
Издательство Самарского университета  
2017

УДК

ББК

*Составитель Б.А. Есинов*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. А.В.Баландин

**Лабораторные работы по курсу «Теоретические основы автоматизированного управления»:** [Электронный ресурс]: метод. указания / сост. *Б.А. Есинов* – Самара: Изд-во Самарского университета, 2017. – 33 с. : ил. Электрон. текстовые и граф. дан. ( Кбайт).- 1 эл. опт. диск (CD-ROM)

Методические содержат варианты индивидуальных заданий 4-х лабораторных работ. Приведены сведения о порядке проведения всех этапов лабораторных работ и форме отчетов. К каждой лабораторной работе предусмотрены вопросы для контроля по теоретической части работы и приведена литература.

Предназначены для студентов направления 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника» в качестве методических указаний по курсу «Теоретические основы автоматизированного управления».

Подготовлены на кафедре информационных систем и технологий.

УДК

ББК

© Самарский университет, 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
ВВЕДЕНИЕ.....	5
<i>1. Лабораторная работа № 1 «Моделирование, решение и анализ задач линейного программирования (ЛП)» .....</i>	<i>6</i>
<i>2. Лабораторная работа № 2 «Моделирование и решение задач целочисленного программирования».....</i>	<i>15</i>
<i>3. Лабораторная работа № 3 «Динамическое программирование».....</i>	<i>24</i>
<i>4. Лабораторная работа № 4 «Нелинейное программирование, Парето - оптимальность».....</i>	<i>29</i>
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	31
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	31

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

В методических указаниях содержатся варианты индивидуальных заданий 4-х лабораторных работ, охватывающих основные разделы курса «Теоретические основы автоматизированного управления». Приведены сведения о порядке проведения всех этапов лабораторных работ и форме отчетов. К каждой лабораторной работе предусмотрены вопросы для контроля по теоретической части работы и приведена конкретная литература.

Методические указания предназначены для студентов направления 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника».

Содержание методических указаний соответствует разделам рабочей программы по дисциплине «Теоретические основы автоматизированного управления» федерального компонента ГОС подготовки бакалавров по направлению 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Цель лабораторных работ – закрепление знаний по разделам курса «Теоретические основы автоматизированного управления» в части использования компьютерных средств получения оптимальных решений.

В задачу студента, во-первых, входит составление математической модели для некоторой содержательной задачи производства. Этот наиболее трудный этап студент выполняет индивидуально при непосредственных консультациях у преподавателя. Далее сформулированную модель в виде целевой функции и ограничений студент должен ввести в программное средство, используя специфические правила. Далее студент многократно модифицирует задачу, анализирует результаты, согласно индивидуальному заданию. В методических указаниях приведены сведения, позволяющие студентам вместе с теоретическими знаниями получать практические навыки решения оптимизационных задач, составляющих основную часть математического обеспечения современных АСУ.

## 1. Лабораторная работа № 1

«Моделирование, решение и анализ  
задач линейного программирования (ЛП)»

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Построение математической модели реальных ситуаций в виде задачи ЛП. Изучение возможностей пакетов прикладных программ для ЛП (на примере пакета прикладных программ «ПЭР»)
3. Решение индивидуальной задачи путем построения математической модели и использования пакета ПЭР.
4. Анализ решений и модификация модели задачи ЛП.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Есипов Б. А. Методы исследования операций: Учебное пособие. — 2\_е изд., испр. и доп. — СПб.: Издательство «Лань», 2013. — 304 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 26 или 2006г.
3. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 2009 г., стр.29,67,116.
4. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».
5. Курс лекций «ТОАУ». Раздел «Линейное программирование»

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Знакомство с пакетом «ПЭР».
2. Изучение, математическое моделирование тестовой задачи.
3. Выполнение индивидуального задания:
  - а) составление математической модели ;
  - б) ввод и решение задачи;
  - в) анализ оптимального решения на чувствительность к изменениям исходных данных.
4. Составление подробного отчёта по лабораторной работе, в котором представляется:
  - формулировка индивидуального задания;
  - математическая модель и пояснение к её построению;
  - входная таблица с экрана монитора и выходные таблицы (4 шт.) для всех опций программы и содержательные пояснения к ним;
  - выводы по лабораторной работе.

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ:

### Задача 1.

На швейной фабрике для изготовления четырёх видов изделий может быть использована ткань трёх артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней так же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена изделия данного вида. Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Таблица 1

Артикул ткани	Норма расхода ткани (м) на одно изделие вида				Общее количество ткани
	1	2	3	4	
I	1	-	2	1	180
II	-	1	3	2	210
III	4	2	-	4	800
Цена одного изделия (руб.)	9	6	4	7	

### Задача 2.

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида. Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Таблица 2

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на единицу продукции вида				Общий фонд рабочего времени (станко-ч)
	1	2	3	4	
Токарное	2	1	1	3	300
Фрезерное	1	-	2	1	70
Шлифовальное	1	2	1	-	340
Прибыль от реализации единицы продукции (руб.)	8	3	2	1	

### Задача 3.

Для перевозок груза на трёх линиях могут быть использованы суда трёх типов. Производительность судов при использовании их на различных линиях

характеризуются данными, приведёнными в таблице. В ней же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа находятся в эксплуатации, и минимально необходимые объёмы перевозок на каждой линии. Определить, какие суда, на какой линии и в течение какого времени следует использовать, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учётом возможного времени их эксплуатации.

Таблица 3

Тип судна	Производительность судов (млн.тонномиль в сутки) на линии			Общее время эксплуата ции судов
	1	2	3	
I	8	14	11	300
II	6	15	13	300
III	12	12	4	300
Заданный объём перевозок (млн. Тонно-миль)	3000	5400	3300	

#### Задача 4.

Найти решение, состоящее в определении плана изготовления изделий А, В и С, обеспечивающего максимальный их выпуск, в стоимостном выражении с учётом ограничений на возможное использование сырья трёх видов. Нормы расхода сырья каждого вида на одно изделие, цена одного изделия соответствующего вида, а также имеющегося сырья, приведены в таблице.

