САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени академика С. П. КОРОЛЕВА

ЗАДАНИЯ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ СЛУШАТЕЛЕЙ ЗАОЧНЫХ ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ КУРСОВ СГАУ

Механика. Молекулярная физика. Основы термодинамики

САМАРА 1995
(1996)

Составители: Н. М. Рогачев, Г. И. Карханина.

УДК 53 (075)

Задания по физике для слушателей заочных подготовительных курсов: Часть 1. Методические указания для абитуриентов/Самарский государственный аэрокосмический университет. Сост. Н. М. Рогачев, Г. И. Карханина. Самара. 1995.

Методические указания знакомят со структурой и содержанием письменного экзамена по физике в Самарский государственный аэрокосмический университет. Указания состоят из пяти контрольных работ, составленных в соответствии с программой вступительных экзаменов в СГАУ. Приводится пример ответа на один из вариантов. Задания сопровождаются краткой теорией и примерами решения типовых задач.

Предназначены для слушателей заочных подготовительных курсов СГАУ. Они могут быть полезны учащимся старших классов средних школ, лицеев, колледжей и гимназий. Подготовлены на кафедре физики.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С. П. Королева.

Рецензент Т. С. Соломеина.

Общие сведения

Вступительные экзамены по физике в СГАУ проводятся в письменной форме. Экзаменационное задание состоит из блока теоретических вопросов и задач, письменные ответы на которые абитуриент дает в течение четырех часов.

Данные методические указания разработаны для слушателей заочных подготовительных курсов и отражают специфику письменного приема экзаменов. Слушатель должен выполнить пять контрольных работ. Каждая контрольная работа состоит из восьми заданий, включающих в себя теоретические вопросы и задачи по определенному разделу курса. На все пункты задания (в том числе и на теоретические вопросы) следует дать письменный ответ.

В методических указаниях перед заданиями приводятся основные законы, выводы некоторых формул, а также примеры решения типовых задач. Из-за сокращения объема пособия в примерах решения задач подстановка численных значений и проверка размерности полученного результата проводилась выборочно. Вам же следует это делать в каждой задаче.

Следует иметь в виду, что теоретические вопросы заданий не охватывают всю программу вступительных экзаменов. Поэтому для подготовки к экзамену помимо данных методических указаний следует иметь еще программу вступительных экзаменов в СГАУ.

Перед выполнением контрольной работы нужно сначала изучить теоретический материал по школьному учебнику и данному пособию, затем детально разобрать (а еще лучше прорешать самому) типовые задачи, решение которых дается в пособии, и только после этого приступать к выполнению заданий.

Ответ на теоретический вопрос должен быть кратким, содержать необходимые выводы, сопровождаться рисунками и пояснениями принятых обозначений. Задачи следует решать самостоятельно. Только при соблюдении этих условий за время обучения на подготовительных курсах у Вас выработаются необходимые навыки изложения теоретического материала и решения типовых физических задач. При решении задач рекомендуем придерживаться следующего порядка действий.

1. Прочитайте внимательно условие задачи и ясно представьте себе, какое физическое явление в ней рассматривается. Сделайте сокращенную запись данных и искомых физических величин, представив их в одной системе единиц.

2. Проведите качественный анализ содержания задачи, выполните схематический чертеж, на котором укажите систему отсчета, а также величины и направления параметров, характеризующих рассматриваемое явление.

3. Если для решения задачи нужны физические постоянные или табличные данные, выпишите их в столбик под данными задачи.

4. С помощью физических законов установите математическую связь между данными и искомыми величинами.

5. Если получили несколько уравнений, убедитесь, что число уравнений равно числу неизвестных. Решение системы уравнений следует начать с исключения тех неизвестных, которые не требуется определять по условию задачи. Решать систему уравнений нужно алгебраически, чтобы получить формулу для искомой величины в общем виде.

6. Проверьте размерность в полученной формуле искомой величины. Задачу можете считать правильно решенной, если размерности правой и левой частей расчетной формулы одинаковы.

7. Подставьте в формулу численные значения физических величин, произведите вычисления, получите численное значение искомой величины. Обратите внимание на точность числового ответа, которая не может быть больше точности исходных величин. Ответ должен сопровождаться наименованием физической величины.

Удобно такое оформление задачи: слева столбиком записывается математическое условие задачи и перевод единиц в одну систему, правее рисуется схема или чертеж. Справа остается место для формул, на основании которых решается задача. Ниже дается решение задачи. При анализе задачи и составлении алгебраических уравнений, описывающих явление, следует обратить внимание на векторный характер ряда величин, входящих в формулы, при этом необходимо учитывать не только их числовое значение, но и направление. Если происходит изменение векторной величины, то меняется или численное значение, или направление, или то и другое вместе. Сверьте полученный результат с ответом. В отличие от экзаменационных заданий задачи данного пособия сопровождаются ответами.

Из четырех задач, приведенных в каждом задании, две задачи качественные. Они не требуют подробного решения. На них следует дать ответ и пояснить его. При выполнении задания слушатель должен руководствоваться следующим:

задание выполняется в тетради школьного типа чернилами;

для замечаний преподавателя на страницах справа оставляется поле;

каждое задание начинается с новой страницы;

задание должно быть переписано в тетрадь полностью, без сокращений, номера вопросов оставить в соответствии с номерами их в методических указаниях. Решения задач должны сопровождаться исчерпывающими, но краткими объяснениями;

на проверку слушатель присылает ответы на все вопросы в сроки, указанные в графике.

При повторении курса физики рекомендуется следующая литература:

1. Перышкин А. В., Родина Н. А. Физика: Учебник для 8 класса. М.: Просвещение, 1993.

2. Кикоин И. К., Кикоин А. К. Физика: Учебник для 9 кл. М.: Просвещение, 1994.

3. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б. Физика: Учебник для 10 кл. М.: Просвещение, 1990.

4. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б. Физика: Учебник для 11 кл. М.: Просвещение, 1993.

5. Гладкова Р. А., Добронравов В. Е. и др. Сборник вопросов и задач по физике: Для средних специальных учебных заведений. М.: Наука, 1980.

6. Гурский И. П. Элементарная физика. М.: Наука, 1984.

7. Рымкевич А.П., Рымкевич П. А. Сборник задач по физике. М., 1988.

8. Гольдфарб Н. И. Сборник вопросов и задач по физике. М., 1982.

I. МЕХАНИКА

Контрольная работа № 1

1.1. КИНЕМАТИКА

1. Основные понятия и законы

Положение материальной точки в пространстве в данный момент времени t (рис. 1) определяется радиусом-вектором $\bar{r}$, проведенным из начала координат в данную точку, или тремя координатами: x, y, z.

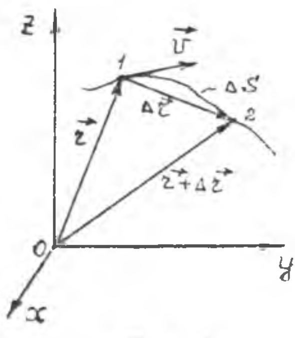

Рис. 1

При движении материальной точки ее координаты и радиус-вектор изменяются с течением времени. Вектор $\Delta\bar{r}$, проведенный из начального положения *1* точки в конечное положение *2*, называется перемещением.

Длина участка кривой ΔS, по которой двигалась точка, называется пройденным путем. В случае прямолинейного движения в одном направлении $\Delta S = |\Delta\bar{r}|$.

Отношение перемещения $\Delta\bar{r}$ к промежутку времени Δt, за которое это перемещение произошло, называется средней скоростью перемещения:

$$\bar{v}_{ср} = \Delta\bar{r}/\Delta t = (\bar{r}_2 - \bar{r}_1)/(t_2 - t_1). \qquad (1.1)$$

Отношение отрезка пути ΔS к промежутку времени Δt, за которое этот путь пройден, называется средней путевой скоростью и является скалярной величиной:

$$v_{ср} = \Delta S/\Delta t. \qquad (1.2)$$

Производная радиуса-вектора движущейся точки по времени называется мгновенной скоростью:

$$\bar{v} = d\bar{r}/dt. \qquad (1.3)$$

Производная скорости по времени или вторая производная радиуса-вектора движущейся точки по времени называется ускорением:

$$\bar{a} = d\bar{v}/dt = d^2\bar{r}/dt^2. \qquad (1.4)$$

При равномерном прямолинейном движении ($\bar{v}$ = const) справедливы соотношения:

в векторной форме: $\bar{r} - \bar{r}_0 = \bar{v} \cdot \Delta t$, где $\Delta t = t - t_0$;

в скалярной форме (в проекциях на оси координат):

$$\Delta r_x = x - x_0 = v_x \cdot \Delta t, \text{ откуда } x = x_0 + v_x \Delta t,$$

$$\Delta r_y = y - y_0 = v_y \cdot \Delta t, \text{ откуда } y = y_0 + v_y \Delta t,$$

где x_0, y_0 — начальные координаты точки при $t = t_0$.

Обычно принимается, что $t_0 = 0$, тогда $\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{v}t$, или в скалярной форме (в проекциях на оси координат):

$$x = x_0 + v_x t, \quad y = y_0 + v_y t.$$

При равнопеременном прямолинейном движении ($\bar{a}$ = const) справедливы соотношения:

в векторной форме: $\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t$,

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{v}_0 t + \bar{a}t^2/2,$$

в скалярной форме: $v_x = v_{0x} + a_x t$,

$$v_y = v_{0y} + a_y t, \qquad (1.6)$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + a_x t^2/2,$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + a_y t^2/2. \qquad (1.7)$$

В формулах (1.6) и (1.7) ускорение положительно при равноускоренном движении и отрицательно при равнозамедленном.

Движение тел под действием силы тяжести при отсутствии сопротивления называется свободным падением. Уравнения (1.6) и (1.7) справедливы для свободного падения и движения тела, брошенного вертикально вверх, если в них ускорение a заменить ускорением свободного падения g.

Если тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью $\bar{v}_0$, то в отсутствии сопротивления оно будет двигаться по параболе (рис. 2). Скорость при этом изменяется по величине и направлению, а ускорение в любой точке траектории постоянно, направлено к центру Земли и равно ускорению сво-

Рис 1$\frac{}{}$.

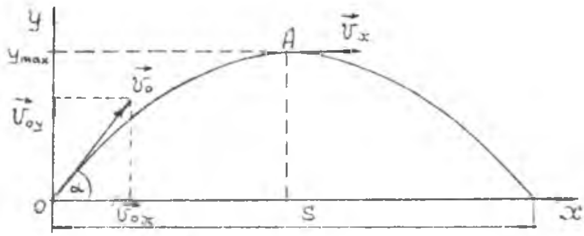

Рис. 2

бодного падения g. Такое сложное криволинейное движение, происходящее в плоскости $x\,o\,y$, принято раскладывать на два прямолинейных: равномерное вдоль оси $o\,x$ со скоростью $v_{o\,x} = v_o \cos\alpha = \text{const}$ и равнопеременное вдоль оси $o\,y$ с ускорением равным $-g$ и начальной скоростью $v_{oy} = v_o \sin\alpha$.

Уравнение движения тела в направлении оси $o\,x$ имеет вид

$$x = v_o t \cos\alpha. \tag{1.8}$$

Для движения по оси $o\,y$ можно записать:

$$v_y = v_{o\,y} - gt = v_o \sin\alpha - gt, \tag{1.9}$$

$$y = v_{o\,y} t - gt^2/2 = v_o t \sin\alpha - gt^2/2. \tag{1.10}$$

Принимая в уравнении (1.10) $y = 0$, можно найти время полета тела $t_п$: $t\,(v_o \sin\alpha - gt/2) = 0$,
откуда $t_1 = 0$, $t_2 = (2\,v_o/g)\sin\alpha$.

Время $t_1 = 0$ соответствует началу движения (точка 0 на рис. 2). Искомое время полета

$$t_п = (2\,v_o/g)\sin\alpha. \tag{1.11}$$

Если подставить найденное время полета $t_п$ в уравнение (1.8), то определим дальность полета:

$$S = x_{max} = v_o t_п \cos\alpha = v_o^2 \sin 2\,\alpha/g. \tag{1.12}$$

Время подъема тела до точки A (см. рис. 2) находится из уравнения (1.9), если принять $v_y = 0$:

$$t_{под} = v_o \sin\alpha/g.$$

Максимальная высота y_{max} определяется из уравнения (1.10), если в него подставить вместо t найденное время подъема $t_{под}$:

$$y_{max} = v_o t_{под} \sin\alpha - g t^2_{под}/2 = (v_o^2 \sin^2\alpha)/2\,g. \tag{1.13}$$

При вращении тела по окружности любая его точка описывает дугу ΔS радиусом $\bar{r}$ (рис. 3). Центр окружности при этом находится на оси вращения. Радиус-вектор точки $\bar{r}$ за произвольно взятый промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ описывает угол $\Delta\varphi$. Физическая величина, равная отношению угла $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, к промежутку времени Δt называется средней угловой скоростью:

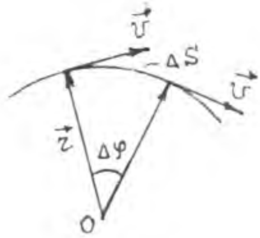

Рис 3

$$\omega_{ср} = (\varphi_2 - \varphi_1)/(t_2 - t_1) = \Delta\varphi/\Delta t,$$

а первая производная угла поворота по времени называется угловой скоростью вращательного движения:

$$\omega = d\varphi/dt.$$

Угловая скорость измеряется в рад/с.

Если угловая скорость $\omega = \mathrm{const}$, то вращение называется равномерным.

Равномерное вращение по окружности характеризуется линейной скоростью $v = \Delta S/\Delta t$ и центростремительным ускорением $a_n = v^2/r$. Эти величины связаны соотношением:

$$\omega = 2\pi n = 2\pi/T, \quad v = \omega r = 2\pi nr = 2\pi r/T, \tag{1.14}$$

где T — период вращения (время одного оборота);

n — частота вращения (число оборотов за единицу времени).

Угол, описываемый радиусом-вектором за время Δt, можно определить по формуле:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = 2\pi n \Delta t, \tag{1.15}$$

а центростремительное ускорение:

$$a_n = v^2/r = \omega^2 r = 4\pi^2 n^2 r = 4\pi^2 r/T = \omega v. \tag{1.16}$$

Центростремительное ускорение направлено по радиусу к центру окружности.

1.2. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИКИ

В статике исследуются условия равновесия тел под действием сил. Тело находится в равновесии, если в рассматриваемой системе отсчета оно покоится или совершает равномерное и прямолинейное движение.

Когда на тело действует несколько сил $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \ldots, \bar{F}_n$, то их равнодействующая сила $\bar{F}$ равна векторной сумме действующих сил:

$$\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots + \bar{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i. \tag{1.17}$$

Сложение двух сил $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$ (нахождение их равнодействующей), если силы направлены под произвольным углом α друг к другу, удобно проводить по правилу параллелограмма. Модуль равнодействующей силы F при этом равен:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1 F_2 \cos\alpha}. \qquad (1.18)$$

Если число складываемых сил больше двух, то равнодействующую силу определяют по правилу треугольника (многоугольника).

Моментом силы M относительно неподвижной оси называется произведение модуля силы F на плечо l:

$$M = Fl. \qquad (1.19)$$

Плечом силы называется кратчайшее расстояние от оси вращения тела по линии действия силы. Это расстояние определяется по перпендикуляру.

Твердое тело находится в равновесии, если выполняются условия:

1) Равнодействующая всех действующих на тело сил равна нулю:

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i = 0. \qquad (1.20)$$

2) Алгебраическая сумма моментов всех сил, относительно какой-либо оси, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0. \qquad (1.21)$$

Составляя уравнение моментов (1.21), следует помнить, что моменты сил, вращающие тело по часовой и против часовой стрелки, имеют разные знаки.

Центром тяжести тела называется точка, относительно которой сумма моментов сил тяжести всех частиц тела при любом его расположении равна нулю. Положение центра тяжести тела определяется по формулам:

$$x_c = \sum m_i x_i / m, \quad y_c = \sum m_i y_i / m, \quad z_c = \sum m_i z_i / m, \qquad (1.22)$$

где x_c, y_c, z_c — координаты центра тяжести тела;
x_i, y_i, z_i — координаты частиц тела;
m_i — масса частиц; m — масса тела.

1.3. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

Законы Ньютона справедливы в инерциальных системах отсчета.

Первый закон Ньютона: Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока на него не подействуют другие тела (или действие других тел скомпенсировано). Второй закон Ньютона: Ускорение $\bar{a}$, с которым движется тело, прямо пропорционально действующей на него силе F:

$$\bar{a} = \bar{F}/m, \tag{1.23}$$

где m — масса тела.