Таблица 4

Вид сырья	Нормы затрат (кг) на одно изделие			Общее количество сырья (кг)
	A	B	C	
I	18	15	12	360
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
Цена одного изделия (руб.)	9	10	16	-

#### Задача 5.

На ткацкой фабрике для изготовления трёх артикулов ткани используются станки двух типов, пряжа и красители. В таблице указаны производительность станка каждого типа, нормы расхода пряжи и красителей, цена 1 метра ткани данного артикула, а также общий фонд рабочего времени станков каждого типа, имеющихся в распоряжении фабрики фонды пряжи и красителей и ограничения на возможный выпуск тканей данного артикула.

Таблица 5

Ресурсы	Нормы затрат на 1 м ткани артикула			Общее количество ресурсов
	1	2	3	
Производительность станков (станко-ч):				
I типа	0,02	-	0,04	200
II типа	0,04	0,03	0,01	500
Пряжа (кг)	1,0	1,5	2,0	15000
Красители (кг)	0,03	0,02	0,025	450
Цена 1м ткани (руб.)	5	8	8	-
Выпуск ткани (м):				
Минимальный	1000	2000	2500	-
Максимальный	2000	9000	4000	-

Составить такой план изготовления тканей, согласно которому будет произведено возможное количество тканей данного артикула, а общая стоимость всех тканей максимальна.

#### Задача 6.

Машиностроительное предприятие для изготовления четырёх видов продукции использует токарное, фрезерное, сверлильное, расточное и шлифовальное оборудование, а также комплектующие изделия.

Кроме того, сборка изделий требует выполнения определённых сборочно-наладочных работ. Нормы затрат всех видов на изготовление каждого из изделий приведены в таблице. В этой же таблице указаны наличный фонд каждого из ресурсов, прибыль от реализации единицы продукции данного вида, а также ограничения на возможный выпуск продукции 2-го и 3-го вида.

Таблица 6

Ресурсы	Нормы затрат на изготовление одного изделия				Общий объём ресурсов
	1	2	3	4	
Производительность оборудования (человек-ч):					
Токарного	550	-	620	-	64270
Фрезерного	40	30	20	20	4800
Сверлильного	86	110	150	52	22360
Расточного	160	92	158	128	26240
Шлифовального	-	158	30	50	7900
Комплектующие изделия (шт)	3	4	3	3	520
Сборочно-наладочные работы (человек-ч)	4,5	4,5	4,5	4,5	720

Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	315	278	573	370	-
Выпуск (шт.):					
Минимальный	-	40	-	-	-
Максимальный	-	-	120	-	-

Найти план выпуска продукции, при котором прибыль от ее реализации является максимальной.

### Задача 7.

Для обогрева помещений используются четыре агрегата, каждый из которых может работать на любом из пяти сортов топлива, имеющемся в количествах 90, 110, 70, 80 и 150 т. Потребность в топливе каждого из агрегатов соответственно равна 80, 120, 140 и 160 т. Теплотворная способность  $j$ -ого сорта топлива при использовании его на  $i$ -ом агрегате задаётся матрицей

$$C = (C_{ij}) = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 11 & 8 \\ 6 & 5 & 8 & 7 & 6 \\ 7 & 11 & 5 & 8 & 7 \\ 9 & 8 & 7 & 9 & 11 \end{pmatrix}$$

Найти такое распределение топлива между агрегатами, при котором получается максимальное количество теплоты от использования всего топлива.

### Задача 8.

Изготавливаемый на пяти кирпичных заводах кирпич поступает на шесть строящихся объектов. Ежедневное производство кирпича и потребность в нём указаны в таблице. В ней же указана цена перевозок 1000 шт. кирпича с каждого из заводов к каждому из объектов.

Составить план перевозок, согласно которому обеспечиваются потребности в кирпиче на каждом из строящихся объектов при минимальной общей стоимости перевозок.

Таблица 8

Кирпичный завод	Цена перевозки 1 тыс. шт. Кирпича к строящемуся объекту						Производство кирпича (тыс. шт.)
	1	2	3	4	5	6	
I	8	7	5	10	12	8	240
II	13	8	10	7	6	13	360
III	12	4	11	9	10	11	180
IV	14	6	12	13	7	14	120
V	9	12	14	15	8	13	150
Потребность в кирпиче (тыс. шт.)	230	220	130	170	190	110	-

### Задача 9.

Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого вида потребляемых продуктов, а также цена 1 кг каждого из этих продуктов приведены в следующей таблице:

Таблица 9

Питательные вещества	Содержание (г) питательных веществ в 1 кг продуктов						
	Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картофель
Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	865	310	30	2
Углеводы	-	-	50	6	20	650	200
Минеральные соли	9	10	7	12	60	20	10
Цена 1 кг продуктов (руб.)	1,8	1,0	0,28	3,4	2,9	0,5	0,1

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной общей стоимости потребляемых продуктов.

### Задача 10.

Для производства трёх видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия каждого вида приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объёмы имеющегося сырья каждого вида, а также цена одного изделия данного вида и ограничения на возможный выпуск каждого из изделий.

Таблица 10

Ресурсы	Нормы затрат на одно изделие вида			Общее количество ресурсов
	1	2	3	
Производительность оборудования (норм-ч):				
I типа	2	-	4	200
II типа	4	3	1	500
Сырьё (кг):				
1-го вида	10	15	20	1495
2-го вида	30	20	25	4500
Цена одного изделия (руб.)	10	15	20	-
Выпуск (шт.):				
Минимальный	10	20	25	-
Максимальный	20	40	100	-

Составить такой план производства продукции, согласно которому будет изготовлено необходимое количество изделий каждого вида, а общая стоимость всей изготавливаемой продукции максимальна.

#### Задача 11.

При производстве четырёх видов кабеля выполняется пять групп технологических операций. Нормы затрат на 1 км кабеля данного вида на каждой из групп операции, прибыль от реализации 1 км каждого вида кабеля, а также общий фонд рабочего времени, в течение которого могут выполняться эти операции, указаны в таблице.