Третий закон Ньютона: Две силы, возникающие при взаимодействии двух тел, равны по величине, направлены вдоль одной прямой в разные стороны и приложены к разным телам:

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}.$$

Сила, возникающая при упругой деформации, называется силой упругости. Согласно третьего закона Ньютона сила упругости по модулю равна деформирующей силе.

Закон Гука: В пределах упругой деформации сила упругости $F_{упр}$ пропорциональна абсолютной деформации $\bar{x}$ и направлена противоположно ей:

$$\bar{F}_{упр} = -\kappa\bar{x}, \tag{1.24}$$

где κ — коэффициент упругости материала.
При деформациях растяжение-сжатие закон Гука имеет вид:

$$\sigma = E\,\Delta l/l_0, \tag{1.25}$$

где $\sigma = F/S$ — напряжение деформации, физическая величина, равная отношению силы упругости к площади поперечного сечения тела, $[\sigma] = Н/м^2$. E — модуль Юнга;

$\Delta l = x = |l - l_0|$ — абсолютное изменение длины тела;

l_0, l — длина тела до и после деформации.

При перемещении тел относительно друг друга возникает сила трения, направленная по касательной к трущимся поверхностям тел. Коэффициентом трения скольжения называется физическая величина μ, равная отношению силы трения скольжения к силе нормального давления N:

$$\mu = F_{тр.ск.}/N. \tag{1.26}$$

Сила трения покоя равна касательной составляющей сдвигающей силы (пока тело находится в состоянии покоя). Сила трения покоя $F_{тр.п.}$ принимает значение от нуля до величины силы трения скольжения:

$$0 \leqslant F_{тр.п.} \leqslant \mu N \tag{1.27}$$

Закон всемирного тяготения: Две материальные точки массой m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой F, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними:

$$F = \gamma m_1 m_2 / r^2, \qquad (1.28)$$

где $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ мкг$^{-1}$ с$^{-2}$ — гравитационная постоянная.

Силой тяжести $m\bar{g}$ называется равнодействующая силы тяготение $\bar{F}$ и центробежной силы, возникающей при вращении Земли.

Весом тела называется сила, с которой тело давит на опору или действует на подвес в результате притяжения тела к Земле.

Если тело стало спутником Земли, то сила притяжения тела к Земле является центростремительной силой, т. е. имеет место равенство:

$$\gamma m M_з / R^2 = m v^2 / R.$$

Отсюда находится первая космическая скорость v_1:

$$v_1 = \sqrt{\gamma M_з / R} = \sqrt{gR} \approx 8 \text{ км/с}, \qquad (1.29)$$

где m — масса тела;

$M_з$ — масса Земли;

R — радиус орбиты вращения спутника.

2. Примеры решения задач

Задача 1-1. Два автомобиля одновременно выезжают из городов A и B, расстояние между которыми 315 км, и движутся равномерно и прямолинейно по трассе со скоростями 54 и 72 км/ч навстречу друг другу. Через какое время и на каком расстоянии от города A они встретятся?

Дано:

$x_0 = 315$ км

$v_1 = 54$ км/ч

$v_2 = 72$ км/ч

---

t — ? x — ?

Решение. Задачу решим в системе отсчета, связанной с Землей. Направим ось абсцисс по линии, соединяющей города A и B, в сторону города B, а начало координат поместим в точку A (рис. 4). Условимся отсчитывать время от общего для обоих автомобилей момента начала движения. Автомобили примем за материальные точки. Тогда начальные координаты автомобилей будут: $x_{01} = 0$, $x_{02} = 315$ км. Кинематические уравнения движения запишем по формуле (1.5):

$$x_1 = x_{01} + v_1 t \text{ или } x_1 = 54\,t, \qquad (1)$$

$$x_2 = x_{02} + v_2 t \text{ или } x_2 = 315 - 72\,t, \qquad (2)$$

где x_1 и x_2 — координаты автомобилей в произвольный момент времени. В момент встречи координаты автомобилей будут одинаковы, т. е. $x_1 = x_2$. Решая совместно уравнение (1) и (2), получим: $t = 2,5$ ч, $x_1 = 135$ км.

Задачу можно решать и графически. Для этого отложим на оси абцисс в выбранном масштабе время движения автомобилей t, а по оси ординат — их координаты x_1 и x_2. На графике движение автомобилей изобразится прямыми линиями. Время и место встречи определим по положению точки C (рис. 5). Получим:

$$t = 2,5 \text{ ч}; \; x_1 = 135 \text{ км}.$$

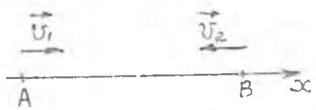

Рис. 4

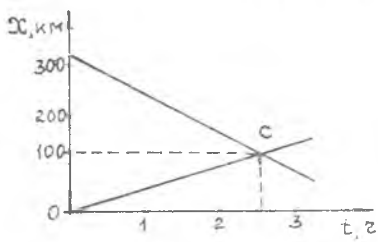

Рис. 5

Задача 1-2. Найти среднюю путевую скорость тела в двух случаях: а) первую четверть времени тело двигалось со скоростью 7 м/с, а оставшееся время — со скоростью 4 м/с; б) первую четверть пути тело двигалось со скоростью 7 м/с, а оставшуюся часть пути — со скоростью 4 м/с.

а) Дано:

$t_1 = t/4$

$v_1 = 7$ м/с

$t_2 = 3\,t/4$

$v_2 = 4$ м/с

$v_{ср}$ — ?

Решение. Для нахождения средней путевой скорости воспользуемся уравнением (1.2):

$$v_{ср} = S/t. \qquad (1)$$

В первой части задачи дано все время движения, а необходимо найти весь пройденный путь:

$$S = S_1 + S_2$$

где $S_1 = v_1 t_1 = v_1/4t$, $S_2 = v_2 t_2 = 3v_2/4t$.

Следовательно: $S = v_1/4t + 3\,v_2/4t = (v_1 + 3\,v_2)/4t. \qquad (2)$

Подставляя выражение (2) в (1), получим:

$$v_{ср} = (v_1 + 3\,v_2)/4 = 4,8 \text{ м/с}.$$

б) Дано:

$S_1 = S/4$
$v_1 = 7$ м/с
$S_2 = 3\,S/4$
$v_2 = 4$ м/с

$v_{ср}$ — ?

Решение. В этой части задачи задан весь пройденный путь. Необходимо найти время движения, которое состоит из времени t_1 прохождения одной четверти пути и времени t_2 прохождения оставшейся части пути:

$$t = t_1 + t_2,\ t_1 = S/4v_1,\ t_2 = 3S/4\,v_2.$$

Значит, $t = S/4v_1 + 3S/4v_2 = S(3v_1 + v_2)/4v_1v_2.$ (3)

Подставив уравнение (3) в (1), получим

$$v_{ср} = 4\,v_1v_2/(3v_1 + v_2) = 4{,}5 \text{ м/с}.$$

Обратите внимание, что средние скорости в рассматриваемых случаях не одинаковы.

Ответ: а) 4,8 м/с б) 4,5 м/с.

Задача 1-3. Тело, двигаясь равноускоренно, проходит за вторую секунду от начала движения 5 м. Определить перемещение тела за пятую секунду.

Дано:

$v_0 = 0$
$\Delta r_2 = 5$ м
$a = \text{const}$

Δr_5 — ?

Решение. Пусть тело движется в направлении оси x и в начальный момент времени при $t=0$ имеет координату $x_0=0$. При данных условиях уравнение движения в соответствии с формулой (1.7) примет вид: $x = at^2/2$. (1)

Найдем координаты тела x_1 и x_2 при

$t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с:

$$x_1 = at_1^2/2 \quad \text{и} \quad x_2 = at_2^2/2.$$

Тогда перемещение тела за вторую секунду:

$$\Delta r_2 = x_2 - x_1 = a(t_2^2 - t_1^2)/2, \qquad (2)$$

аналогично — за пятую секунду:

$$\Delta r_5 = x_5 - x_4 = a(t_5^2 - t_4^2)/2, \qquad (3)$$

где x_4 и x_5—координаты тела при $t_4 = 4$ с и $t_5 = 5$ с соответственно. Из уравнений (2) и (3) находим:

$$\Delta r_5 = \Delta r_2 (t_5^2 - t_4^2)/(t_2^2 - t_1^2) = 15 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta r_5 = 15$ м.

Задача 1-4. Свободно падающее тело в последнюю секунду падения прошло 75 м. Найти время и высоту падения.

Дано:
$h = 75$ м
$\Delta t = 1$ с

t — ? h_0 — ?

Решение. Свяжем систему отсчета с Землей, ось ординат направим вниз. Начало координат поместим в точку 0, откуда тело начало падать (рис. 6).

При свободном падении в любой момент времени координата тела, определяемая формулой (1.7), будет равна пройденному пути:

$$y = h_0 = gt^2/2,$$

где t — время падения.

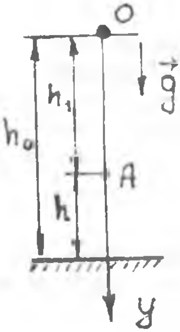

Рис. 6.

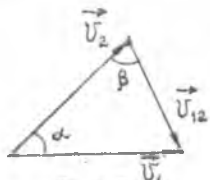

Рис. 7.

В момент времени $(t - \Delta t)$ тело окажется в точке A (см. рис. 6) с координатой $y_1 = g\ (t - \Delta t)^2/2$.
Тогда $y - y_1 = h$ или $gt^2/2 - g(t - \Delta t)^2/2 = h$,
отсюда $t = (2h + g\Delta t^2)/2g\Delta t = 8$с.
Далее определим $h_0 = gt^2/2 = 313{,}6$ м.

Ответ: $t = 8$ с; $h_0 = 313{,}6$ м.

Задача 1-5. Два корабля движутся со скоростями $\bar{v}_1$ и $\bar{v}_2$ под углом α друг к другу. Найти относительную скорость кораблей.

Дано:
v_1
v_2
α

v_{12} — ?

Решение. Рассмотрим движение первого корабля в 2 системах отсчета, одну из которых, связанную с берегом, будем считать неподвижной, а другую, связанную со вторым кораблем, — движущейся относительно берега равномерно и прямолинейно. Тогда в соответствии с классическим законом сложения скоростей $\bar{v}_1 = \bar{v}_{12} + \bar{v}_2$,
где $\bar{v}_1$ и $\bar{v}_2$ — скорости кораблей в системе отсчета, связанной

с берегом v_{12} — скорость 1-го корабля в системе отсчета, связанной со вторым кораблем.

Отсюда $\bar{v}_{12} = \bar{v}_1 - \bar{v}_2$.

Из векторного треугольника (рис. 7) по теореме косинусов находим модуль скорости $\bar{v}_{12}$:

$$|\bar{v}_{12}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}.$$

Направление вектора v_{12} определим углом β. Для этого по теореме синусов запишем:

$\sin\beta/v_1 = \sin\alpha/v_{12}$, откуда находим:

$$\sin\beta = v_1\sin\alpha/v_{12} = v_1\sin\alpha/\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2\,v_1v_2\cos\alpha}.$$

Задача 1-6. Тело брошено под углом $\alpha = 60°$ к горизонту со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Найти: 1) время подъема $t_{под}$ и время полета $t_п$ тела; 2) максимальную высоту подъема H и скорость тела v в самой верхней точке траектории (точка A, рис. 2); 3) дальность полета S; 4) время полета t_h до высоты $h = 10$ м; 5) угол бросания α_0, при котором дальность полета максимальная. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$\alpha = 60°$

$v_0 = 20$ м/с

$h = 10$ м

1) $t_{под}$ — ? $t_п$ — ?

2) H — ? v_x — ?

3) S — ?

4) t_h — ?

5) α_0 — ?

Решение. Движение тела будем рассматривать как суперпозицию двух независимых движений: равномерного вдоль оси ox и равнопеременного вдоль оси oy. Если принять при $t_0 = 0$ $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$, то:

$$v_{0x} = v_0\cos\alpha = v_x,$$

$$v_{0y} = v_0\sin\alpha = v_y.$$

Воспользуемся уравнениями (1.8), (1.9) и (1.10):

$$x = v_xt = v_0t\cos\alpha, \quad (1)$$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0\sin\alpha - gt, \quad (2)$$

$$y = v_{0y}t - gt^2/2 = v_0t\sin\alpha - gt^2/2. \quad (3)$$

1) В точке A вертикальная скорость $v_y = 0$, тогда из уравнения (2) имеем: $0 = v_0\sin\alpha - gt_{под}$, $t_{под} = v_0\sin\alpha/g = 1{,}72$ с. В месте падения на Землю $y = 0$, из уравнения (3) находим время полета $t_п$: $0 = v_0t_п\sin\alpha - gt^2_п/2$, $t_п = 2v_0\sin\alpha/g = 2t_{под} = 3{,}44$ с.

2) Максимальную высоту подъема y_{max} можно определить, если подставить время подъема $t_{под}$ в уравнение (3):

$$y_{max} = H = v_0^2\sin^2\alpha/2g = 14{,}8 \text{ м}.$$

Скорость тела в точке A направлена по горизонтали (по касательной к траектории) и по модулю равна v_{0x}, т. е.

$$v_x = v_0 \cos\alpha = 10 \text{ м/с}.$$

3) Дальность полета S определяется из уравнения (1) при подстановке в него времени полета $t_п$:

$$S = v_0 \cos\alpha\, t_п = v_0^2 \sin 2\alpha / g = 34{,}4 \text{ м} \qquad (4)$$

4) Если в уравнении (3) принять: $y = h$, $t = t_h$, то получим квадратное уравнение:

$$t_h^2 - 3{,}44\, t_h + 2 = 0,$$

решая которое найдем два значения для t_h. Это означает, что на заданной высоте h тело побывает дважды: при $t_{h1} = 0{,}74$ с и $t_{h2} = 2{,}7$ с.

5) Дальность полета максимальна (см. уравнение (4)), когда значение $\sin 2\alpha$ максимально, т. е. когда $\sin 2\alpha_0 = 1$. При этом $\alpha_0 = 45°$.

Задача 1-7. Волчок, имея постоянную угловую скорость 40 рад/с, свободно падает с высоты 19,6 м. Сколько оборотов сделает волчок за время падения?

Дано:

$\omega = 40$ рад/с

$h = 19{,}6$ м

N — ?

Решение. Угловая скорость ω связана с частотой вращения n соотношением (1.14):

$$\omega = 2\pi n = 2\pi N/t \qquad (1)$$

где t — время вращения волчка, равное времени его свободного падения с высоты h, N — число оборотов волчка за это время.

Так как

$$h = gt^2/2, \qquad (2)$$

то из уравнений (1) и (2) получим:

$$N = \omega \sqrt{h/2g}/\pi = 12.$$

Ответ: $N = 12$.

Задача 1-8. Однородная балка массой 300 кг и длиной 4 м лежат на двух опорах. На балку положены 2 груза: один массой 50 кг — на расстоянии 1 м от одной опоры, а другой массой 40 кг—на расстоянии 1,5 м от другой опоры. Определить силы давления балки на опоры.

Дано:

$m = 300$ кг

$l = 4$ м

$m_1 = 50$ кг

$l_1 = 1$ м

$m_2 = 40$ кг

$l_2 = 1{,}5$ м

F_A — ? F_B — ?

Решение. На балку AB (рис. 8) действуют: сила тяжести балки $m\bar{g}$, силы давления грузов, равные силам их тяжести $m_1\bar{g}$, $m_2\bar{g}$, силы реакции опор $\bar{N}_A$, $\bar{N}_B$. Запишем первое условие равновесия (1.20) в векторной форме $m\bar{g} + \bar{N}_A + \bar{N}_B + m_1\bar{g} + m_2\bar{g} = 0$. Проекция на ось oy: $-mg + N_A + N_B - m_1g - m_2g = 0$. Запишем второе условие равновесия относительно точки опоры A (1.21):

$$m_1gl_1 + mgl/2 + m_2g(l - l_2) - N_B l = 0.$$

Из этого уравнения выразим реакцию опоры N_B:

$$N_B = [m_1g\,l_1 + mg\,l/2 + m_2g(l - l_2)]/l.$$

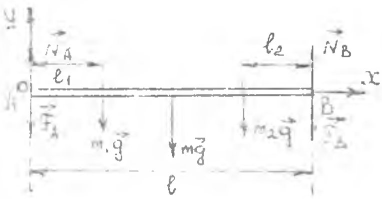

Рис 8.

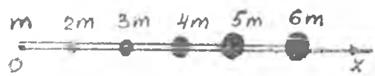

Рис. 9

Силу реакции опоры N_A можно подсчитать из первого условия равновесия:

$$N_A = m_1g + m\bar{g} + m_2g - N_B.$$

Силы давления балки на опоры по 3-му закону Ньютона равны силам реакции опор и приложены к опорам, т. е. $\bar{F}_A = -\bar{N}_A$ и $\bar{F}_B = -\bar{N}_B$. Подсчитаем искомые величины.