Таблица 11

Технологическая операция	Нормы затрат времени (ч) на обработку 1 км кабеля вида				Общий фонд рабочего времени (ч)
	1	2	3	4	
Волочение	1,2	1,8	1,6	2,4	7200
Наложение изоляции	1,0	0,4	0,8	0,7	5600
Скручивание элементов в кабель	6,4	5,6	6,0	8,0	11176
Освинцевание	3,0	-	1,8	2,4	3600
Испытание и контроль	2,1	1,5	0,8	3,0	4200
Прибыль от реализации 1 км кабеля	1,2	0,8	1,0	1,3	-

Определить такой план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от реализации изготавливаемой продукции является максимальной.

### Задача 12.

На мебельной фабрике изготавливается пять видов продукции: столы, шкафы, диваны-кровати, кресла-кровати и тахты. Нормы затрат труда, а также древесины и ткани на производство единицы продукции данного вида приведены в таблице.

Таблица 12

Ресурсы	Норма расхода ресурса на единицу продукции					Общее количество ресурсов
	Стол	шкаф	диван-кровать	кресло-кровать	тахта	
Трудозатраты (человека-ч)	4	8	12	9	10	3456
Древесина (м <sup>3</sup> )	0,4	0,6	0,3	0,2	0,3	432
Ткань (м)	-	-	6	4	5	2400
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	8	10	16	14	12	-
Выпуск (шт.):						
Минимальный	120	90	20	40	30	-
Максимальный	480	560	180	160	120	-

В этой же таблице указана прибыль от реализации одного изделия каждого вида, приведено общее количество ресурсов данного вида, имеющееся в распоряжении фабрики, а также указано (на основе изучения спроса), в пределах каких объёмов может изготавливаться каждый вид продукции.

Определить план производства продукции мебельной фабрикой, согласно которому прибыль от её реализации является максимальной. Используя пакет PER, найти решение задачи, а также провести после оптимизационный анализ полученного решения.

### Задача 13.

Из четырех видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества А, 30 ед. – вещества В и 24 ед. – вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь, содержащую не менее необходимого количества данного вида и имеющую минимальную стоимость.

Таблица 13

Вещество	Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья вида			
	1	2	3	4
А	1	1	-	4
В	2	-	3	5
С	1	2	4	6
Цена 1 кг сырья (руб.)	5	6	7	8

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Какую роль в математической модели операций играет целевая функция, ограничения?
2. Какова геометрическая интерпретация решения задачи ЛП?
3. В чем заключается алгебраическое "Условие вершины"?
4. В чем заключается идея симплекс- метода решения задачи ЛП?
5. Что такое основная задача ЛП?
6. Каков смысл дополнительных переменных? Что означает равенство нулю дополнительных переменных, неравенство нулю дополнительных переменных?
7. Как изменяется оптимальное решение (вектор переменных, значение целевой функции), если изменять коэффициенты целевой функции?
8. Изменяется ли оптимальное решение (вектор переменных) при изменении правых частей? Пояснить геометрически.
9. Что такое устойчивость задачи решения задачи ЛП?
10. Каков смысл двойственной оценки (теневой цены)?
11. Чему равны свободные переменные в оптимальном решении?
12. Что означает равенство нулю дополнительной переменной  $S_1$ ?
13. Указать смысл границ устойчивости для правых частей.
14. Если в задаче ЛП  $n$  переменных и  $m$  ограничений- равенств, сколько нулевых переменных в оптимальном решении?  
 Ответы: 1)  $m$ ; 2)  $n$ ; 3)  $m+n$ ; 4)  $m-n$ ; 5)  $n-m$ ; 6)  $\geq m$ ; 7)  $\geq (n-m)$ ; 8)  $\leq n$ .  
 Какой ответ верный?

## 2. Лабораторная работа N 2

«Моделирование и решение задач  
целочисленного программирования»

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Сформулировать математическую модель
2. Решить задачу с использованием пакета прикладных программ PER.
3. Модифицировать задачу и получить новое решение
4. Дать анализ результатов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Есипов Б. А. Методы исследования операций: Учебное пособие. — 2\_е изд., испр. и доп. — СПб.: Издательство «Лань», 2013. — 304 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 26
3. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 1986 г., стр.29,67,116.
4. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».
5. Курс лекций «ТОАУ» - Раздел «Целочисленное программирование»

### ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

#### Задача 1.

Стальные прутья длиной 110 см необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35 и 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. Возможные варианты разреза и величина отходов при каждом из них приведены в следующей таблице:

Длина заготовки (см)	Вариант разреза					
	1	2	3	4	5	6
45	2	1	1	-	-	-
35	-	1	-	3	1	-
50	-	-	1	-	1	2
Величина отходов (см)	20	30	15	5	25	10

Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы обеспечить нужное количество заготовок каждого вида при минимальных отходах.

Как изменится модель и решение задачи, если из заготовок выпускаются комплекты: 2 заготовки по 45 см., 3 заготовки по 35 см., 1 заготовка по 50 см.

Максимизируется число комплектов. Число прутьев, которое имеется, взять из решения первоначальной задачи. Как при этом изменится величина отходов?

### Задача 2.

Для выполнения работ могут быть использованы  $n$  механизмов. Производительность  $i$ -го механизма ( $i=1, n$ ) при выполнении  $j$ -ой работы ( $j=1, n$ ) равна  $c_{ij}$ . Предполагая, что каждый механизм может быть использован только на одной работе и каждая работа может выполняться только одним механизмом, определить закрепление механизмов за работами, обеспечивающее максимальную производительность.

Построить математическую модель задачи и решить ее.

Как изменится модель и решение, если имеется 2 механизма 1-го типа, 3 механизма 2-го типа, 1 механизм 3-го типа и 2 механизма 4-го типа и при этом на объекте не может находиться более 7 механизмов?

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 1 & 8 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 2 & 4 \\ 6 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

### Задача 3.

Министерству необходимо составить план развития каждого из  $m$  предприятий, выпускающих однородную продукцию. Число возможных вариантов развития  $i$ -го предприятия различно и равно  $n_i$ . Реализация  $j$ -го варианта развития  $i$ -го предприятия ( $j=1, n$ ) требует капитальных затрат, равных  $K_{ij}$ , и обеспечивает выпуск продукции в объеме  $b_{ij}$  единиц. При этом экономический эффект от капитальных вложений на развитие  $i$ -го предприятия по  $j$ -му варианту равен  $c_{ij}$ . Учитывая, что необходимо выпустить продукции в количестве  $B$  единиц и что общая величина капиталовложений ограничена и равна  $K$ , составить такой план развития предприятий, при котором экономический эффект от реализации выбранных вариантов развития предприятий является максимальным.

$$K=10 \quad B=40$$

$$K_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ млн. руб.} \quad b_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 20 & 10 \\ 30 & 12 & 17 \\ 18 & 21 & 19 \end{pmatrix} \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Как изменится решение, если  $K$  и  $B$  уменьшатся на 20 %?

### Задача 4.

В аэропорту для перевозки пассажиров по  $n$  маршрутам может быть использовано  $m$  типов самолётов. Вместимость самолёта  $i$ -го типа равна  $a_i$

человек, а количество пассажиров, перевозимых по  $j$ -му маршруту за сезон, составляет  $b_j$  человек. Затраты, связанные с использованием самолёта  $i$ -го типа на  $j$ -ом маршруте, составляет  $c_{ij}$  руб.

Определить, сколько самолётов данного типа и на каком из маршрутов следует использовать, чтобы удовлетворить потребности в перевозках при наименьших общих затратах.

$$\begin{array}{llll}
 a_1=100 & a_2=150 & a_3=200 & \\
 b_1=10\text{т} & b_2=20\text{т} & b_3=8\text{т} & b_4=30\text{т}
 \end{array}$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Подсчитать количество самолетов каждого типа в оптимальном решении. Как изменится решение, если самолетов 2-го типа есть только 100, а 3-го типа  $\leq 100$ ?

### Задача 5.

В обувном производственном объединении производится раскрой  $m$  различных партий материалов, причём каждая из партий состоит из  $b_i$  единиц материала, имеющего одинаковую форму (например, пластины) и размер. Из материалов всех партий требуется выкроить максимальное количество комплектов деталей обуви, в каждый из которых входит  $d_j$  ( $j=1, n$ ) деталей  $j$ -того вида, если при раскрое единицы материала  $i$ -ой партии по  $k$ -му варианту ( $k=1, K$ ) получается  $a_{ikj}$  деталей  $j$ -го вида.

$$\begin{array}{llll}
 b_1=100 & & b_2=200 & \\
 d_1=2 & d_2=1 & & \\
 a_{111}=2 & a_{112}=4 & a_{121}=3 & a_{122}=1 \\
 a_{211}=4 & a_{212}=7 & a_{221}=5 & a_{222}=6
 \end{array}$$

### Задача 6.

Для выполнения четырёх видов землеройных работ могут быть использованы экскаваторы четырёх типов. Производительность экскаватора  $i$ -го типа при выполнении  $j$ -ой работы задаётся матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.6 & 0.7 & 0.9 \\ 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.8 \\ 0.8 & 0.6 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Учитывая, что на каждой из работ может быть занят только лишь один экскаватор и что все экскаваторы должны быть задействованы, найти такое

распределение экскаваторов между работами, которое обеспечивает максимальную производительность.

Как изменится модель и решение, если имеется 2 экскаватора 1-го типа, 3 экскаватора 2-го типа, 1 экскаватор 3-го типа, 2 экскаватора 4-го типа, а общее число экскаваторов не может превышать 6?

### Задача 7.

Пароход может быть использован для перевозки 11 наименований неделимых грузов (автомобилей, контейнеров, оборудования и т.д.), масса, объём и цена единицы каждого из которых приведены в следующей таблице:

Параметры единицы груза	Номер груза										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Масса (т)	80	62	92	82	90	60	81	83	86	65	83
Объём (м <sup>3</sup> )	100	90	96	110	120	80	114	60	106	114	86
Цена (тыс. Руб.)	4,4	2,7	3,2	2,8	2,7	2,8	3,3	3,5	4,7	3,9	4,0

На пароход может быть погружено не более 800 т груза общим объёмом, не превышающим 600 м<sup>3</sup>. Определить, сколько единиц каждого груза следует поместить на пароход так, чтобы общая стоимость размещённого груза была максимальной. Как изменится решение, если количество единиц каждого груза ограничено величинами соответственно: 2;1;4;2;2;3;4;4;4;3;3?

### Задача 8.

Из листового проката нужно выкроить заготовки четырёх видов. Один лист длиной 184 см можно разрезать на заготовки длиной 45, 50, 65 и 85 см. Всего заготовок каждого вида необходимо соответственно 90, 96, 88 и 56 шт. Способы разреза одного листа на заготовки и величина отходов при каждом способе приведены в следующей таблице:

Длина заготовки (см)	Количество заготовок, выкраиваемых из одного листа при разрезе способом												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
45	4	2	2	2	1	1	1	1	-	-	-	-	-
50	-	1	-	-	2	-	1	1	3	2	1	-	2
65	-	-	1	-	-	2	1	-	-	1	2	1	-
85	-	-	-	1	-	-	-	1	-	-	-	1	-
Величина отходов (см)	4	44	29	9	39	9	24	4	34	19	4	34	14

Определить, какое количество листов по каждому из способов следует разрезать, чтобы получить нужное количество заготовок данного вида при минимальных общих отходах.

Как изменится модель и решение, если в окончательное изделие (комплект) входит 2 заготовки 1-го и 2-го вида и 3 заготовки 3-го и 4-го вида.

Максимизируется число комплектов. Изменяются ли отходы для такого оптимального решения? (Общее число листов взять из результатов 1-й постановки задачи)

### Задача 9.

Имеются одинаковые заготовки, которые могут быть раскроены тремя способами. Из имеющихся заготовок нужно получить не менее 10 деталей 1-го типоразмера, не менее 8-ми деталей 2-го типоразмера и не менее 10-ти деталей 3-го типоразмера. Способы раскроя определяются матрицей вида:

$$A = [a_{ij}] = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Здесь  $a_{ij}$  – количество деталей типоразмера  $i$ , получаемое из одной заготовки путём её раскроя способом  $j$ .

Количество заготовок, раскраиваемых каждым способом, должно быть целым и не превышать 4-х. Отходы от раскроя одной заготовки для каждого из способов составляют 4, 5 и 5 (усл. единиц). Предложить вариант раскроя с минимальными суммарными отходами. Определить величину этих отходов.