Ответ: $F_A = 2025$ Н, $F_B = 1875$ Н.

Задача 1-9. Шесть шаров, массы которых равны соответственно m, $2m$, $3m$, $4m$, $5m$ и $6m$, расположены вдоль стержня на одинаковых расстояниях $a = 3{,}0$ см друг от друга. Найти центр тяжести системы шаров. Силой тяжести самого стержня пренебречь.

Дано:

m, $2m$

$3m$, $4m$

$5m$, $6m$

$a = 0.03$ м

x_c — ?

Решение. Ось ox направим через центры шаров, а начало отсчета (точка O на рис. 9) совместим с центром шара массой m.

По формуле (1.20) запишем:

$$x_c = \Sigma\, m_i x_i / \Sigma\, m_i \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i x_i = (2ma + 3m\,2a + 4m\,3a + 5m\,4a + 6m\,5a) = 70m\,a, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i = 21m. \quad (3)$$

Подставив уравнения (2) и (3) в (1), получим:

$$x_c = 70ma/21m = 10a/3 = 0{,}1 \text{ м}.$$

Ответ: на расстоянии 0,1 м от точки O.

Задача 1-10. На вершине наклонной плоскости с углом наклона 30° и длиной 10м находится тело массой 50 кг, на которое действует горизонтальная сила 300 Н. 1) С каким ускорением будет двигаться тело, если коэффициент трения между телом и плоскостью равен 0,2? 2) Сколько времени продолжается движение тела до основания наклонной плоскости и какова его скорость в конце движения, если начальная скорость равна нулю?

Дано:

$l = 10$ м

$m = 50$ кг

$F = 300$ Н

$\alpha = 30°$

$\mu = 0{,}2$

$v_0 = 0$

a — ? t — ? v — ?

Решение. В задаче рассматривается движение тела, на которое действуют несколько сил (рис. 10): сила тяжести $m\bar{g}$, нормальная реакция опоры $\bar{N}$, сила трения $F_{\text{тр.}}$ и внешняя сила F.

Запишем 2-й закон Ньютона для движущегося тела:

$$\bar{F} + \bar{N} + m\bar{g} + \bar{F}_{\text{тр.}} = m\bar{a}. \quad (1)$$

Свяжем систему отсчета с неподвижной относительно Земли наклонной плоскостью, ось ox сонаправим с вектором ускорения $\bar{a}$, ось oy направим перпендикулярно наклонной плоскости. В проекциях на эти оси уравнение (1) запишется в виде системы двух уравнений:

$$F\cos\alpha + mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = ma, \quad (2)$$

$$N + F\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0. \quad (2')$$

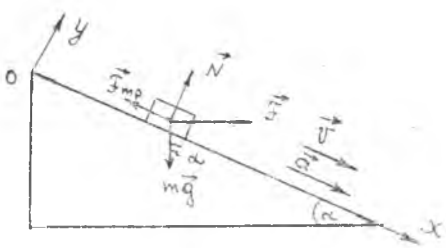

Рис. 10

Сила трения $F_{тр} = \mu N$, величину N получим из уравнения (2'): $N = mg\cos\alpha - F\sin\alpha$, тогда $F_{тр} = \mu(mg\cos\alpha - F\sin\alpha)$. Подставив силу трения в (2), найдем $F\cos\alpha + mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = ma$, откуда ускорение $a = F/m\ (\cos\alpha + \mu\sin\alpha) + g\ (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$; $[a] = [Н/кг + м/с^2] = [м/с^2]$. Подставив численные значения, получим $a = 9\ м/с^2$.

Рассмотрев динамическую задачу, переходим к кинематической. Так как движение равноускоренное без начальной скорости, то кинематические уравнения в координатной форме относительно выбранной системы отсчета согласно формулам (1.6) и (1.7) имеют вид:

$$x = x_0 + at^2/2;\quad v = at.$$

Учитывая, что $x_0 = 0$, а у основания наклонной плоскости $x = l$, будем иметь $l = at^2/2$ и $v = at$, откуда $t = \sqrt{2l/a}$ и $v = a\sqrt{2l/a}$.

$$[t] = \left[\frac{м^{1/2}\,(с^2)^{1/2}}{м^{1/2}}\right] = с;\ [v] = \left[\frac{м}{с^2}\ \frac{м^{1/2}\,(с^2)^{1/2}}{м^{1/2}} = \frac{м\cdot с}{с^2} = \frac{м}{с}\right].$$

Подсчитаем: $t = 1{,}5\ с$; $v = 13{,}5\ м/с$.

Ответ: $t = 9\ м/с^2$; $t = 1{,}5\ с$; $v = 13{,}5\ м/с$.

Задача 1-11. Через невесомый неподвижный блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой подвешены два груза массами по 230 г. С каким ускорением будут двигаться грузы, если на один из них положить перегрузок массой 30 г? (рис. 11).

Дано:

$m_1 = m_2 = M = 0{,}23$ кг

$m = 0{,}03$ кг

a — ?

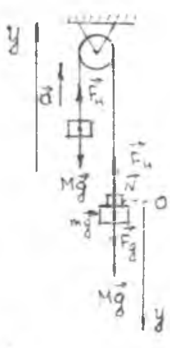

Рис. 11.

Решение. Так как нить невесома и нерастяжима, то сила натяжения нити везде одинакова: $F_{н1} = F_{н2} = F_н$ и грузы движутся с одинаковым по модулю ускорением $a_1 = a_2 = a$. Рассмотрим силы, действующие на каждое тело системы, и запишем уравнения движения этих тел.

На первое тело, находящееся на рис. 11 слева, действуют сила тяжести $M\bar{g}$ и сила натяжения нити $\bar{F}_н$. Уравнение второго закона Ньютона для этого тела в векторной форме:

$$M\bar{g} + \bar{F}_н = M\bar{a}.$$

В проекции на ось, направленную по направлению движения тела, т. е. вертикально вверх, это уравнение запишется:

$$F_н - Mg = Ma. \qquad (1)$$

На правое тело действуют сила тяжести $M\bar{g}$, сила давления со стороны перегрузка $\bar{F}_g$ и сила натяжения нити $\bar{F}_н$. Второй закон Ньютона в применении к этому телу имеет вид:

$$\bar{F}_н + M\bar{g} + \bar{F}_g = M\bar{a}.$$

В проекции на ось, направленную вертикально вниз (по направлению движения второго тела), это уравнение запишется:

$$Mg + F_g - F_н = Ma. \qquad (2)$$

На перегрузок действуют сила тяжести $m\bar{g}$ и нормальная сила упругости $\bar{N}$ со стороны деформированного второго тела, которая по величине равна силе давления F_g и перегрузка, и направлена вертикально вверх. Уравнение движения для перегрузка имеет вид: $m\bar{g} + \bar{N} = m\bar{a}$, в проекции на направленную вертикально вниз ось y получим:

$$mg - N = ma. \qquad (3)$$

Сложив почленно уравнения (1), (2), (3), получим уравнение движения всей системы $mg = (2M + m)a$, откуда находим ускорение движения грузов:

$$a = mg/(2M + m).$$

Произведя подсчеты, получим: $a = 0{,}6$ м/с^2.

Ответ: $a = 0{,}6$ м/с^2.

Задача 1-12. Найти период T вращения конического маятника, совершающего круговые движения в горизонтальной плоскости, если длина нити 0,5 м, а угол, образуемый нитью с вертикалью, 60°.

Дано:

$l = 0{,}5$ м

$\alpha = 60°$

$T = ?$

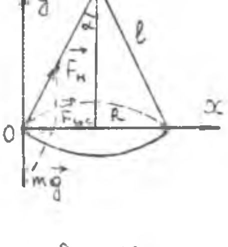

Рис. 12.

Решение. Центростремительное ускорение a_n сообщается маятнику одновременным действием на него: силы тяжести $m\bar{g}$ и силы натяжения нити $\bar{F}_н$ (рис. 12). Уравнние второго закона Ньютона для вращающегося маятника запишется:

$$m\bar{g} + \bar{F}_н = m\bar{a}. \qquad (1)$$

Направим ось ox к центру окружности, по которой он движется, а ось oy — вертикально вверх. Тогда в проекции на эти оси уравнение движения (1) примет вид:

$$F_н \sin\alpha - ma_n = 0, \qquad (2)$$

$$F_н \cos\alpha - mg = 0. \qquad (3)$$

Решая совместно уравнения (2) и (3), найдем:

$$tg\,\alpha = a_n/g,$$

где
$$tg\,\alpha = 4\pi^2 R/gT^2 = 4\pi^2 l\sin\alpha/gT^2,$$
$$a_n = v^2/R = 4\pi^2 R/T^2;$$

R — радиус окружности, описываемой маятником в горизонтальной плоскости, $R = l\sin\alpha$,

откуда $T = \sqrt{4\pi^2 l\sin\alpha/g\,tg\,\alpha} = 2\pi\sqrt{l\cos\alpha/g}$.

Подсчитав численные значения, получим $T = 6{,}28\sqrt{\dfrac{0{,}5\cdot 0{,}5}{9{,}8}} = 1$ с.

Ответ: $T = 1$ с.

Задача 1-13. Круглая железобетонная опора диаметром $d = 30$ см и высотой $h = 10$ м сжимается $F = 10$ МН. Найти деформацию опоры, если ее сечение наполовину состоит из стальной арматуры.

Дано:
$h = 10$ м
$F = 10^6$ Н
$S_1 = S_2 = 0{,}5\,S$
$E_1 = 2{,}2\cdot 10^{11}$ Па
$E_2 = 0{,}3\cdot 10^{11}$ Па

Δh — ?

Решение. По закону Гука, используя уравнение (1.25), можно записать:

$$\Delta h = F_1 h/E_1 S_1 = F_2 h/E_2 S_2, \qquad (1)$$

где F_1 и F_2 — усилия, воспринимаемые стальной арматурой и бетоном соответственно; E_1 и E_2 — модули Юна стали и бетона; S_1 и S_2 — площади поперечного сечения опоры, занимаемые стальной арматурой и бетоном;
S — площадь поперечного сечения опоры.

Из уравнения (1) найдем отношение сил:

$$F_1/F_2 = E_1 S_1/E_2 S_2. \qquad (2)$$

По условию задачи:

$$F = F_1 + F_2. \qquad (3)$$

Решая систему уравнений (1) ÷ (3), находим:

$$\Delta h = Fh/(E_1 S_1 + E_2 S_2). \qquad (4)$$

так как $S_1 = S_2 = \pi d^2/8$, то из уравнения (4) получим:

$$\Delta h = 8Fh/\pi d^2(E_1 + E_2) = 1{,}2\cdot 10^{-3}\text{ м}.$$

Ответ: $\Delta h = 1{,}2\cdot 10^{-3}$ м.

3. Задания контрольной работы № 1

Задание 1-1

1. Равномерное прямолинейное движение. Скорость. Единица скорости. Графики зависимости координаты, пути и скорости от времени при равномерном движении.

2. При равномерном движении навстречу друг другу двух велосипедистов расстояние между ними уменьшается на 100 м за каждые 5 с. При движении же велосипедистов в одном направлении с прежними скоростями расстояние между ними увеличивается на 18 м за каждые 3 с движения. Определить скорости движения велосипедистов.

Ответ: $v_1 = 7$ м/с, $v_2 = 13$ м/с.

3. Расстояние между двумя пунктами на реке катер проходит по течению за 6 ч, против течения — за 9 ч. За какое время катер прошел бы это расстояние в стоячей воде?

Ответ: 7,2 ч.

4. Какие из приведенных уравнений описывают равномерное движение:

1) $x = 2t + 3$, м; 2) $x = 5t^2$, м; 3) $x = 3t$, м?

5. На рис. 13 даны графики, характеризующие движение тела. Пользуясь графиками, опишите это движение.

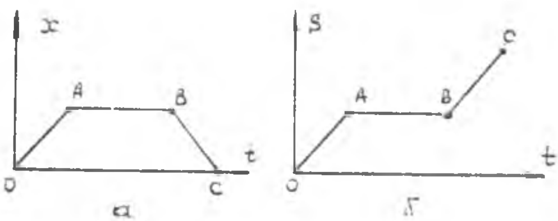

Рис. 13.

Задание 1-2

1. Равнопеременное (равноускоренное и равнозамедленное) прямолинейное движение. Ускорение. Единица ускорения. Графики зависимости координаты, пути и скорости при равнопеременном прямолинейном движении. Вывод формулы пути равнопеременного прямолинейного движения.

2. Тело, двигаясь равноускоренно, в течение пятой секунды от начала движения прошло 45 м. С каким ускорением двигалось тело и какой путь прошло оно за первую секунду?

Ответ: 10 м/с^2; 5 м.

3. Автомобиль, движущийся равноускоренно из состояния покоя, пройдя некоторый путь, достиг скорости 20 м/с. Какова была скорость в средней точке этого пути?

Ответ: 14,3 м/с.

4. Два поезда идут навстречу друг другу: один — ускоренно на север, другой — замедленно на юг. Как направлены векторы ускорений поездов?

5. Какие из приведенных ниже уравнений описывают равнопеременное движение?

1) $v = (3 + 2t)$, м/с; 2) $x = (3 + 2t)$, м;

3) $x = 3t^2$, м; 4) $x = (3t - t^2)$, м;

5) $x = (2 - 3t + 4t^2)$, м.

Задание 1-3

1. Относительность движения. Сложение перемещений и скоростей. Свободное падение тел. Ускорение свободного падения. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.

2. С аэростата, находящегося на высоте 500 м, упал предмет. Через сколько секунд предмет достигнет земли, если: а) аэростат неподвижен; б) аэростат поднимается вверх со скоростью 9,8 м/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: ≈ 10 с; ≈ 11 с.

3. С башни высотой $h = 55$ м брошено тело в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 40$ м/с. Через сколько времени и на каком расстоянии от башни тело упадет на Землю? Какова скорость тела через $t = 3$ с после начала движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $t = 3{,}35$ с, $S = 134$ м; $v \approx 50$ м/с.

4. Самолет пролетает над железной дорогой, по которой идет поезд со скоростью $\bar{v}_1$. Скорость самолета $\bar{v}_2$ направлена перпендикулярно к железной дороге. Определить модуль и направление вектора скорости поезда относительно самолета.

5. В каком случае путь, пройденный за первую секунду в равноускоренном движении, численно не равен половине ускорения?

Задание 1-4

1. Равномерное движение по окружности. Линейная скорость. Угловая скорость. Единица угловой скорости. Вывод формулы центростремительного ускорения.

2. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского Кремля—3,5 м. Определить линейную скорость конца стрелки часов.

Ответ: $v \approx 0{,}6$ см/с.

3. На станке производится сверление отверстия диаметром $d = 20$ мм при скорости внешних точек сверла $v = 400$ мм/с и подаче $S = 0{,}5$ мм на один оборот сверла. Сколько времени потребуется, чтобы просверлить отверстие в детали толщиной $h = 15$ см?

Ответ: $t = \pi dh/Sv = 47$ с.

4. Когда скорость патефонной иголки относительно пластинки больше: в начале проигрывания пластинки или в конце?

5. Во сколько раз угловая скорость часовой стрелки больше угловой скорости суточного вращения Земли?

Ответ: в 2 раза.

Задание 1-5

1. Сложение сил. Равнодействующая сила. Момент силы. Условия равновесия тела. Центр тяжести.

2. Две силы по 5 Н приложены к одной точке тела под углом 90°. Как нужно приложить к этому телу другие две силы по 4 Н, чтобы они уравновесили первые?

Ответ: Под углом 56° друг к другу, симметрично относительно биссектрисы угла под которым направлены первые две силы.

3. На концах однородного стержня массой 1 кг и длиной 60 см подвешены грузы массой 1 и 2 кг. Где нужно подпереть этот стержень, чтобы он остался в равновесии?

Ответ: на расстоянии 37,5 см от конца с малым грузом.

4. Если быстро движущийся автомобиль резко затормозить, то его передок опускается. Почему?

5. Длинный стержень легче удерживать в горизонтальном положении за середину, чем за конец. Почему?

Задание 1-6

1. Первый закон Ньютона. Масса, плотность. Единица плотности. Сила. Единица силы. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Принцип относительности Галилея.

2. Тело массой 100 кг перемещают равномерно по горизонтальной плоскости, прилагая силу, направленную под углом 30° к горизонту. Определить коэффициент трения, если величина прилагаемой силы равна 290 Н.

Ответ: $\mu = 0{,}3$.

3. Тело скользит равномерно по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$. Найти ускорение, с которым будет двигаться это тело по наклонной плоскости с углом наклона $\beta = 45°$.

Ответ: $a = g(\sin\beta - \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\beta) \approx 2{,}9$ м/с^2.