Фирма предполагает продавать выкроенные детали по ценам \$4, \$6 и \$2,5 соответственно для 1-го, 2-го и 3-го типоразмера. При этом потери от процедуры раскроя оцениваются величиной \$0,3 на условную единицу отходов. Оптимизируйте процесс раскроя, исходя из соображений получения максимальной прибыли.

### Задача 10.

Рассматриваются пять проектов, которые могут быть осуществлены в течение последующих трёх лет. Ожидаемые величины прибыли от реализации каждого из проектов и распределение необходимых капиталовложений по годам (в тыс. долларов) приведены в таблице. Предполагается, что каждый утверждённый проект будет реализован за трёхлетний период.

Проект	Распределение капиталовложений			Прибыль
	Год 1	Год 2	Год 3	
1	5	1	8	20
2	4	7	10	40
3	3	9	2	20
4	7	4	10	15
5	8	6	1	30
Максимальный объем капиталовложений	25	25	25	

Требуется выбрать совокупность проектов, которой соответствует максимум суммарной прибыли. Как изменится максимум суммарной прибыли, если максимальный объем капиталовложений уменьшать от 25 до 0, или увеличивать от 25 до бесконечности? Построить график.

### Задача 11.

Руководство завода предполагает провести комплекс организационно-технических мероприятий по модернизации производства. Перечень возможных мероприятий приведён в таблице.

Мероприятие	Трудовые ресурсы (чел. дни)	Финансовые ресурсы (млн. руб.)	Производственные площади (кв. м)	Экономический эффект (млн. руб.)
Закупка станков с ЧПУ	350	400	130	13000
Текущий ремонт	250	90	-	3000
Монтаж транспортного конвейера	100	60	300	8000
Установка рельсового крана	200	300	150	12000
Ввод системы контроля качества	130	-	150	2500
Разработка АСУ	800	500	100	15000

На реализацию всех мероприятий завод может выделить:

трудовых ресурсов – 1300 чел-дней,

финансовых ресурсов – 800 млн. руб.

производственных площадей – 700 кв. м

Какие мероприятия следует провести, располагая этими ресурсами, чтобы общий экономический эффект был максимальным? Какова величина этого эффекта? Какой объём выделяемых ресурсов останется неиспользованным при реализации найденного варианта? Изменится ли решение задачи, если завод выделит на модернизацию 1 млрд. руб.?

Изменится ли решение задачи, если завод полностью удовлетворит потребности модернизации в производственных площадях и трудовых ресурсах при прежнем финансировании?

### Задача 12.

В регионе работают 4 химических завода. Им предложено принять участие в конкурсе по размещению госзаказа на производство изделий 5-ти наименований в объёмах, приведённых в таблице.

Объём заказа (шт.)	Наименование изделия				
	A1	A2	A3	A4	A5
	350	250	400	150	150

Каждый из заводов представил несколько вариантов годовой производственной программы по выполнению госзаказа и соответствующие финансовые условия. Программа включает выпуск всех изделий.

Наименование изделия	Варианты завода 1			Варианты завода 2		Варианты завода 3			Варианты завода 4	
	1	2	3	1	2	1	2	3	1	2
A1	100	200	200	50	80	-	-	100	100	50
A2	200	100	150	-	-	200	250	100	40	60
A3	300	250	200	120	100	100	50	500	60	100
A4	100	50	100	100	50	-	-	-	50	-
A5	50	100	80	-	-	100	100	80	150	100
Объём финансирования (млрд. руб.)	12	16	14	7	9	16	15	17	5	8

Каковы минимальные затраты на выполнение госзаказа?

Какой вариант размещения заказа обеспечивает его выполнение при минимальных объёмах финансирования?

Как изменится решение, если учесть, что заводы 1 и 4 не могут одновременно выполнять однотипные варианты размещения заказов?

### Задача 13.

Нефтеперерабатывающее предприятие использует в производстве нефть трёх сортов (1, 2 и 3). Резервные запасы нефти каждого сорта должны быть не меньше соответственно 20, 40 и 60 тыс. тонн. Для хранения нефти могут быть использованы 4 резервуара ёмкостью 25, 30, 35 и 40 тыс. тонн. Затраты на хранение 1-ой тонны нефти сорта 2 на 10% выше, чем сорта 1, а сорта 3 – на 20% выше, чем сорта 1. Смешение нефти разных сортов при хранении не допускается. Резервуары заполняются полностью.

Сколько резервуаров следует использовать?

Как распределяются сорта нефти по резервуарам?

Каковы минимальные затраты на хранение нефти?

Целесообразно ли устанавливать дополнительный резервуар объёмом 20 тыс. тонн?

### Задача 14.

Для реконструкции машиностроительного предприятия было представлено на выбор 10 проектов, каждый из которых характеризуется четырьмя агрегированными показателями и ежегодной ожидаемой прибылью, представленными в таблице.

Агрегированный показатель проекта	Варианты проектов										Лимиты
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Затраты труда (нормо-час)	50	60	30	40	80	70	50	20	40	50	300
Затраты энергии (тыс. кВт)	4	4	2	5	5	2	3	6	6	3	20
Расходы на материалы (млн.)	3	2	4	5	3	2	4	2	2	3	20
Финансовые средства (млн. руб.)	7	5	9	6	4	3	7	2	4	5	35
Ожидаемая прибыль (млн. руб.)	9	8	8.5	8.8	9	8	9	8.7	8.9	8	

При выборе проектов необходимо учесть ряд ограничений технологического характера:

- 1) одновременно может быть реализовано не более семи проектов;
- 2) 5-ый и 8-ой проекты взаимно исключают друг друга;
- 3) 1-ый проект может быть реализован лишь при условии реализации второго;
- 4) 4-ый проект может быть реализован лишь при условии реализации хотя бы одного из двух проектов: либо 3-его, либо 10-ого.

Выбрать проекты для реконструкции предприятия, обеспечивающие максимальную ожидаемую прибыль. Каков размер этой прибыли?

### Задача 15.

Объединение кабельной промышленности состоит из 3-х заводов. Номенклатура выпускаемых изделий включает три позиции: “кабель силовой”, “провод для осветительных установок”, “провод обмоточный”. При планировании развития объединения на три года разработаны три варианта (1-3) для завода 1, 2 варианта (4-5) для завода 2 и один (6) – для завода 3.