4. Почему нагруженный автомобиль на булыжной мостовой движется более плавно, чем такой же автомобиль без груза?

5. На столе лежит груз. Назовите и нарисуйте силы, с которыми согласно 3-го закона Ньютона взаимодействуют стол и груз.

Задание 1-7

1. Силы упругости. Закон Гука. Силы трения. Трение покоя. Трение скольжения. Коэффициент трения.

2. Стальная проволока длиной $l = 1$ м закреплена одним концом так, что может совершать колебания в вертикальной плоскости. К свободному концу проволоки прикреплен груз массой 50 кг. Проволоку с грузом отклоняют на высоту подвеса и отпускают. Определить удлинение проволоки в нижней точке траектории при движении груза. Площадь сечения проволоки $S = 0{,}80$ мм^2. Массой проволоки пренебречь.

Ответ: 8,4 мм.

3. Деревянный брусок лежит на наклонной плоскости. С какой силой нужно прижать брусок к наклонной плоскости, чтобы он оставался на ней в покое? Масса бруска 2 кг, длина наклонной плоскости 1 м, высота 60 см. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость 0,4.

Ответ: $\approx$ 13,7 Н.

4. Почему стальной шарик хорошо отскакивает от каменной плиты и плохо отскакивает от асфальта?

5. Чем объяснить, что при буксовании колес автомобиля сила тяги значительно падает?

Задание 1-8

1. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Вес тела. Невесомость. Первая космическая скорость (вывод формулы).

2. Среднее расстояние Земли от Солнца $R = 1{,}5 \cdot 10^8$ км. Найти массу Солнца.

Ответ: $M = 4\pi^2 R^3/\gamma T^2 \approx 1{,}9 \cdot 10^{30}$ кг.

3. Радиус некоторой планеты больше радиуса Земли в $m = 3{,}7$ раза, а плотность больше в $n = 1{,}65$ раза. Найти ускорение силы тяжести на поверхности этой планеты.

Ответ: $g_п = mng \approx 60$ м/с^2.

4. Кабина лифта при подъеме движется сначала ускоренно, затем равномерно, а перед остановкой замедленно. Как изменяется сила натяжения троса во время движения?

Ответ дать в сравнении с силой тяжести кабины лифта.

5. Что удерживает искусственный спутник Земли на орбите?

Контрольная работа № 2

2.1. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

1. Основные понятия и законы

Импульсом $\bar{P}_i$ тела массой m, движущегося со скоростью $\bar{v}$, называется векторная физическая величина, равная произведению массы тела на скорость его движения:

$$\bar{P}_i = m\bar{v}_i. \qquad (1.30)$$

Если тело за малый промежуток времени Δt находилось под действием силы F, то, применяя 2-й закон Ньютона, можно записать:

$$\Delta(m\bar{v}) = \bar{F}\Delta t, \tag{1.31}$$

т. е. изменение импульса тела равно импульсу силы, действующей на тело.

Здесь $\Delta(m\bar{v}) = m(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)$ — изменение импульса тела; $\bar{F}\Delta t$ — импульс силы.

Импульсом системы тел называется векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему:

$$m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 + \ldots + m_n\bar{v}_n = \sum_{i=1}^{n} m_i\bar{v}_i. \tag{1.32}$$

Замкнутой называется система, на которую не действуют внешние силы. Импульс замкнутой системы тел остается постоянным:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\bar{v}_i = \mathrm{const}, \ \bar{P}_i = \mathrm{const}. \tag{1.33}$$

Это и есть закон сохранения импульса системы тел.

Работой постоянной силы называется величина

$$A = FS\cos\alpha, \tag{1.34}$$

где F — сила, действующая на тело; S — перемещение тела под действием силы; α — угол между направлениями силы и перемещения.

Если на тело действует переменная сила, то в уравнении (1.34) берется среднее значение переменной силы $F_{ср}$, действующей на тело.

Мощностью называется величина

$$N = A/t, \tag{1.35}$$

где t — время, за которое совершается работа.

Если движение равномерное, то

$$N = Fv,$$

где v — скорость равномерного движения.

Коэффициентом полезного действия (КПД) механизма называется физическая величина:

$$\eta = A_п/A_з, \ \eta = N_п/N_з, \tag{1.36}$$

где $A_п$ и $N_п$ — полезная работа и мощность механизма;

$A_з$, $N_з$ — затраченная механизмом работа и мощность.

В механике рассматриваются два вида энергии: кинетическая и потенциальная. Кинетическая энергия $E_к$ — это энергия движущегося тела. Она выражается формулой

$$E_к = mv^2/2, \quad (1.37)$$

где m — масса движущегося тела; v — скорость его движения.

Энергия взаимодействия тел называется потенциальной энергией. Одно из важнейших взаимодействий — гравитационное. Потенциальная энергия в гравитационном поле зависит от уровня отсчета высоты h: $E_р = mgh$, где m — масса тела. При деформации потенциальная энергия деформированного тела зависит от смещения x от положения равновесия:

$$E_р = \kappa x^2/2, \quad (1.38)$$

где κ — коэффициент жесткости.

Полная механическая энергия тела E равна сумме кинетической и потенциальной энергий, т. е.

$$E = E_к + E_р.$$

В изолированной системе тел полная механическая энергия системы остается постоянной (Закон сохранения механической энергии):

$$\sum_{i=1}^{n} E_i = \mathrm{const}, \quad (1.39)$$

где E_i — полная механическая энергия отдельного тела системы; n — число тел в системе.

При центральном ударе двух шаров с массами m_1 и m_2 в случае абсолютно неупругого удара шары после столкновения движутся с одинаковой скоростью u, которая может быть найдена из закона сохранения импульса (1.33):

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)\, u,$$

откуда

$$u = (m_1v_1 + m_2v_2)/(m_1 + m_2), \quad (1.40)$$

где v_1 и v_2 — скорости шаров до удара.
Предполагается, что шары движутся поступательно. Кинетическую энергию системы, преобразованную при ударе в ее внутреннюю энергию $\Delta E_к$, можно определить, используя закон сохранения энергии (1.39):

$$\Delta E_к = (m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2) - (m_1 + m_2)u^2/2 =$$
$$= m_1m_2(v_1 - v_2)^2/2(m_1 + m_2). \quad (1.41)$$

Применение законов сохранения импульса и энергии к абсолютному упругому удару 2 шаров позволяет определить скорости их движения u_1 и u_2 после удара:

$$u_1 = [(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2]/(m_1 + m_2),$$
$$u_2 = [(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1]/(m_1 + m_2). \quad (1.42)$$

2.2. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Механические колебания — это повторяющиеся во времени отклонения тела от положения равновесия.

Колебания называют гармоническими, если смещение тела происхоит по закону синуса или косинуса:

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$
$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (1.43)$$

где x_m — максимальное отклонение от положения равновесия, называемое амплитудой колебания;

ω — циклическая частота;

$(\omega t + \varphi_0)$ — фаза колебания, φ_0 — начальная фаза, t—время.

Циклическая частота

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu, \qquad (1.44)$$

где T — период колебания (время одного полного колебания),

$\nu = 1/T$ — частота колебаний.

Пусть колебание осуществляется по закону:

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Скорость колеблющегося тела, определяемая как первая производная смещения x по времени, будет иметь вид:

$$v_x = dx/dt = x_m\,\omega \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (1.45)$$

а ускорение — как вторая производная смещения x по времени:

$$a_x = d^2x/dt^2 = -\omega^2 x_m \sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (1.46)$$

Колебания системы, выведенной из положения равновесия и предоставленной самой себе, называются свободными.

Примером свободных колебаний являются колебания груза массой m на пружине, жесткость которой κ.

Период свободных колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{m/\kappa}. \qquad (1.47)$$

М а т е м а т и ч е с к и м м а я т н и к о м называется материальная точка, подвешенная к невесомой и нерастяжимой нити. Период свободных колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}, \qquad (1.48)$$

где l — длина нити,

g — ускорение свободного падения.

Колеблющаяся система обладает запасом энергии E.

Потенциальная энергия: $E_p = \kappa x^2/2 = m\,\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)/2$,
кинетическая энергия: $E_k = mv^2/2 = m\,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)/2$.

Полная энергия $E = E_p + E_к = m\omega^2 A^2/2.$ (1.49)

Если система совершает колебания в результате периодически повторяющегося внешнего воздействия, то такие колебания называются вынужденными. Явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к резонансной частоте называется механическим резонансом. Если сопротивление колеблющейся системы мало, то при резонансе частота собственных и вынужденных колебаний примерно одинаковы.

Процесс распространения колебаний в упругой среде называют **волной**. Скорость распространения волны:

$$v = \lambda/T = \lambda\nu, \qquad (1.50)$$

где λ — длина волны — расстояние между ближайшими частицами, совершающими колебания в одинаковой фазе.

Уравнение вида:

$$x = A\sin[\omega(t - r/v)] \qquad (1.51)$$

называют уравнением плоской волны.

Здесь r — расстояние колеблющейся точки от источника колебаний;
A — амплитуда волны;
ω — циклическая частота, $[\omega(t - r/v)]$ — фаза плоской волны.

2.3. ЖИДКОСТИ И ГАЗЫ

Давлением P называется физическая величина, равная отношению силы F, равномерно распределенной по площади S и действующей на нее перпендикулярно, к величине этой площади:

$$p = F/S \qquad (1.52)$$

Давление в системе СИ измеряется в паскалях:

$$1\,Па = 1\,Н/м^2.$$

Иногда давление измеряют внесистемными единицами:

1) техническая атмосфера: $1\,кг/см^2 = 9{,}81 \cdot 10^4\,Па$;
2) физическая атмосфера: $1\,атм = 1{,}013 \cdot 10^5\,Па$;
3) $1\,мм\ рт.\ ст. = 133\,Па$.

По закону Паскаля внешнее давление, производимое на свободную поверхность жидкости или газа, передается во все точки жидкости или газа без изменения.

Давление, создаваемое покоящейся жидкостью или газом (так называемое гидростатическое давление) не зависит от формы сосуда и определяется уравнением:

$$p = \rho g h, \qquad (1.53)$$

где ρ — плотность жидкости или газа,
g — ускорение свободного падения,
h — высота столба.

Закон Архимеда: На тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости или газа в объеме погруженной части тела.

$$F_{А} = \rho g V, \tag{1.54}$$

где $F_{А}$ — выталкивающая сила,
ρ — плотность жидкости или газа,
V — объем погруженной части тела.

Выталкивающая сила приложена к центру тяжести вытесненного объема жидкости или газа и направлена по нормали к свободной поверхности.

Равнодействующая $\bar{F}_{п}$ выталкивающей силы $\bar{F}_{А}$ и силы тяжести $m\bar{g}$ называется подъемной силой:

$$\bar{F}_{п} = \bar{F}_{А} + m\bar{g}. \tag{1.55}$$

Условие плавания однородного тела:

а) тело плавает на поверхности жидкости, если $\rho_{т} < \rho_{ж}$;
б) тело плавает в жидкости, если $\rho_{т} = \rho_{ж}$;
в) тело тонет, если $\rho_{т} > \rho_{ж}$.

Здесь $\rho_{т}$, $\rho_{ж}$ — плотность тела и жидкости соответственно.

Если налить в сообщающиеся сосуды однородную жидкость, например, воду, то уровень свободной поверхности в обоих сосудах будет один и тот же. Это и есть закон сообщающихся сосудов для однородной жидкости. Если в один из сосудов долить другой несмешивающейся с первой жидкости, например, керосин, то высоты столбов жидкости над уровнем раздела двух сред 00 в каждом сосуде будут разные (рис. 19). Ниже плоскости 00 в каждом сосуде находится одна жидкость и согласно закона Паскаля давления жидкости в точках, лежащих в плоскости 00 на одинаковой высоте, должны быть равны. Но эти давления определяются по формуле (1.53):

$$p_1 = \rho_1 h_1 g + p_0, \quad p_2 = \rho_2 h_2 g + p_0, \quad \text{тогда}$$

$$\rho_1 h_1 g = \rho_2 h_2 g \quad \text{и} \quad h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1, \tag{1.56}$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности первой и второй жидкости,
p_0 — атмосферное давление.

Формула (1.56) выражает закон сообщающихся сосудов: высоты столбов жидкостей над уровнем раздела обратно пропорциональны плотностям жидкостей.

2. Примеры решения задач

Задача 2-1. Автомобиль массой 1500 кг начинает разгоняться из состояния покоя по горизонтальному пути с ускорением 1,0 м/с². Коэффициент сопротивления движению 0,02. Определить: 1) работу, совершенную за первые 10 с движения; 2) среднюю мощность, развиваемую за этот промежуток времени; 3) мгновенную мощность, развиваемую в конце 10-й секунды.

Дано:

$m = 1500$ кг

$v_0 = 0$

$a = 1{,}0$ м/с²

$\mu = 0{,}02$

$t = 10$ с

A—? $N_{ср}$—? N_t—?

Решение: Рассмотрим движение автомобиля, на который действуют: сила тяжести $m\bar{g}$, нормальная реакция дороги $\bar{N}$, сила трения $F_{тр}$ и сила тяги двигателя $F_т$ (рис. 14).

Величина работы определяется по формуле $A = FS\cos\alpha$. Поскольку работу выполняет сила тяги $F_т$, направление которой совпадает с направлением движения, то $A = F_т \cdot S$. Чтобы найти силу тяги $F_т$, запишем уравнение движения автомобиля (второй закон Ньютона):

$$\bar{F}_т + m\bar{g} + \bar{F}_{тр} + \bar{N} = m\bar{a}. \qquad (1)$$

Уравнение (1) в проекциях на выбранные оси ox и oy примет вид:

$$F_т - F_{тр} = ma, \qquad (2)$$

$$N - mg = 0, \qquad (3)$$

где

$$F_{тр} = \mu N \qquad (4)$$

Решив совместно уравнения (2) ÷ (4), находим:

$$F_т = ma + \mu mg = m(a + \mu g).$$

Путь, пройденный при разгоне за 10 с, определим из соотношения $S = at^2/2$, так как $v_0 = 0$. Тогда $A = m(a + \mu g)at^2/2 = 90$ кДж.

$$[A] = \left[\text{кг}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)\frac{\text{м}\cdot\text{с}^2}{\text{с}^2}\right] = \left[\text{кг}\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\,\text{м}\right] = [\text{Нм}] = [\text{Дж}].$$

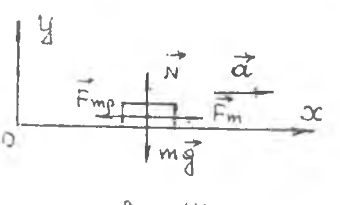

Рис. 14.

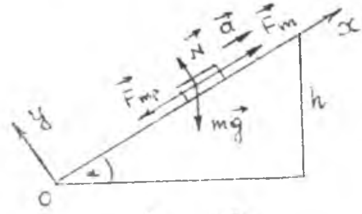

Рис. 15.

Средняя мощность определится из соотношения (1.35): $N_{cp} = A/t = 9$ кВт. Мгновенная мощность — из соотношения $N_t = F_т \cdot v_t$, где v_t — скорость, которой достигнет автомобиль в конце 10-й секунды движения: $v_t = at$. Тогда $N_t = m(a + \mu g)at = 18$ кВт.

$$[N] = [кг \frac{м}{с^2} \frac{м}{с^2} \cdot с] = [Нм/с] = [Вт].$$

Ответ: $A = 90$ кДж; $N_{cp} = 9$ кВт; $N_t = 18$ кВт.

Задача 2-2. Вагонетку массой 3 т поднимают по рельсам в гору, наклон которой к горизонту составляет 30°. Какая работа совершена на пути 100 м, если вагонетка двигалась с ускорением 0,3 м/с², а коэффициент трения при движении вагонетки 0,4. Каковы полезная работа и коэффициент полезного действия?