(В таблице все данные в условных единицах)

Вариант	Производство кабельных изделий по годам									Затраты за 3 года
	Кабель			Провод силовой			Провод обмоточный			
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
1	6.9	8	10	37	44	53	2.8	3	4	1557
2	7	7	8.6	25	-	-	3	18	20	1399
3	7	7.8	8.7	30	-	-	6	18	20	1034
4	19	23	28	-	-	-	13	15	18	2822
5	16	18	22	-	-	-	16	18	21	3044
6	-	-	-	-	864	950	-	-	-	364
Потребность	15	17	25	20	300	450	10	15	10	

Требуется выбрать варианты для включения в план развития объединения, обеспечивающие удовлетворение заданной потребности в кабельных изделиях и реализуемые с минимальными затратами. Каковы эти затраты?

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:**

1. В чем заключается метод ветвей и границ?
2. Дать понятие оценки множества вариантов.
3. Написать условие оптимальности МВГ.
4. В чем заключается процедура ветвления вариантов для ЛЦП?
5. Что является оценкой для задачи ЛЦП? (Значение целевой функции, целое решение, значение целевой функции для целого решения, то же для «непрерывного решения»).
6. Как задается «уровень целого численности» в пакете и что он означает?
7. Что такое «оценивание» множества вариантов?
8. Для задачи на минимум оценка больше, равна или меньше оптимального значения?
9. Для задачи на максимум чем далее по ветвям дерева оценки ветвей возрастают или убывают?
10. Указать правило остановки МВГ.
11. В каком случае в МВГ ответ будет – «нет решения»?
12. Может ли не быть целого оптимального решения, если есть дробное?
13. Почему нельзя «округлять дробное решение до целого? Пояснить геометрически.

### 3. Лабораторная работа № 3

Тема « Динамическое программирование »

#### 1. ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

##### *Теоретические сведения*

*Однопродуктовая N-этапная динамическая модель.*

В этой модели предполагается, что спрос достоверно известен, он может изменяться от этапа к этапу. Уровень запаса контролируется периодически. Хотя запаздывание поставки (выраженное фиксированным числом периодов) допустимо, в модели предполагается, что пополнение запаса происходит мгновенно в начале этапа. Наконец, дефицит не допускается.

Построение динамической детерминированной модели сводится к исследованию конечного горизонта времени. Это объясняется тем, что для получения числового решения соответствующих задач требуется использование метода динамического программирования, который в данном случае можно практически применить только при конечном числе этапов (шагов). Однако это не является серьёзным препятствием, так как спрос в отдалённом будущем обычно не оказывает существенного влияния на решения, принимаемые для рассматриваемого конечного горизонта времени. Кроме того, как правило, не имеет смысла предполагать, что продукция будет храниться в запасе бесконечно.

Определим для этапа  $i$ ,  $i=1,2,\dots,N$ , следующие величины :

$z_i$  — количество заказанной продукции ( размер заказа ),

$\xi_i$  — потребность в продукции ( спрос ),

$x_i$  — исходный заказ ( на начало этапа  $i$  ),

$h_i$  — затраты на хранение единицы запаса, переходящей из этапа  $i$  в этап  $i + 1$ ,

$K_i$  — затраты на оформление заказа,

$c_i(z_i)$  — функция предельных затрат, связанных с закупкой ( производством ) при заданном значении  $z_i$ .

Пусть

$$C_i(z_i) = \delta_i K_i + c_i(z_i), \text{ где}$$

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & z_i = 0, \\ 1, & z_i > 0. \end{cases}$$

Функция  $C_i(z_i)$  представляет интерес, когда затраты на закупку единицы продукции изменяются во времени или существуют разрывы цены.

Так как дефицит не допускается, то требуется найти оптимальные значения  $z_i$ , минимизирующие общие затраты на оформление заказов, закупку и хранение по всем  $N$  этапам. Затраты на хранение предполагаются пропорциональными величине

$$x_{i+1} = x_i + z_i - \xi_i,$$

которая представляет собой объём запаса, переходящий из этапа  $i$  в этап  $i+1$ . В результате затраты на хранение на этапе  $i$  равны  $h_i x_{i+1}$ . Это предположение вводится исключительно с целью упрощения, так как модель легко можно обобщить на случай произвольной функции затрат  $H_i(x_{i+1})$ , заменив  $h_i x_{i+1}$  на  $H_i(x_{i+1})$ . Аналогично для оценивания затрат на хранение можно воспользоваться величинами  $x_i$  или  $(x_i + x_{i+1})/2$ .

Построение модели динамического программирования упрощается, если представить задачу схематически, как показано на рис. 8. Каждый этап соответствует одному шагу. Используя обратное рекуррентное уравнение, определим состояния системы на шаге  $i$  как объём исходного запаса  $x_i$ .

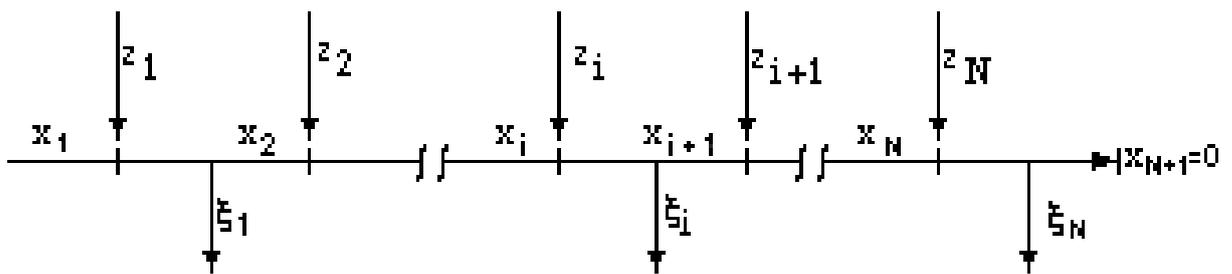


Рис. 8

Пусть  $f(x_i)$  — минимальные общие затраты на этапах  $i, i+1, \dots, N$ . Рекуррентное уравнение имеет вид

$$f_N(x_N) = \min_{\substack{z_N + x_N = \xi_N, \\ z_N \geq 0}} \{C_N(z_N)\},$$

$$f_i(x_i) = \min_{\substack{\xi_i \leq x_i + z_i \leq \xi_i + \dots + \xi_N, \\ z_i \geq 0}} \{C_i(z_i) + H_i(x_{i+1}) + f_{i+1}(x_i + z_i - \xi_i)\},$$

где  $i = 1, 2, \dots, N-1$ .