Дано:
$m = 3 \cdot 10^3$ кг
$\alpha = 30°$
$S = 100$ м
$a = 0{,}3$ м/с²
$\mu = 0{,}4$
$v_0 = 0$

$A = ?$ $A_{полез} = ?$ $\eta - ?$

Решение: Рассмотрим движение вагонетки в системе отсчета, связанной с Землей (рис. 15). Координатную ось ox направим в сторону движения вагонетки — вверх по уклону, oy — перпендикулярно уклону. На вагонетку действуют силы: тяжести $m\bar{g}$, нормальная реакция опоры $\bar{N}$, сила трения $\bar{F}_{тр}$ и тяги $\bar{F}_т$. Работу совершает сила $\bar{F}_т$, которая совпадает с направлением движения. Поэтому $A = F_т \cdot S$. Силу тяги определим, используя второй закон Ньютона

$$\bar{F}_т + m\bar{g} + \bar{F}_{тр} + \bar{N} = m\bar{a}. \qquad (1)$$

В проекциях на оси ox и oy уравнение (1) запишется в виде системы уравнений:

$$F_т - mg \sin\alpha - F_{тр} = ma, \qquad (2)$$

$$N - mg \cos\alpha = 0. \qquad (3)$$

Так как $F_{тр} = \mu N$, а из уравнения (3) $N = mg\cos\alpha$, то $F_{тр} = \mu mg \cos\alpha$. Подставив в (2), получим:

$$\boldsymbol{F}_т = ma + mg \sin\alpha + \mu mg \cos\alpha = ma + mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

$$A = \boldsymbol{F}_т S = m[a + g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)]S \approx 2{,}6 \text{ МДж}.$$

Проверим размерность:

$$[A] = [кг \cdot м^2/с^2] = [Н \cdot м] = [Дж].$$

Полезной будет работа по изменению энергии вагонетки $A_{полез} = \Delta E$, причем сюда входит изменение как потенциальной, так и кинетической энергии вагонетки $A = \Delta E_p + \Delta E_к$. У основания горы потенциальная энергия вагонетки $E_{p1} = 0$, кинетическая энергия $E_{к1} = 0$, так как движение начинается из состояния покоя ($v_0 = 0$). На пути $S = 100$ м вагонетка поднимается на высоту h относительно основания горы и достигает скорости v, поэтому:

$$E_{p2} = mgh = mgS \sin\alpha,$$

$$E_{к2} = mv^2/2, \text{ но } v^2 = 2aS, \text{ поэтому } E_{к2} = maS.$$

Таким образом

$$A_{полез} = maS + mgS \sin\alpha = mS(a + g \sin\alpha) \approx 1{,}6 \text{ МДж}.$$

Коэффициент полезного действия $\eta = A_{полез}/A$,

тогда $\eta = mS(a + g \sin\alpha)/mS[a + g(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)] = 0{,}6$

Ответ: $A = 2{,}6$ МДж, $A_{полез} = 1{,}6$ МДж, $\eta = 0{,}6$.

Задача 2-3. Камень брошен с высоты 2 м под некоторым углом к горизонту с начальной скоростью 6 м/с. Найти скорость камня в момент падения его на Землю (сопротивлением воздуха пренебречь).

Дано:

$v_0 = 6$ м/с

$h = 2$ м

$v = ?$

Решение: В системе отсчета, связанной с Землей (рис. 16), на камень во все время полета действует только сила тяжести. Эта сила является консервативной, поэтому к системе Земля — камень можно применить закон сохранения механической энергии $E = E_к + E_p = \text{const}$, где E — полная механическая энергия системы, $E_к$ — кинетическая, E_p — потенциальная энергия тел этой системы — в данном случае энергия камня. В первом состоянии: энергия камня

$$E_{к1} = mv_0^2/2; \ E_{p1} = mgh; \ E_1 = mv_0^2/2 + mgh.$$

Во втором состоянии:

$$E_{к2} = mv^2/2; \ E_{p2} = 0; \ E_2 = mv^2/2.$$

Следовательно, $mv_0^2/2 + mgh = mv^2/2$,

отсюда $v^2 = v_0^2 + 2gh = 8{,}6$ м/с.

Ответ: $v = 8{,}6$ м/с.

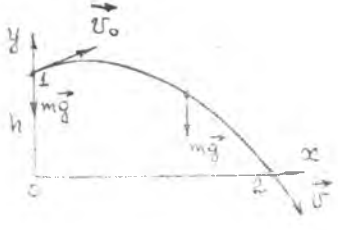

Рис. 16

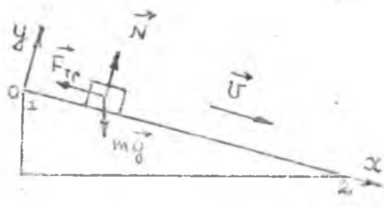

Рис. 17.

Задача 2-4. Камень массой 1 кг, соскользнув с наклонной плоскости высотой 1 м, приобрел в конце ее скорость 8 м/с. Найти работу силы трения.

Дано:
$m = 1$ кг
$h = 5$ м
$v_0 = 0$
$v = 8$ м/с

$A_{тр} = ?$

Решение: При скольжении камня вдоль наклонной плоскости (рис. 17) на него действуют: сила тяжести $m\bar{g}$, нормальная реакция опоры $\bar{N}$ и сила трения $F_{тр}$. Работа силы $\bar{N}$, внешней по отношению к системе Земля—камень, равна нулю, так как сила $\bar{N}$ перпендикулярна перемещению камня. Работа силы трения не равна нулю, поэтому закон сохранения механической энергии к системе Земля—камень применить нельзя, но изменение полной механической энергии системы должно быть равно работе силы трения, т. е.

$$\Delta E = \Delta E_к + \Delta E_р = A_{тр},$$

где $\Delta E_к$ и $\Delta E_р$ — соответственно изменение кинетической и потенциальной энергии.

Определим значения $\Delta E_к$ и $\Delta E_р$. В начальном состоянии кинетическая энергия камня равна нулю, так как движение начинается из состояния покоя: $E_{к1} = 0$. Потенциальная энергия $E_{р1} = mgh$ (уровень отсчета ее — основание наклонной плоскости).

В конечном состоянии

$$E_{к2} = \frac{mv^2}{2}, \quad E_р = 0,$$

тогда $\Delta E_к = \frac{mv^2}{2} - 0 = \frac{mv^2}{2}$, $E_p = 0 - mgh = -mgh$.

Следовательно, $mv^2/2 - mgh = A_{тр}$, $A_{тр} = -17$ Дж.

$$[A] = \left[\frac{кг \cdot м^2}{с^2} - \frac{кгм \cdot м}{с^2}\right] = [Нм] = [Дж],$$

Знак (—) указывает, что работа силы трения — отрицательная величина.

Ответ: $A_{тр} = -17$ Дж.

Задача 2-5. Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если он двигался со скоростью 36 км/ч: 1) в направлении движения снаряда; 2) в направлении, противоположном снаряду? Сопротивление воздуха и трение колес о рельсы не учитывать.

Дано:

$m = 100$ кг

$M = 10^4$ кг

$v_1 = 500$ м/с

$v_2 = 10$ м/с

$u = ?$

Решение: Система снаряд—вагон не является замкнутой, так как на нее действуют внешние силы: сила тяжести вагона, реакция рельсов и сила тяжести снаряда. Однако если направить ось ox горизонтально (рис. 18), то проекции внешних сил на эту ось будут равны нулю. Поэтому относительно этого направления можно применить закон сохранения импульса. В задаче рассматривается неупругий удар, следовательно закон сохранения импульса имеет вид:

$$M\bar{v}_2 + m\bar{v}_1 = (M + m)\bar{u}.$$

В проекции на ось ox, будем иметь:

$$Mv_2 + mv_1 = (M + m)u,$$

откуда

$$u = (Mv_2 + mv_1)/(M + m) = 14{,}8 \text{ м/с}.$$

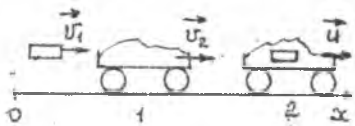

Рис. 18

Скорость вагона возрасла. Это для случая сонаправленного движения вагона и снаряда. В случае встречного движения проекция v_2 на ось ox отрицательна и уравнение закона сохранения импульса запишется:

$$mv_1 - Mv_2 = (m + M)u,$$

откуда

$$u = (mv_1 - Mv_2)/(m + M) = -5 \text{ м/с}.$$

После попадания снаряда вагон со снарядом будет двигаться в том же направлении (в отрицательном направлении оси ox), но с уменьшенной скоростью.

Задача 2-6. Написать уравнение гармонического колебания, амплитуда которого 10 см, период 10 с, начальная фаза равна нулю. Найти смещение, скорость и ускорение колеблющегося тела через 12 с после начала колебаний.

Дано:

$A = 0{,}1$ м

$T = 10$ с

$\varphi_0 = 0$

$t_1 = 12$ с

$x_1 = ?$ $v_1 = ?$ $a_1 = ?$

Решение: Запишем уравнение гармонического колебания (1.43):

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin((2\pi/T)t + \varphi_0).$$

Подставим в это уравнение данные задачи:

$$x_1 = 0{,}1\sin\left(\frac{2 \cdot 3{,}14}{10}t\right) = 0{,}1\sin 0{,}628\,t.$$

Для момента t_1

$$x_1 = 0{,}1\sin(0{,}628 \cdot 12) \approx 0{,}095 = 9{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Скорость колеблющегося тела найдем по формуле (1.45):

$$v = dx/dt = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi_0),$$

или с учетом данных задачи

$$v = 0{,}1 \cdot 0{,}68\cos(0{,}628\,t) = 0{,}0628\cos 0{,}628\,t.$$

Для момента t_1

$$v_1 = 0{,}0628\cos(0{,}628 \cdot 12) = 1{,}95 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}.$$

Ускорение колеблющегося тела найдем по формуле (1.46):

$$a = dv/dt = d^2x/dt^2 = A\,\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$$

или с учетом данных задачи

$$a = -0{,}1 \cdot 0{,}628^2\sin 0{,}628\,t = -0{,}0393\sin 0{,}628\,t.$$

Для момента t_1

$$a_1 = -0{,}0393\sin(0{,}628 \cdot 12) = -3{,}73 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $x_1 = 0{,}095$ м; $v_1 = 1{,}95 \cdot 10^{-2}$ м/с; $a_1 = -3{,}73 \cdot 10^{-2}$ м/с².

Задача 2-7. Маленький шарик подвешен на нити длиной 1 м к потолку вагона. При какой скорости вагона шарик будет особенно сильно колебаться под действием ударов колес о стыки рельсов. Длина рельса 12,5 м.

Дано:
$l = 1$ м
$S = 12{,}5$ м
___
$v = ?$

Решение: Шарик совершает вынужденные колебания с частотой ν, равной частоте ударов колес о стыки рельсов:

$$\nu = v/S.$$

Так как размеры шарика малы по сравнению с длиной нити, то его можно считать математически маятником, период колебаний которого найдем по формуле (1.48):

$$T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}.$$

Тогда частота собственных колебаний

$$\nu_0 = 1/T_0 = (1/2\pi)\sqrt{g/l}$$

Амплитуда вынужденных незатухающих колебаний максимальна в случае резонанса, когда $\nu = \nu_0$. Таким образом, можно записать

$$v/S = (1/2\pi)\sqrt{g/l}.$$

откуда

$$v = (S/2\pi)\sqrt{g/l} = 6{,}2\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 6{,}2$ м/с.

Задача 2-8. Две точки находятся на расстояниях 6 и 12 м от источника колебаний. Найти разность фаз колебаний этих точек, если период колебаний 0,04 с, а скорость их распространения 300 м/с.

Дано:
$r_1 = 6$ м
$r_2 = 12$ м
$T = 0{,}04$ с
$v = 300$ м/с

$\Delta\varphi = ?$

Решение: Используя уравнение плоской бегущей волны (1.51) для смещений точек x_1 и x_2, можно записать:

$$x_1 = A\sin[2\pi(t - r_1/v)/T],$$

$$x_2 = A\sin[2\pi(t - r_2/v)/T].$$

Откуда найдем фазы колебаний этих точек:

$$\varphi_1 = 2\pi(t - r_1/v)/T, \quad \varphi_2 = 2\pi(t - r_2/v)/T.$$

Разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ или с учетом выражения фаз через время t

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{r_1}{v}\right) - \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{r_2}{v}\right) = \frac{2\pi}{Tv}(r_2 - r_1) = \pi\ \text{рад}.$$

Ответ: точки колеблются в противофазах.

Задача 2-9. До какой высоты h надо налить воды в цилиндрический сосуд радиусом $R = 5$ см, чтобы силы давления воды на дно и на стенки сосуда были равны между собой?

Дано:
$R = 5 \cdot 10^{-2}$ м

h — ?

Решение: Из определения давления формула (1.52) можно найти силу давления $F = p \cdot S$ где p — давление, S — площадь. Давление жидкости на дно сосуда определяется выражением (1.53): $p_д = \rho g h$. Так как площадь дна цилиндра $S_д = \pi R^2$, то силу давления на дно цилиндра можно рассчитать по формуле:

$$F_д = \rho g h \pi R^2, \tag{1}$$

где ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения, h — высота столба жидкости. Аналогично сила давления на боковую поверхность сосуда равна

$$F_б = p_{ср} \cdot S_б,$$

где $p_{ср}$ — среднее давление воды на боковую поверхность сосуда, $S_б$ — площадь боковой поверхности сосуда. Так как давление на боковую поверхность изменяется от нуля до $p_д = \rho g h$ по линейному закону, то $p_{ср} = p_д/2$. Площадь боковой поверхности

$$S_б = 2\pi Rh.$$

Тогда

$$F_б = \rho g R h^2. \qquad (2)$$

По условию задачи $F_д = F_б$, или, используя уравнения (1) и (2), получим $\rho g h \pi R^2 = \rho g h^2 \pi R$, откуда $h = R = 5 \cdot 10^{-2}$ м.

Ответ: $h = 5$ см.

Задача 2-10. В U-образную трубку (рис. 19) налита ртуть, а поверх нее в одно колено трубки налит столб воды высотой $h_1 = 30$ см, а в другое — столб керосина высотой $h_2 = 20$ см. Определить разность уровней ртути Δh в коленах трубки.

Дано:
$h_1 = 0{,}3$ м
$h_2 = 0{,}2$ м
$\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м³
$\rho_1 = 10^3$ кг/м³
$\rho_2 = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м³

Δh — ?

Решение: По закону Паскаля на границе раздела жидкостей 0—0 давление в левом и в правом коленах одинаково. Давление в коленах трубки складывается из атмосферного давления p_0 и гидростатического, определяемого по формуле (1.53). Поэтому можно записать:

$$p_0 + \rho_1 g h_1 = p_0 + \rho_2 g h_2 + \rho g \Delta h,$$

откуда

$$\Delta h = (\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2)/\rho \approx 0{,}01 \text{ м}.$$

Ответ: $\Delta h \approx 0{,}01$ м.

Задача 2-11. Полый стальной шар, внешний объем которого $v_0 = 50$ см³, плавает в воде, погружаясь в нее наполовину. Найти объем полости шара.

Дано:
$v_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ м³
$\rho_в = 10^3$ кг/м³
$\rho_c = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м³

$v_п$ — ?

Решение: На шар действует сила Архимеда $\bar{F}_A$ и сила тяжести. Запишем условие плавания шара:

$$\bar{F}_A + m\bar{g} = 0. \qquad (1)$$

Сила $\bar{F}_A$ приложена к центру тяжести погруженной части шара (точка *2* рис. 20), а сила $m\bar{g}$ к его геометрическому центру (точка 1). В скалярной форме уравнение (1) примет вид:

$$mg = F_A. \qquad (2)$$

Согласно формуле (1.54) сила

$$F_A = \rho_в \cdot g v_0/2. \qquad (3)$$

Массу шара без полости можно определить, зная плотность и его объем:

$$m = \rho_c (v_0 - v_п). \qquad (4)$$

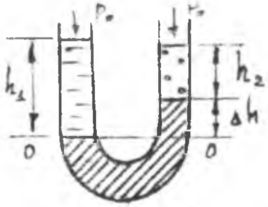

Рис. 19.

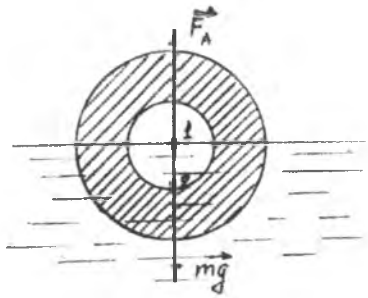

Рис. 20.

Решая систему уравнений (2) ÷ (4), получим:

$$v_п = (1 - \rho_в/2\,\rho_c)\,v_0 = 4{,}68 \cdot 10^{-5}\ м^3.$$

Ответ: $v_п = 4{,}68 \cdot 10^{-5}$ м^3.

3. Задания контрольной работы № 2

Задание 2-1

1. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Абсолютно упругий и неупругий удар.

2. Пуля массой $m_1 = 9$ г, летевшая со скоростью $v = 600$ м/с, попала в груз массой $m_2 = 5$ кг, подвешенный на нити, и застряла в нем. На какую высоту h, откачнувшись после удара, поднимается груз?

Ответ: $h = m_1^2 v_1^2 / 2 g m_2^2 = 5{,}95$ см.

3. Два шара масами 6 и 4 кг движутся вдоль одной прямой со скоростями 8 и 3 м/с. С какой скоростью они будут двигаться после абсолютно неупругого удара, если: 1) первый шар догоняет второй? 2) шары движутся навстречу друг другу?

Ответ: 1) 6 м/с 2) 3,6 м/с.

4. Ракета движется по инерции в космическом пространстве. На сопло ракеты надели изогнутую трубу выходным отверстием, направленным в сторону движения, и включили двигатель. Изменится ли скорость ракеты?

5. Можно ли двигать парусную лодку, направляя на паруса поток воздуха от мощного вентилятора, находящегося на лодке? Изменится ли что-нибудь, если дуть мимо паруса?

Задание 2-2

1. Механическая работа. Мощность. Единицы работы и мощности. Коэффициент полезного действия.

2. Из шахты глубиной 200 м поднимается груз массой 500 кг на канате, каждый метр длины которого имеет массу 1,5 кг. Определить работу, совершаемую при поднятии груза, и коэффициент полезного действия установки.

Ответ: 1300 кДж, 77 %.

3. Аэросани массой $m = 380$ кг, двигаясь по горизонтальному пути со скоростью $v = 72$ км/ч, развивают мощность $N = 15$ кВт. Какую мощность они должны развивать при движении на подъеме с уклоном $\alpha = 30°$ с той же скоростью?

Ответ: $N = mgv \sin \alpha + N \cos \alpha \cong 50{,}2$ кВт.

4. Изменится ли величина работы, совершаемой двигателем эскалатора, если пассажир, стоящий на движущейся вверх лестнице эскалатора, будет подниматься по ней с постоянной скоростью.

5. Когда автомобиль въезжает на гору при неизменной мощности двигателя, то он уменьшает скорость движения. Почему?

Задание 2-3

1. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия. Виды потенциальной энергии. Закон сохранения энергии в механике.

2. Каким способом можно закинуть льдинку дальше: бросив в воздух под углом $\alpha = 45°$ к горизонту или пустив ее скользить по льду. Коэффициент трения о лед $\mu = 0{,}02$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $S_2 = 25\, S_1$, пустив скользить по льду.

3. С какой высоты должно начать скользить тело по наклонному желобу, чтобы описать «мертвую петлю» радиусом 8 м, не отрываясь от желоба в верхней точке. Силами сопротивления пренебречь.

Ответ: $h \geqslant 20$ м.

4. Почему после встряхивания неполного ведра с картофелем наиболее крупные плоды оказываются наверху?

5. Почему легковым автомобилям разрешается ездить по городу с большей скоростью, чем грузовым?

Задание 2-4

1. Гармонические колебания. Амплитуда, период, частота и фаза колебаний. Математический маятник. Колебания груза на пружине.

2. Уравнение движения точки имеет вид: $x = 2 \sin \pi t$, где t выражено в секундах. Какой путь проходит колеблющаяся точка за 2,2 с, считая от начала движения?

Ответ: 8,8 м.

3. Математический маятник длиной 1 м подвешен в лифте. Каков будет период колебаний маятника, если: а) лифт подни-

мается с ускорением 1,8 м/с^2? б) опускается с таким же ускорением?

Ответ: 1,8 с; 2,2 с.

4. Сохранится ли период колебаний часов-ходиков, если их с Земли перенести на Луну?

5. В какой точке траектории колеблющегося маятника скорость максимальна?, ускорение максимально?

Задание 2-5

1. Распространение механических волн в упругих средах. Длина волны. Поперечные и продольные волны. Звук. Скорость звука. Громкость звука и высота тона.

2. Пароход, проходящий по озеру, возбудил волну, которая дошла до берега за 1 мин. Расстояние между соседними «горбами» волны равно 1,5 м, а время между последовательными ударами волн о берег 2 с. Каково расстояние от берега до парохода?

Ответ: 45 м.

3. Скорость звука при попутном ветре 380 м/с, а при встречном 320 м/с. Какова скорость ветра? Какова скорость звука при безветрии?

Ответ: 30 м/с, 350 м/с.

4. Кто в полете быстрее машет крыльями: муха, шмель или комар? Как это можно определить?

5. Когда прислушиваешься к отдаленному шуму, то невольно раскрываешь рот. Почему?

Задание 2-6

1. Давление. Закон Паскаля для жидкостей и газов. Принцип работы гидравлического пресса (вывод формулы).

2. Площади поршней гидравлического пресса 10 и 1000 см^2. Отношение плеч рычага равно 6. Какую силу давления можно будет получить на прессе, если к длинному плечу рачага, передающему давление на малый поршень, приложена сила 80 Н? КПД пресса 75%.

Ответ: 36 кН.

3. При подъеме груза массой $m = 2$ т с помощью гидравлического пресса была затрачена работа $A = 40$ Дж. При этом малый поршень сделал $n = 10$ ходов, перемещаясь за один ход на $h = 10$ см. Во сколько раз площадь одного поршня гидро пресса больше площади другого?

Ответ: $S_2/S_1 = mgnh/A = 500$.

4. В верхних или нижних этажах здания вода из водопроводных кранов вытекает под большим давлением? Почему?

5. Если бы плотность атмосферного воздуха не изменялась с высотой, то какова была бы высота атмосферы при нормальном давлении?

Ответ: ≈ 8 км.

Задание 2-7

1. Давление жидкости на дно и стенки сосуда при действии на нее силы тяжести. Закон сообщающихся сосудов (вывод формулы).

2. Какую силу давления испытывает стенка сужающегося ко дну аквариума длиной $l = 3$ м, если угол наклона ее к вертикали $\alpha = 30°$, а высота воды в аквариуме $h = 2$ м.

Ответ: $F = (p_0 + \rho g h/2)\, lh/\cos\alpha = 770{,}8$ кН.

3. В 2-х цилиндрических сосудах налита ртуть. Площадь сечения одного из сосудов вдвое больше площади другого. Широкий сосуд доливают водой до края. На какую высоту поднимается при этом уровень ртути в узком сосуде? Первоначально уровень ртути был на расстоянии $l = 0{,}8$ м от верхнего края широкого сосуда.

Ответ: $\Delta h = \rho_в l/\rho_{рт} + (S_1/S_2)\,(\rho_{рт} - \rho_в) = 0{,}04$ м.

4. Сосуд кубической формы с ребром равным a см до краев наполнен водой, плотность которой ρ. Определить силу давления воды на дно и боковую грань.

Ответ: ρa^3; $\rho a^3/2$.

5. В сосуд с водой опущен кусок дерева. Как изменится давление на дно сосуда, если вода из сосуда не выливается?

Задание 2-8

1. Архимедова сила для жидкостей и газов (вывод формулы). Условие плавания тел.

2. Определить наименьшую площадь плоской льдины толщиной 40 см, способной удержать на воде человека массой 75 кг.

Ответ: 1,87 м^2.

3. Кусок сплава меди с цинком весит в воздухе $P_1 = 8{,}24$ Н, а в воде—$P_2 = 7{,}26$ Н. Определите, сколько меди и цинка находится в куске.

Ответ: $P_м = 6{,}28$ Н, $P_ц = 1{,}96$ Н.

4. Что труднее удержать в воде: камень или кусок железа, если они имеют одинаковые массы?

5. Одинакова ли выталкивающая сила действует на тело, если его погружать в жидкость на разную глубину?

II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Контрольная работа № 3

1. Основные понятия и законы

Количество вещества. Постоянная Авогадро.

Согласно молеклярно-кинетической теории любое вещество состоит из большого числа мельчайших частиц — атомов, молекул, ионов и др., находящихся в непрерывном хаотическом тепловом движении.

Количеством вещества называется физическая величина, определяемая числом частиц, из которых состоит вещество. Моль —единица количества вещества, в котором содержится столько же частиц, сколько содержится атомов в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C. Число атомов или молекул, содержащихся в одном моле, называется постоянной Авогадро: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Молярной массой μ называется масса вещества, содержащегося в одном моле: $\mu = m_0 \cdot N_A$, $[\mu] =$ кг/моль, (2.1)
где m_0 — масса одной молекулы.

Число молей ν, содержащихся в веществе, или количество вещества:

$$\nu = m/\mu = N/N_A, \ [\nu] = \textit{моль}, \tag{2.2}$$

где m — масса вещества, N — число молекул в веществе.

Закон Дальтона. Давление p смеси газов равно сумме их парциальных давлений p_i, т. е. давлений, которые имел бы каждый из газов в отдельности, если бы он при той же температуре один занимал весь объем:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i, \ [p] = \text{Па}.$$

Идеальным называется газ, собственный объем молекул которого пренебрежимо мал, молекулы не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, столкновения молекул между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Законы идеального газа

Закон Бойля-Мариотта. При постоянной температуре (изотермический процесс, $T = \text{const}$, $m = \text{const}$) произведение давления p данной массы газа m на его объем V есть величина постоянная:

$$p_1V_1 = p_2V_2 = \ldots = p_0V_0 \text{ или } pV = \text{const},$$

где $T = (273 + t)$ — абсолютная температура, $[T] = K$, t — температура по шкале Цельсия, $[t] = °C$.

Закон Гей-Люссака. При постоянном давлении (изобарный процесс, $p = \text{const}$, $m = \text{const}$) отношение объема данной массы газа к его абсолютной температуре есть величина постоянная:

$$V_1/T_1 = V_2/T_2 = \ldots = V_0/T_0 \text{ или } V/T = \text{const}.$$

Закон Шарля. При постоянном объеме (изохорный процесс, $V = \text{const}$, $m = \text{const}$) отношение давления данной массы газа к его абсолютной температуре есть величина постоянная:

$$p_1/T_1 = p_2/T_2 = \ldots = p_0/T_0 \text{ или } p/T = \text{const}.$$

Объединенный газовый закон (формула Клапейрона). Для данной массы газа ($m = \text{const}$) произведение давления газа на его объем, деленное на абсолютную температуру, есть величина постоянная:

$$p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2 = p_0V_0/T_0 \text{ или } pV/T = \text{const}.$$

Величины p_0, T_0, V_0 соответствуют состоянию газа при нормальных условиях: $p_0 = 101{,}325$ кПа, $T_0 = 273$ К.

Согласно закону Авогадро один моль любого газа при нормальных условиях занимает объем $V_{0\mu} = 22{,}41 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева—Клапейрона). Уравнение, определяющее связь между параметрами состояния: T, p, V, ρ и др., называется уравнением состояния. Используя объединенный газовый закон, для одного моля газа можно записать: $pV_\mu = RT$, где $R = 8{,}31$ Дж/(моль. К) — универсальная газовая постоянная. Умножив данное выражение на число молей $\nu = m/\mu$, получим уравнение для произвольной массы газа $pV = mRT/\mu$ (2.3)

или $p = \frac{\rho}{\mu}RT$, где ρ — плотность газа.

Если умножить и разделить правую часть уравнения (2.3) на число Авогадро и учесть, что $k = R/N_A = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К— —постоянная Больцмана, а $mN_A/\mu V = n$ — число молекул в единице объема, то получим:

$$p = nkT. \tag{2.4}$$

Уравнения (2.3) и (2.4) являются уравнениями состояния идеального газа.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Рассмотрим цилиндрический объем идеального газа с площадью основания ΔS (рис. 21). Вычислим давление, оказываемое молекулами газа на площадку ΔS. Будем считать, что соударения абсолютно упругие и число соударений между молекулами пренебрежимо мало по сравнению с числом ударов их о стенки цилиндра. Каждая молекула массой m_0, двигаясь по направлению оси x со скоростью $\vec{v}$, ударяется о площадку ΔS и передает ей импульс:

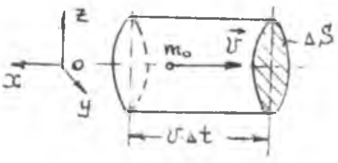

Рис. 21

$$\Delta P_0 = m_0 v - (-m_0 v) = 2 m_0 v.$$

За промежуток времени Δt о площадку ΔS ударяются только те молекулы, которые заключены в объеме цилиндра с площадью оснований ΔS и образующей, равной $v \cdot \Delta t$. Число таких молекул $N_1 = \Delta S \cdot v \Delta t n/6$, где $n = N/V$ число молекул в единице объема. Цифра 1/6 получена из следующих соображений. В идеальном газе любое направление движения молекулы равновероятное. Молекулы могут двигаться как в положительных направлениях осей x, y, z (3 направления), так и в отрицательных (еще 3 направления). О площадку ΔS ударяются только те молекулы, которые двигаются в положительном направлении оси x, т. е. 1/6 часть молекул, заключенных в цилиндрическом объеме. Величина импульса, передаваемого при этом площадке:

$$\Delta P = \Delta P_0 \cdot \Delta S \cdot v \Delta t n/6 = 2 m_0 v \Delta S v \Delta t n/6 =$$

$$m_0 n v^2 \Delta S \Delta t/3.$$

По второму закону Ньютона изменение импульса тела равно импульсу силы (1.31): $\Delta P = F \Delta t$.

Так как давление $p = F/\Delta S$, получим:

$$p = \Delta P/\Delta S \Delta t = m_0 n v^2/3.$$

Молекулы газа в рассматриваемом объеме движутся с разными скоростями: v_1 $v_2, \ldots, v_N$, поэтому в полученном уравнении вместо скорости v следует записывать среднюю квадратичную скорость:

$$\langle v \rangle = \sqrt{(v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2)/N} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N} v_i^2\right)/N}.$$

Учитывая это, получим основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$p = nm_0 <v>^2/3. \qquad (2.5)$$

Его можно представить в виде:

$$p = 2/3 \cdot n \frac{m_0 <v>^2}{2} = 2n <E>/3, \qquad (2.6)$$

где $<E> = 3\kappa T/2$ — (2.7)

средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы;

$$\sqrt{<v>^2} = \sqrt{3\kappa T/m_0} = \sqrt{3RT/\mu} \text{ —} \qquad (2.8)$$

средняя квадратичная скорость.

Внутренняя энергия тела

Внутренняя энергия тела равна сумме кинетических энергий беспорядочного движения всех частиц тела (молекул, атомов и т. д.) и потенциальных энергий частиц, обусловленных силами их межмолекулярного взаимодействия, энергий электронов атомов и ионов и внутриядерных энергий. Во внутреннюю энергию не входит энергия движения тела как целого и потенциальная энергия, которой может обладать тело в каком-либо силовом поле (гравитационном, магнитном и т. д.)

Для идеального газа внутренняя энергия представляет собой кинетическую энергию хаотического теплового движения его молекул и в случае одноатомного газа определяется формулой:

$$U = 3\,mRT/2\,\mu. \qquad (2.9)$$

Внутренняя энергия является однозначной функцией состояния системы, т. е. зависит только от параметров состояния p, V, T и не зависит от способа, каким это состояние было достигнуто.

Работа расширения газа. Теплоемкость вещества

Работа расширения при изменении объема газа определяется формулой:

$$A = p\,\Delta V, \qquad (2.10)$$

где $\Delta V = V_2 - V_1$ — изменение объема газа. Давление p всегда положительно. При расширении газа ($\Delta V > 0$), газ совершает положительную работу. Если газ сжимается, то $\Delta V < 0$ и работа $A < 0$. В этом случае положительную работу над газом совершают внешние силы.

Количественную меру изменения внутренней энергии при теплообмене называют количеством теплоты.

Теплоемкостью тела называется физическая величина C, чиcлённо равная отношению количества теплоты Q, сообщаемой телу, к изменению температуры тела: $C = Q/\Delta T$, $[C] =$ Дж/К.

Удельной теплоемкостью называется физическая величина c, численно равная количеству теплоты, которое нужно сообщить 1 кг вещества для изменения его температуры на 1 К; $[c] =$ Дж/(кг · К).

Молярной теплоемкостью называется физическая величина C^{μ}, численно равная количеству теплоты, которое нужно сообщить 1 молю вещества для изменения его температуры на 1 К. Различают молярную теплоемкость при постоянном объеме — C_V^{μ} и молярную теплоемкость при постоянном давлении — C_p^{μ}, которые связаны уравнением Майера: $C_p^{\mu} = C_V^{\mu} + R$, $[C^{\mu}] =$ Дж/(моль · К). Для одноатомного газа $C_V^{\mu} = 3R/2$, а $C_p^{\mu} = 5R/2$. Молярная и удельная теплоемкости связаны соотношением: $C^{\mu} = \mu c$.

Первый закон термодинамики

Изменение внутренней энергии системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил A и количества теплоты Q, переданного системе:

$$\Delta U = A + Q. \tag{2.11}$$

При нагревании газа в изобарном процессе наряду с ростом внутренней энергии происходит увеличение его объема на величину $\Delta V = V_2 - V_1$, т. е. газ совершает работу:

$$A = p(V_2 - V_1) = mR\,\Delta T/\mu. \tag{2.12}$$

В изохорном процессе газ работу не совершает, так как $\Delta V = 0$.

Внутренняя энергия в изотермическом процессе не изменяется и все тепло, подведенное к газу, идет на совершение работы над внешними телами: $Q = A$.