### Задание

Рассмотрим однопродуктовую динамическую модель управления запасами. Фирма производит однородную продукцию и поставляет ее потребителю в течение 5 периодов в заданных количествах. У фирмы есть возможность хранить запас продукции, для того, чтобы в нужный момент обеспечивать потребителя. Есть ограничения на мощность производства продукции в каждом периоде и на величину запаса. Известны стоимости производства, хранения и «переналадки» производства. Необходимо при заданных начальных запасах так производить и запасать продукцию в каждом периоде, чтобы суммарные издержки были бы минимальны. Дефицит не допускается. В случае невозможности выполнить заказ мощность производства можно увеличить на 50%, но при этом стоимость производства увеличивается в 2 раза.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Есипов Б. А. Методы исследования операций: Учебное пособие. — 2\_е изд., испр. и доп. — СПб.: Издательство «Лань», 2013. — 304 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 263
3. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 1986 г., стр.29,67,116.
4. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».
5. Курс лекций «ТОАУ» - Раздел «Динамическое программирование»

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

- уяснить математическую модель задачи;
- написать уравнение Беллмана;
- ознакомиться с программой ППП ПЭР, реализующей оптимизацию задачи управления запасами (опция «Управление запасами»);
- решить задачу для заданных условий;
- изменяя затраты на производство продукции  $C$  и цены хранения  $H$ , найти условия, при которых в системе будет оптимальным хранить продукцию в трех этапах,
- уменьшая величины предельных запасов и мощности производства, обнаружить условия дефицитов.

В отчете представить протоколы всех исследований.

### ОБОЗНАЧЕНИЯ:

Потребность в  $i$ -м периоде -  $A_i$ ;  
Произведено в  $i$ -м периоде -  $Z_i$ ;  
Емкость склада в  $i$ -м периоде -  $M_i$ ;  
Мощность производства в  $i$ -м периоде -  $N_i$ ;  
Затраты на единицу продукции -  $C_i$ ;  
Затраты на переналадку -  $K_i$ ;

Цена хранения единицы продукции в  $i$ -м периоде -  $H_i$ ;

Начальный запас -  $X_0$

( $m \leq 12$  - номер варианта задания)

знак  $|a|$  - целая часть числа  $a$ .

### ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ

N периода	$A_i$	$M_i$	$N_i$	$C_i$	$K_i$	$H_i$
1.	$m+1$	$2m+2$	$m+3$	3	2	$12-m$
2.	$2m+2$	$2m+2$	$3m+5$	4	5	$2m$
3.	$ (m+4)/2 $	$ (m+6)/3 $	$ (3m+1)/2 $	7	3	$m$
4.	$ (m+6)/3 $	$ (m+4)/2 $	$m+5$	$m$	$m$	$m+2$
5.	$2m$	$m$	$2m+2$	$m+2$	$m$	$m$

$$X_0 = |(m+5)/3|$$

## 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ «О РАНЦЕ»

### Содержательная постановка задачи:

Коммерсант развозит по пунктам продажи товаров, имея автолавку объемом  $B$  единиц и грузоподъемностью  $G$  единиц. Автолавка может быть загружена  $n$  типами товаров, характеризующимися своими параметрами:  $C_j$  – прибыль от реализации единицы товара  $j$ -го типа;  $b_j$  – объем, занимаемый единицей товара  $j$ -го типа;  $g_j$  – вес единицы товара  $j$ -го типа. Всего на складе имеется  $d_j$  – единиц товара  $j$ -го типа.

Обосновать оптимальное решение по загрузке автолавки товарами из условия максимальной ожидаемой прибыли от реализации.

Примечание: Для вариантов 8-15 считать, что товары имеются в одном экземпляре и известна вероятность спроса на товар  $j$ -го типа -  $p_j$ .

Нвар	$B$	$G$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_4$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$
1	50	50	3	2	1	4	2	4	2	2	6	3	1	3	4	2	5
2	40	60	2	3	1	2	4	5	3	1	4	2	3	2	4	1	7
3	30	70	1	4	2	3	5	3	5	4	9	6	2	3	4	4	4
4	45	60	5	4	2	3	2	3	4	4	5	6	5	1	2	1	4
5	35	40	4	4	2	3	6	5	5	4	2	3	1	3	3	2	4
6	25	50	3	2	5	6	4	3	2	1	4	5	7	2	3	6	2
7	55	45	4	2	5	2	4	3	1	3	5	5	6	5	2	3	2
8	10	12	3	2	1	4	2	4	2	2	6	3	1	3	4	2	5
9	8	15	2	3	1	2	4	5	3	1	4	2	3	2	4	1	7
10	10	10	1	4	2	3	5	3	5	4	9	6	2	3	4	4	4
11	12	9	5	4													

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

- составить математическую модель задачи;
- решить задачу с использованием ППП ПЭР (опция «Динамическое программирование. Задача о ранце») при одном ограничении (сначала на вес, затем на объем);
- проанализировать выполнение второго ограничения,
- решить задачу с двумя ограничениями с использованием ППП ПЭР (опция «Линейное целочисленное программирование»);
- интерпретировать полученные результаты;
- изменить объем  $b$  или вес  $g$  в пределах 30% получить новое решение и проанализировать полученные результаты.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Пояснить смысл уравнения Беллмана.
2. Что называют условным оптимальным выигрышем?
3. Какие особенности задачи позволяют решать ее методом ДП?
4. Что значит действовать оптимально в  $i$ -м периоде?
5. Что означает свойство аддитивности критерия?
6. Что является в данной задаче «состоянием», «управлением», «выигрышем»?
7. За счет чего в процедуре ДП сокращается перебор вариантов?
8. В чем заключается динамичность модели?
9. Почему нельзя оптимизировать управление в отдельном периоде?
10. Каковы условия возникновения дефицита?

**4. Лабораторная работа № 4**  
«Нелинейное программирование, Парето-оптимальность».

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить ППП GINO.
2. Сформировать индивидуальное задание в виде двухкритериальной математической модели нелинейного программирования.
3. Найти максимальное и минимальное значение каждого критерия (отбрасывая второй критерий) при выполнении ограничений.
4. В пределах изменения каждого критерия взять 5-10 значений и для каждого значения решить задачи

$$\begin{aligned} F_1(x,y) &\rightarrow \max \\ F_2(x,y) &= C_1 \\ &+ \text{ограничения (3)} \end{aligned}$$

Аналогично решить задачи

$$\begin{aligned} F_1(x,y) &\rightarrow \min \\ F_2(x,y) &= C_1 \\ &+ \text{ограничения (3)} \end{aligned}$$

В итоге получить границу критериальной области  $F_1 = \Phi(F_2)$ .

5. Известными методами найти множество точек Парето и записать таблицу парето-оптимальных решений  $(x_1, y_1)^* - (F_1, F_2)^*$ .
6. Найти единственное решение, если заданы веса каждого критерия  $P_1$  и  $P_2$ , используя свертку критериев  $F = P_1 F_1 + P_2 F_2 \rightarrow \min$ .  
Показать геометрически положение линии уровня.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Есипов Б. А. Методы исследования операций: Учебное пособие. — 2\_е изд., испр. и доп. — СПб.: Издательство «Лань», 2013. — 304 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Х. Таха. «Введение в исследование операций». Том 1. Мир 1985 г., стр. 26
3. Руководство по применению пакета прикладных программ «ПЭР».
4. Курс лекций «ТООУ» раздел «Многокритериальная оптимизация».
5. Есипов Б.А. Решение практических задач по исследованию операций. Нелинейное программирование. Методические указания. КуАИ, 1989г.

**ЗАДАНИЕ:**

Нефтеперерабатывающий завод должен принять решение о количестве годового производства нефтепродуктов типа А и В. Затраты на производство

нефтепродуктов выражаются функцией от  $X$  - количества нефтепродукта А и  $Y$  - количества нефтепродукта В в виде ( $m$  - номер варианта задания)

( $m$  - номер варианта задания)

$$F_1(x,y) = -2X^2 + (1 - \frac{m}{8})XY - Y^2 + (240 + m) \rightarrow \min \quad (1)$$

Уровень вредных веществ зависит от количества производимых нефтепродуктов в виде функции

$$F_2(x,y) = X^2 + (1 + \frac{m}{5})XY - 4Y + (2 - \frac{m}{10})X + 4Y^2 \rightarrow \min \quad (2)$$

Кроме этого, имеются производственные и финансовые ограничения на выбор  $X$  и  $Y$ , которые можно представить в виде ограничений

$$\begin{aligned} X+2Y &< 10+m \\ X-Y &< 1+\frac{m}{6} \\ X+Y &> 2+\frac{m}{10} \\ 2X+(1+\frac{m}{8}) &> Y \\ X > 0, Y > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

$$P_1 = \frac{0,8}{m}, \quad P_2 = 1 - \frac{0,8}{m}.$$

### Работа с пакетом GINO (первоначальные сведения):

0. Начинаем с Gino.exe, появляется '!':
1. Для вызова системы команд ввести: 'com'.
2. Для изучения команды ввести: 'help имя команды'.
3. Для сохранения текущей задачи - 'save'.
4. Для чтения сохраненной задачи - 'take', далее выбрать имя задачи (имя высвечивается на экране).
5. Для вывода всей текущей задачи на экран - 'look all'.
6. Если вводимую строку начать с '!', она будет проигнорирована. Это удобно для удаления или добавления ограничений, второй целевой функции и т.п.
7. Добавление строки - 'ext', далее пишется строка, например: 4)  $X+Y>2$ .
8. Редактирование модели можно производить в сохраненном текстовом файле (с помощью текстового редактора).
9. Параметры оптимизационной программы можно посмотреть по команде 'help setp'.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Какие ограничения называются активными? Указать их в решении задачи п.3.
2. Перечислить основные команды ППП GINO.
3. Где может находиться оптимальное решение задачи НЛП: внутри ОДР, на границе, при пересечении кривых ограничений?
4. Что называется множеством Парето, и каким способом можно его найти?
5. В чем смысл условных критериев многокритериальной оптимизации?
6. В чем заключается проблема многокритериальной оптимизации?
7. В чем смысл коэффициентов  $P_1$  и  $P_2$ ?
8. При добавлении ограничений к модели задачи оптимальное значение целевой функции улучшается, ухудшается или остается неизменным?
9. К какому классу задач НЛП относится задача (1),(3)?
10. Как геометрически можно найти оптимальное решение для  $F=P_1 * F_1 + P_2 * F_2 \rightarrow \min$ ?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам выполнения лабораторных работ студенты получают новые знания и навыки использования компьютерных средств для выработки оптимальных решений в АСУ различного назначения. Кроме этого студент решает индивидуальную задачу количественного обоснования оптимального решения в конкретной производственной задаче. Это позволяет проявить научный подход к решаемой проблеме и предполагает творческий подход к выполнению заданий.

Подробные сведения о применении компьютерных программ, содержащихся в методических указаниях позволяют в ограниченное учебное время решить и проанализировать сложные задачи управления производством. Это дает определенные навыки постановки и решения производственных задач управления в условиях АСУ.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Меньков А. В., Острейковский В. А. Теоретические основы автоматизированного управления : учебник : [для вузов]. - М.: ОНИКС, 2005. - 639 с..
2. Есипов Б. А. Методы исследования операций: Учебное пособие. — 2\_е изд., испр. и доп. — СПб.: Издательство «Лань», 2013. — 304 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Х. Таха. “Введение в исследование операций”. Том 1. Мир 1985 г., стр. 26
4. И.Л. Акулич. “Математическое программирование в примерах и задачах”. ВШ, 1986 г., стр.29,67,116.

Методические материалы

**ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ «ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ»**

*Методические указания*

Составитель *Есинов Борис Алексеевич*

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»  
(Самарский университет)  
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

---

Изд-во Самарского университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.