При адиабатном процессе $(Q = 0)$ работа производится за счет внутренней энергии газа, т. е.:

$$A = p\,\Delta V = -\Delta U = m\,C_v\,T/\mu. \tag{2.13}$$

В случае одноатомного газа

$$A = 3\,mR\,\Delta T/2\,\mu. \tag{2.14}$$

К.П.Д. тепловой машины:

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1, \quad \eta_{max} = (T_1 - T_2)/T_1, \tag{2.15}$$

где η — коэффициент полезного действия, A — работа, совершенная газом, Q_1 — количество теплоты, полученное от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, отданное холодильнику, T_1 — температура газа в нагревателе, T_2 — температура газа в холодильнике.

Изменение агрегатного состояния

Изменение внутренней энергии вещества без совершения механической работы при нагревании или охлаждении:

$$\Delta U = Q = cm(t_2 - t_1) = cm\,\Delta t, \qquad (.216)$$

при плавлении или отвердевании:

$$Q = \lambda m, \qquad (2.17)$$

при парообразовании или конденсации:

$$Q = rm, \qquad (2.18)$$

при сгорании вещества:

$$Q = qm, \qquad (2.19)$$

где Δt — изменение температуры, $[\Delta t] = К$,
c — удельная теплоемкость, $[c] = Дж/(кг \cdot К)$,
λ — удельная теплота плавания, $[\lambda] = Дж/кг$,
r — удельная теплота парообразования, $[r] = Дж/кг$,
q — удельная теплота сгорания, $[q] = Дж/кг$.

Уравнение теплового баланса

При теплообмене между телами в изолированной системе, имеющими первоначально различные температуры, изменение внутренней энергии любого тела равно количеству теплоты, отданной или полученной этим телом до наступления теплового равновесия системы:

$$\Delta U_i = Q_i.$$

Если система состоит из n тел, то

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta U_i = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

Поскольку внутренняя энергия изолированной системы не меняется, т. е. $\sum_{i=1}^{n} \Delta U_i = 0$, то

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = 0 \text{ или } Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = 0, \qquad (2.20)$$

где $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ — количество тепла, отданное или полученное телами. Уравнение (2.20) называют уравнением теплового баланса.

Влажность воздуха

Абсолютной влажностью воздуха называется физическая величина, равная плотности водяного пара ρ_a, содержащегося в воздухе при данной температуре. Абсолютную влажность воздуха оценивают также величиной парциального давления водяного пара p_a, содержащегося в воздухе. Отношение плотности ρ_a, водяного пара при данной температуре (абсолютной влажности) к плотности $\rho_н$ насыщенного пара при той же температуре называется относительной влажностью:

$$B = (\rho_a/\rho_н) \cdot 100\% \quad \text{или} \quad B = (p_a/p_н) \cdot 100\%, \qquad (2.26)$$

где p_a — парциальное давление водяного пара при данной температуре, $p_н$ — парциальное давление пара в состоянии насыщения при данной температуре.

Точкой росы называется температура, при которой пар становится насыщенным. При точке росы $B = 100\%$.

Поверхностное натяжение. Капиллярные явления

Молекулы, находящиеся на поверхности жидкости, обладают определенной потенциальной (поверхностной) энергией E в сравнении с молекулами, находящимися внутри жидкости. Коэффициент поверхностного натяжения σ измеряется величиной этой энергии, отнесенной к единице площади поверхности жидкости:

$$\sigma = E/\Delta S, \; [\sigma] = \text{Н/м}, \qquad (2.27)$$

или силой поверхностного натяжения F, действующей на единицу длины любого контура, лежащего на поверхности жидкости:

$$\sigma = F/l, \qquad (2.28)$$

где l — периметр контура.

Добавочное давление Δp, обусловленное искривлением поверхности жидкости, определяется формулами:
для сферической поверхности:

$$\Delta p = 2\sigma/R, \qquad (2.29)$$

для тонкостенной полой сферы:

$$\Delta p = 4\,\sigma/R, \qquad (2.30)$$

где R — радиус сферы.

Высота h поднятия жидкости в капилляре радиуса r при полном смачивании определяется формулой:

$$h = 2\sigma/r\rho g, \qquad (2.31)$$

где ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения.

Тепловое расширение тел

При повышении температуры линейные размеры тела l и его объем V возрастают:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T), \tag{2.32}$$

$$V = V_0(1 + \beta\Delta T), \tag{2.33}$$

а плотность тела ρ уменьшается:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta\Delta T}, \tag{2.34}$$

где l_0 — длина тела при начальной температуре $T_0 = 273$ К,
α — коэффициент линейного расширения, $[\alpha] = К^{-1}$,
V_0 — объем тела при начальной температуре $T_0 = 273$ К,
β — коэффициент объемного расширения, $[\beta] = К^{-1}$.
ρ_0 — плотность тела при начальной температуре $T_0 = 273$К.
Коэффициент объемного расширения $\beta \approx 3\alpha$.

2. Примеры решения задач

Задача 3-1. Вода в сосуде занимает объем $V = 10$ см^3 при температуре $t = 4°C$. Какое число молекул N содержится в сосуде? Найти массу молекулы m_0 и оценить размер d молекулы.

Дано:
$V = 10^{-5}$ м^3
$t = 4°C$

N — ?
m_0 — ?
d — ?

Решение: Число молекул можно найти, если по формуле (2.2) определить число молей воды в занимаемом объеме:

$$N = N_A \cdot \nu. \tag{1}$$

Зная химическую формулу воды — H_2O, с помощью периодической системы элементов Менделеева находим ее молярную массу:

$$\mu = (1 \cdot 2 + 16) \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Число молей

$$\nu = m/\mu, \tag{2}$$

а масса вещества

$$m = \rho V. \tag{3}$$

По таблицам физических величин отыскиваем плотность воды и убеждаемся, что ее значение задано при определенной температуре. Так вот оказывается зачем в условии задачи дана температура воды! Из уравнений (1) ÷ (3) находится число молекул в сосуде:

$$N = N_A \rho V/\mu = 3{,}34 \cdot 10^{23} \text{ молекул.} \tag{4}$$

Масса одной молекулы согласно формулы (2.1) равна:

$$m_0 = \mu/N_A = 2{,}99 \cdot 10^{-26}\ кг. \tag{5}$$

Чтобы оценить размер молекулы d, сделаем допущение: молекулы плотно прилегают друг к другу и образуют кубическую ячейку. Тогда объем молекулы $V_0 = d^3$, а $d = \sqrt[3]{V_0}$. (6)
С другой стороны, объем, занимаемый одной молекулой, можно найти, зная объем воды и число молекул в этом объеме. Используя уравнения (4) и (6), получим:

$$V_0 = V/N = \mu/N_A \cdot \rho, \; d = \sqrt[3]{\mu/N_A \cdot \rho} = 3{,}1 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Задача 3-2. Газ находится под давлением $p = 2$ атм и имеет плотность $\rho = 1{,}2$ кг/м^3. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

Дано:
$p = 19{,}6 \cdot 10^4$ Па
$\rho = 1{,}2$ кг/м^3

$\langle v \rangle$ — ?

Решение: Среднюю квадратичную скорость найдем из формулы (2.8):

$$\langle v \rangle = \sqrt{3RT/\mu}. \qquad (1)$$

Плотность газа можно определить из уравнения состояния (2.3):

$$\rho = p\mu/RT. \qquad (2)$$

Из выражения (2) найдем:

$$RT/\mu = p/\rho,$$

подставляя его значение в формулу (1), получим:

$$\langle v \rangle = \sqrt{3p/\rho} = 700 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\langle v \rangle = 700$ м/с.

Задача 3-3. После включения отопления, температура воздуха в комнате увеличилась с 15° C до 27° C. Найти относительное изменение числа молекул в комнате?

Дано:
$T_1 = 288$ К
$T_2 = 300$ К

$\dfrac{\Delta N}{N}$ — ?

Решение: Считаем, что при увеличении температуры давление и объем газа в комнате не меняются. Используя уравнение состояния газа (2.4), запишем:

$$pV = N_1 kT_1 \text{ и } pV = N_2 kT_2,$$

откуда

$$N_1 = pV/kT_1, \; N_2 = pV/kT_2.$$

Относительное изменение числа молекул

$$\Delta N/N_1 = (N_1 - N_2)/N_1 = (T_2 - T_1)/T_2 = 0{,}04.$$

Ответ: $\Delta N/N_1 = 0{,}04$.

Задача 3-4. Бутылка, наполненная газом, плотно закрыта пробкой, площадь сечения которой равна 2,5 см^2. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы пробка вылетела из бутылки, если сила трения, удерживающая пробку, 12 Н? Первоначальное давление воздуха в бутылке и наружное давление 760 мм рт. ст., а температура 13° С.

Дано:
$S = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^2
$F_{тр} = 12$ Н
$p_0 = 101$ кПа
$T_0 = 290$ К

T — ?

Решение: Процесс нагревания газа изохорный, так как до момента вылета пробки объем его остается постоянным. С повышением температуры возрастает давление газа p в бутылке и увеличивается сила давления на пробку $F = pS$. Вылету пробки препятствует сила трения $F_{тр}$ и сила атмосферного давления $F_{ат}$. Пробка вылетает, когда

$$F_{тр} + F_{ат} \leqslant pS.$$

Из этого уравнения можно найти минимальное давление, при котором пробка вылетает из бутылки: $p = \dfrac{F_{тр} + F_{ат}}{S}$.

Достигается это давление при нагревании газа до температуры T, определяемой по закону Шарля:

$$T = \frac{T_0 p}{p_0} = \frac{T_0 (F_{тр} + F_{ат})}{p_0 S} = \frac{T_0 (F_{тр} + p_0 S)}{p_0 S} \approx 428 \text{ К}$$

Ответ: $T \approx 428$ К.

Задача 3-5. Найти разницу в массах воздуха, заполняющего помещение объемом $V = 50$ м^3 зимой и летом, если летом температура воздуха поднимается до $t_1 = 37°\,C$, а зимой падает до $t_2 = 0°\,C$. Атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт.ст.

Дано:
$V = 50$ м^3
$T_1 = 310$ К
$T_2 = 273$ К
$p_0 = 101$ кПа
$p = \text{const}$

Δm — ?

Решение: Запишем уравнение Менделеева—Клапейрона (2.3) для 2 состояний газа (зимой и летом):

$$pV = m_1 RT_1/\mu, \qquad (1)$$
$$pV = m_2 RT_2/\mu. \qquad (2)$$

Давление, объем, а также молярную массу газа считаем неизменяющимися. Искомая масса

$$\Delta m = m_2 - m_1 \qquad (3)$$

Из уравнений (1) ÷ (3) находим:

$$\Delta m = \frac{pV\mu}{R}(1/T_2 - 1/T_1) \approx 0{,}8 \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 0{,}8$ кг.

Задача 3-6. Какую массу m_1 должны иметь железные тормоза трамвая, чтобы при полной остановке его на скорости $v = 36$ км/ч они нагревались не более, чем на $\Delta t = 100°$ C? Массу трамвая принять равной $m_2 = 9{,}2$ т.

Дано:
$m_2 = 9{,}2 \cdot 10^3$ кг
$v = 10$ м/с
$\Delta t = 100°$ C
$c = 460$ Дж/(кг · К)

m_1 — ?

Решение: Кинетическая энергия движущегося трамвая $E_к$ при торможении будет израсходована на совершение работы A по преодолению сил сопротивления, в результате чего выделится количество теплоты Q. Если пренебречь рассеянием тепла, считая, что все выделившееся тепло пошло на нагревание тормозов, то по закону сохранения и превращения энергии получим:

$$E_к = A = Q \text{ или } m_2v^2/2 = cm_1 \Delta t,$$

Откуда $m_1 = m_2v^2/2c\Delta t = 10$ кг.

Ответ: $m_1 = 10$ кг.

Задача 3-7. В цилиндре под поршнем находится воздух при температуре $t_1 = 17°$ C и давлении $p = 5$ атм, который нагревается при постоянном давлении до температуры $t_2 = 47°$ C. На сколько при этом поднимется поршень и какая будет совершена работа, если площадь основания цилиндра $S = 0{,}05$ м^2, а поршень первоначально находился на высоте $h_1 = 0{,}2$ м?

Дано:
$T_1 = 290$ К
$P = 4{,}91 \cdot 10^5$ Па
$T_2 = 320$ К
$S = 0{,}05$ м^2
$h_1 = 0{,}2$ м

Δh — ? A — ?

Решение: По закону Гей-Люссака:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}, \text{ откуда } V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1},$$

но $V_2 = Sh_2$, или

$$Sh_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} \text{ и } h_2 = \frac{V_1T_2}{T_1S},$$

откуда

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{h_1}{T_1}(T_2 - T_1) = 0{,}02 \text{ м}.$$

Здесь h_2 — конечная высота поршня. Работа газа в изобарном процессе $A = p\Delta V$, где $\Delta V = S\Delta h$, отсюда

$$A = pS\Delta h = \frac{pSh_1}{T_1}(T_2 - T_1) = 490 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta h = 0{,}02$ м, $A = 490$ Дж.

Задача 3-8. Одноатомный газ расширяется при постоянном давлении. При этом совершается работа $A = 40$ Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу?

Дано:
$A = 40$ Дж
$p = \text{const}$

Q — ?

Решение: При нагревании в изобарном процессе:

$$Q = \nu C^{\mu}{}_p \Delta T = 5\nu R \Delta T/2, \qquad (1)$$

$$A = p\Delta V = pV_2 - pV_1 = \nu R \Delta T. \qquad (2)$$

Из сравнения уравнений (1) и (2) имеем:

$$Q = 5A/2 = 100 \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q = 100$ Дж.

Задача 3-9. С какой минимальной скоростью влетает метеор в атмосферу Земли, если при этом он нагревается, плавится и превращается в пар? Метеорное вещество близко к железу. Начальную температуру метеора принять равной 0° С.

Дано:
$t_1 = 0°\text{C}$
$c = 460$ Дж/(кг · К)
$\lambda = 270 \cdot 10^3$ Дж/кг
$r = 0{,}58 \cdot 10^5$ Дж/кг
$t_{пл} = 1530°\text{C}$
$t_п = 3050°\text{C}$

v — ?

Решение: Переход метеора из твердого агрегатного состояния в жидкое, а затем и в парообразное происходит за счет убыли его кинетической энергии

$$\Delta E_к = mv^2/2. \qquad (1)$$

При определении минимальной скорости движения метеора можно предположить, что рассеяние энергии в окружающее пространство не происходит и механическая энергия движущегося метеора переходит в его внутреннюю энергию:

$$\Delta E_к = \Delta U. \qquad (2)$$

Представим изменение внутренней энергии ΔU в виде слагаемых:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \Delta U_4,$$

где
$\Delta U_1 = cm(t_{пл} - t_1)$ — энергия, пошедшая на нагревание метеора до температуры плавления $t_{пл}$,

$\Delta U_2 = \lambda m$ — энергия, затраченная на плавление,

$\Delta U_3 = cm(t_п - t_{пл})$ — энергия, пошедшая на нагревание жидкого метеорного вещества до температуры парообразования $t_п$, $\Delta U_4 = rm$ — энергия, затраченная на парообразование.

Здесь λ — удельная теплота плавления, r — удельная теплота парообразования.

Таким образом, изменение внутренней энергии метеорного вещества:

$$\Delta U = cm(t_{пл} - t_1) + \lambda m + cm(t_п - t_{пл}) + rm. \qquad (3)$$

Подставляя в выражение (2) уравнения (1) и (3), получим:

$$v = \sqrt{2c(t_{пл} - t_1) + \lambda + c(t_п - t_{пл}) + r} \approx 1{,}9 \text{ км/с}.$$

Ответ: $v \simeq 1{,}9$ км/с.

Задача 3-10. Автомобиль массой $m = 2500$ кг движется в гору с уклоном $\alpha = 15°$ и на расстоянии $l = 400$ м увеличивает свою скорость от $v_1 = 36$ км/ч до $v_2 = 72$ км/ч. Сколько бензина за единицу времени расходует двигатель автомобиля, если его КПД $\eta = 0{,}2$, а коэффициент сопротивления $\kappa = 0{,}5$?

Дано:
$m = 2500$ кг
$\alpha = 15°$
$l = 400$ м
$v_1 = 10$ м/с
$v_2 = 20$ м/с
$\eta = 0{,}2$
$\kappa = 0{,}5$
$q = 4{,}6 \cdot 10^7$ Дж/кг

m_0 — ?

Решение: Коэффициент полезного действия η определяется выражением:

$$\eta = A/Q, \tag{1}$$

где A — работа, совершаемая двигателем, Q — количество теплоты, выделившееся при сгорании топлива.

Работа, совершаемая двигателем, пошла на увеличение кинетической энергии автомобиля:

$$\Delta E_к = mv_2^2/2 - mv_1^2/2, \tag{2}$$

на увеличение его потенциальной энергии (автомобиль поднялся на высоту h):

$$\Delta E_р = mgh = mgl \sin\alpha. \tag{3}$$

и на работу по преодолению сил сопротивления:

$$A = \kappa mgl \cos\alpha. \tag{4}$$

Количество теплоты, выделившееся при сгорании топлива:

$$Q = qm_т = qm_0 \Delta t, \tag{5}$$

где q — удельная теплота сгорания, $m_т$ — масса сгоревшего топлива, m_0 — массовый секундный расход топлива.
При равноускоренном движении

$$l = (v_1 + v_2)\,\Delta t/2. \tag{6}$$

Из уравнений (1) $\div$ (6) получим:
$m_0 = m[(v_2^2 - v_1^2)/(2l) + g(\sin\alpha + \kappa\cos\alpha)](v_1 + v_2)/2\eta q =$
0,14 г/с.

Ответ: $m_0 = 0{,}14$ г/с.

Задача 3-11. При температуре $t_1 = 20°C$ относительная влажность воздуха $B_1 = 90\%$. Сколько воды выделится из 1 м³ воздуха при понижении температуры до $t_2 = 15°C$?

Дано:
$t_1 = 20°C$
$B_1 = 0{,}9$
$t_2 = 15°C$
$V = 1$ м³

Δm — ?

Решение: Абсолютная влажность воздуха

$$\rho_a = B_1 \cdot \rho_{н1}, \tag{1}$$

а массы водяного пара:

$$m_1 = \rho_a V = B_1 \rho_{н1} V, \tag{2}$$

$$m_2 = \rho_{н2} V, \tag{3}$$

где $\rho_{н1} = 17{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг/м³,

$\rho_{н2} = 12{,}8 \cdot 10^{-3}$ кг/м³ — плотность насыщенного пара при температурах t_1 и t_2, определяемые из таблиц [1].

Из уравнений (2) и (3) находим:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = (B_1\rho_{н1} - \rho_{н2})V = 2{,}8 \cdot 10^{-3}\text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m \approx 2{,}8$ г.

Задача 3-12. Тонкое кольцо из плексигласа радиусом $R = 8$ см и массой $m = 5$ г, подвешенное к пружинным весам, соприкасается с жидкостью. Определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости σ, если для отрыва кольца потребовалась сила $F = 124 \cdot 10^{-3}$ Н.

Дано:
$R = 8 \cdot 10^{-2}$ м
$m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг
$F = 124 \cdot 10^{-3}$ Н

σ — ?

Решение: Так как кольцо смачивается жидкостью, то при отрывании кольца вместе с ним поднимается и жидкость (рис. 22). При этом свободная поверхность жидкости будет увеличиваться. Вследствие стремления этой поверхности сократиться возникает сила поверхностного натяжения, направленная по касательной к поверхности жидкости в месте ее соприкосновения с кольцом. Когда на кольцо будет действовать сила F, равная (или больше) силе поверхностного натяжения $F_п$ и силе тяжести кольца mg, то оно оторвется от поверхности жидкости:

$$F \geqslant \boldsymbol{F}_п + mg.$$

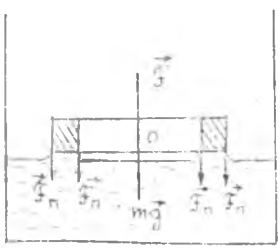

Рис. 22.

Сила поверхностного натяжения $F_п = \sigma l$, но так как кольцо соприкасается с жидкостью двумя (наружной и внутренней) сторонами, то $F_п = 2\sigma l$, где $l = 2\pi R$ — длина окружности кольца. Минимальная сила, необходимая для отрыва кольца определяется выражением: $F = 4\pi R\sigma + mg$, и

$$\sigma = \frac{F - mg}{4\pi R} = 0{,}0075\text{ Н/м}.$$

Ответ: $\sigma = 0{,}0075$ Н/м.

Задача 3-13. Найти высоту, на которую поднимается жидкость в капиллярной трубке диаметром $d = 10$ мкм, опущенной в сосуд с водой.

Дано:

$\sigma = 7{,}4 \cdot 10^{-2}$ Н/м

$d = 1 \cdot 10^{-5}$ м

$\rho = 1000$ кг/м^3

h — ?

Решение: Высоту подъема жидкости в капилляре найдем по формуле (2.31):

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g} = \frac{4\sigma}{d\rho g} = 2{,}96 \text{ м}.$$

где ρ — плотность жидкости,
r — радиус капилляра,
g — ускорение свободного падения.

Ответ: $h = 2{,}96$ м.

Задача 3-14. При нагревании медного шара было израсходовано 2 МДж энергии. Как при этом изменился объем шара?

Дано:

$Q = 2 \cdot 10^6$ Дж

$\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$

$c = 0{,}38 \cdot 10^3$ Дж$\cdot$
$\cdot$ (кгК)

$\rho_0 = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3

ΔV — ?

Решение: При нагревании твердых тел их объем увеличивается по закону (2.33):

$$V = V_0(1 + \beta t), \qquad (1)$$

где V_0 — объем тела при 0°С, β — коэффициент объемного расширения. Допустим, что при нагревании температура тела увеличилась от t_1 до t_2. Воспользовавшись формулой (1), найдем изменение объема:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_0(1 + \beta t_2) - V_0(1 + \beta t_1) = V_0 \beta (t_2 - t_1). \qquad (2)$$

Поскольку $\beta \approx 3\alpha$, из уравнения (2) получим:

$$\Delta V = 3V_0 \alpha (t_2 - t_1). \qquad (3)$$

Энергия, необходимая для нагревания тела, определяется по формуле (2.16):

$$Q = cm(t_2 - t_1), \qquad (4)$$

где $m = \rho V$ — масса тела, c — удельная теплоемкость.

Поскольку масса тел при нагревании не меняется, можно записать:

$$m = \rho_0 \cdot V_0, \qquad (5)$$

где ρ_0 — плотность при 0° С.
Из уравнений (3) ÷ (5) имеем:

$$\Delta V = 3\alpha Q / c\rho_0 \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Ответ: $\Delta V = 3 \cdot 10^{-5}$ м^3.

3. Задания контрольной работы № 3

Задание 3-1

1. Основные положения молекулярно-кинетической теории. Идеальный газ. Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа.

2. Определить массу молекулы кислорода и количество молекул в 1 $см^3$ при нормальных условиях.

Ответ: $m_0 = 5{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг, $N_0 = 2{,}7 \cdot 10^{19}$ $см^{-3}$.

3. Найти число молекул газа в единице объема, если давление $p = 4$ мПа, а средняя энергия молекулы $\langle E \rangle = 6{,}4 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Ответ: $n = 9{,}38 \cdot 10^{17}$ $м^{-3}$.

4. Чем объяснить исчезновение дыма в воздухе (явление, выражаемое словами «Дым тает в воздухе»)?

5. Почему запах разогретого асфальта, применяемого при ремонте дороги, ощущается издалека?

Задание 3-2

1. Газовые законы: Бойля-Мариотта, Гей-Люссака, Шарля, объединенный газовый закон.

2. До какой температуры следует изобарически нагреть газ, чтобы его плотность уменьшилась вдвое по сравнению с плотностью при 0° C?

Ответ: $T_2 = 546$ К.

3. Объем пузырька воздуха по мере всплывания его со дна озера на поверхность увеличивается в 3 раза. Какова глубина озера? Атмосферное давление воздуха $p_0 = 10^5$ Па.

Ответ: $h = 2\,p_0/\rho\,g \approx 20{,}4$ м.

4. Почему из стеклянной бутылки, перевернутой вверх дном, вода выливается прерывистой струей (булькая), а из резиновой медицинской грелки — непрерывной струей?

5. Почему нагретая медицинская банка «присасывается» к телу человека?

Задание 3-3

1. Уравнение состояния идеального газа (вывод формулы). Универсальная газовая постоянная.

2. Аэростат наполняют водородом при 20°С и давлении 750 мм рт. ст. до объема 300 $м^3$. Сколько времени будет производиться наполнение, если из баллонов каждую секунду переходит в аэростат 2,5 г водорода?

Ответ: 2,76 ч.

3. Во сколько раз изменится подъемная сила воздушного шара, если наполняющий его гелий заменить водородом? Мо-

лярная масса воздуха ($\mu = 0{,}029$ кг/моль). Весом оболочки шара пренебречь.

Ответ: 0,926.

4. Почему от горящих в костре поленьев с треском отскакивают искры?

5. Как изменяется сила, выталкивающая из воды воздушный пузырек, когда он поднимается со дна водоема на поверхность?

Задание 3-4

1. Первый закон термодинамики. Применение первого закона термодинамики к изопроцессам. Адиабатный процесс.

2. Тело массой $m = 1$ кг скользит по наклонной плоскости длиной $l = 20$ м, образующей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Найти количество теплоты, выделившееся при движении тела, если его скорость увеличилась от 0 до 5 м/с?

Ответ: $Q = m(gl \sin\alpha - v^2/2) = 85{,}5$ Дж.

3. При адиабатном расширении гелия массой $m = 56$ г совершается работа $A = 3{,}32$ кДж. На сколько при этом понизилась температура газа?

Ответ: $\Delta T = 2A\mu/3Rm = 9{,}5$ К.

4. Почему при холостых выстрелах ствол пушки нагревается сильнее, чем при стрельбе снарядами?

5. С одинаковой высоты упали два тела одинаковой массы — медное и железное. Какое из них при ударе нагреется до более высокой температуры?

Задание 3-5

1. Принцип действия тепловых двигателей. КПД теплового двигателя и его максимальное значение.

2. С помощью механического молота обрабатывается стальная деталь массой 205 кг. За 35 ударов деталь нагрелась от 10 до 18°С. Какова скорость молота в момент удара, если на нагревание детали затрачивается 70% энергии молота.

Ответ: $v \approx 10$ м/с.

3. Двигатель самолета развивает силу тяги $F = 92$ кН. Скорость полета $v = 1800$ км/ч, КПД двигателя $\eta = 0{,}2$. Определить расход керосина в час.

Ответ: $18 \cdot 10^3$ кг.

4. Станет ли КПД тепловых машин равным 100%, если трение в деталях машины свести к нулю?

5. Что является нагревателем и что холодильником в автомобильном моторе?

Задание 3-6

1. Плавление. Удельная теплота плавления. Парообразование. Удельная теплота парообразования. Влажность воздуха. Абсолютная и относительная влажность. Точка росы.

2. В 1 л воды при температуре 20° С бросают кусок железа массой 100 г, нагретый до 500°С. При этом часть воды обращается в пар. Окончательная температура воды 24° С. Определить массу обратившейся в пар воды.

Ответ: 2 г.

3. Относительная влажность воздуха 70% при температуре 25° С. При какой температуре начнет появляться роса?

Ответ: $\sim$ 19°С.

4. Будет ли кипеть вода в стакане, плавающем в сосуде, в котором кипит вода?

5. Почему в холодной атмосфере виден выдыхаемый нами воздух?

Задание 3-7

1. Поверхностное натяжение жидкостей. Смачивание. Капиллярные явления.

2. Тонкое алюминиевое кольцо, имеющее массу $m = 6$ г и радиус $r = 5$ см, соприкасается с мыльным раствором ($\sigma = 4 \cdot 10^{-2}$ Н/м). Каким усилием можно оторвать кольцо от раствора?

Ответ: $F = 8{,}4 \cdot 10^{-2}$ Н.

3. В сообщающихся капиллярных трубках радиусами 0,5 и 2 мм разность уровней ртути 10,5 мм. Определить коэффициент поверхностного натяжения ртути.

Ответ: $\sigma \approx 0{,}47$ Н/м.

4. Из крана самовара падают капли. Когда эти капли более тяжелые: когда вода горячая или когда она остыла?

5. Может ли ртуть вытекать из тонкого стеклянного капилляра каплями?

Задание 3-8

1. Кристаллические и аморфные тела. Свойства твердых тел.

2. В центре диска, изготовленного из алюминия, имеется отверстие диаметром $d_1 = 30$ мм, замеренное при температуре $t_1 = 20°$ С. На сколько градусов надо нагреть диск, чтобы в отверстие проходил цилиндр диаметром $d = 30{,}5$ мм?

Ответ: $\Delta t = (d - d_1)\ (1 + \alpha t_1)/d_1\alpha = 695°$С.

3. Стальная проволока, нагретая до температуры $t_1 = 350°C$, натянута между двумя неподвижными кронштейнами. При какой температуре t_2, остывая, разорвется проволока?

Ответ: $t_2 = t_1 - (\sigma/\alpha E) \simeq 20°C$.

4. Почему точные лекала изготовляют не из обычной, а из железоникелевой стали—инвара?

5. Почему коньки хорошо скользят по льду? Почему в морозы это скольжение ухудшается?

Варианты письменных экзаменационных заданий по физике в СГАУ

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

Экзаменационное задание по физике

Вступительные экзамены

ВАРИАНТ № 1

Задание №	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Оценка, балл	15	2	2	2	15	8	3	3	50

Теоретические вопросы

1. Равнопеременное (равноускоренное и равнозамедленное) прямолинейное движение. Средняя скорость. Мгновенная скорость. Ускорение. Вывод формулы пути равнопеременного прямолинейного движения.

2. Формула Томсона для свободных электромагнитных колебаний в контуре.

3. Сформулируйте и запишите первый закон термодинамики.

4. Дайте определение единицы измерения энергии.

Задачи:

5. На дне сосуда, заполненного воздухом, лежит полый металлический шарик радиусом $R=2$ см и массой $m=5$ г. До какого давления надо сжать воздух в сосуде, чтобы шарик поднялся вверх? Температура воздуха равна $t=20°C$.

6. Свет за одно и то же время по кратчайшему пути проходит слой воды толщиной $h_1 = 18$ см и стеклянную плоскопараллельную пластину толщиной h_2. Определить толщину стеклянной пластины.

7. Постоянный магнит выдвигается из катушки. Сделайте рисунок и укажите направление индукционного тока, возникающего в катушке.

8. Постройте изображение предмета в плоском зеркале. Какое будет изображение?

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

Экзаменационное задание по физике

Вступительные экзамены

ВАРИАНТ № 2

Задание №	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Оценка, балл	15	2	2	2	15	8	3	3	50

Теоретические вопросы:

1. Вес тела. Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Невесомость. Первая космическая скорость (вывод формулы).
2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.
3. Сформулируйте и запишите законы Ома.
4. Дайте определение единицы измерения мощности.

Задачи:

5. Шар радиусом $r_1=6$ см заряжен до потенциала $\varphi_1=300$ В, а шар радиусом $r_2=4$ см — до $\varphi_2=500$ В. Определить потенциал шаров после того, как их соединили металлическим проводником. Емкостью соединительного проводника пренебречь.

6. После того, как в комнате протопили печь, температура воздуха поднялась с $t_1=15°C$ до $t=27°C$. На сколько процентов уменьшилось число молекул в этой комнате?

7. Если бы плотность атмосферного воздуха не изменялась с высотой, то какова была бы высота атмосферы при нормальном давлении?

8. Постройте изображение точки в собирающей линзе. Точка расположена на расстоянии $d=2F$ от линзы. Какое будет изображение?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рымкевич А. П., Рымкевич П. А. Сборник задач по физике. М.: Просвещение, 1984, 192 с.

2. Тульчинский М. Е. Качественные задачи по физике. М.: Просвещение, 1972, 240 с.

3. Рогачев Н. М. Задачи по физике для поступающих в вуз. — Самара: Авиатор, 1993, 52 с

4. Рогачев Н. М. Типовые задания для подготовки к вступительному экзамену по физике.—Самара, СГАУ, 1994, 44 с.

5. Пособие по физике для поступающих в СГАУ. Части 1 и 2 /Андриянова С. Н., Карханина Г. И., Рогачев Н. М., Федосов А. И., Федосова Л. И. — Самара, СГАУ, 1995, 320 с.

6. Карханина Г. И., Крюкова Л. А. Механика. Методические указания. Куйбышев, КуАИ, 1990, 35 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Рогачев Николай Михайлович,
Карханина Галина Ивановна

ЗАДАНИЯ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ СЛУШАТЕЛЕЙ
ЗАОЧНЫХ ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ КУРСОВ СГАУ

**Механика. Молекулярная физика.
Основы термодинамики.**

Корректор Т. Н. Щелокова

Сдано в набор 4.01.95 г. Подписано к печати 20.06.95 г.
Формат 60×84 1/16. Бумага писчая.
Гарнитура литературная. Печать высокая.
Усл. печ. л. 3,8. Усл. кр.-отт. 3,9. Уч.-изд. л. 4,1.
Тираж 1000 экз. Заказ 163. Арт. С-11/95.

Самарский государственный аэрокосмический
университет им. академика С. П. Королева
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Издательство Самарского государственного
аэрокосмического университета,
443001 Самара, ул. Ульяновская, 18.