

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

**ВЫБОР**  
**НОМИНАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ**  
**И РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА**  
**ДВУХСТУПЕНЧАТОЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ**

*Методические указания*

Составители: В.М. Белоконов, И.В. Белоконов.

УДК 629.78.015.072.44

**Выбор номинальной программы управления и расчет траектории полета двухступенчатой ракеты-носителя: Метод. указания / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Сост. В.М. Белоконов, И.В. Белоконов. Самара, 1999. 22 с.**

Указания содержат рекомендации к выполнению лабораторной работы №4 по курсу "Динамика полета летательных аппаратов", которая предполагает широкое использование ПЭВМ типа IBM PC в диалоговом режиме для выбора номинальной программы управления всеми ступенями ракеты-носителя и расчета оптимальной траектории полета из условия обеспечения требуемых конечных параметров движения и выведения на орбиту максимальной полезной нагрузки.

Они могут использоваться в курсовом проектировании по дисциплине "Динамика полета ЛА", а также в дипломном проектировании. Подготовлены на кафедре "Динамика полета и системы управления".

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного университета им. академика С.П. Королёва.

Рецензент доц., к.т.н. В.Д. Еленев

## Условные обозначения

$T$	Абсолютная температура воздуха
$p_0, p$	Атмосферное давление на поверхности Земли и в текущей точке траектории РН
$t_{ki}, t$	Время окончания активного участка $i$ -й ступени и текущее время полета
$H_0$	Высота орбиты выведения
$x_c, y_c, z_c$	Координаты центра масс ЛА в стартовой системе координат
$X_a, Y_a, Y_a^\alpha$	Лобовое сопротивление, подъемная сила, коэффициент наклона подъемной силы по углу атаки
$p_M$	Нагрузка на мидель
$m_0, m$	Начальная и текущая масса первой ступени РН
$n_{01}$	Начальная тяговооруженность первой ступени РН
$\kappa$	Отношение коэффициентов удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме
$Z_i$	Отношение масс (число Циолковского) $i$ -й ступени
$\rho$	Плотность атмосферы
$S_M$	Площадь миделевого сечения
$n_{xk}, n_{yk}$	Проекции вектора перегрузки соответственно на оси $OX_k$ и $OY_k$ траекторной системы координат
$\dot{m}$	Секундный расход массы при работе двигателей
$q$	Скоростной напор
$V$	Скорость полета
$\theta_{ki}, \theta$	Соответственно конечный угол наклона траектории $i$ -й ступени и текущий угол наклона траектории
$t_1, t_2$	Соответственно моменты времени окончания вертикального участка полета и участка начального разворота
$R_3$	Средний радиус Земли
$\lambda$	Степень высотности сопла двигательной установки 1-й ступени
$P_0, P_n, P$	Тяги двигателей соответственно на поверхности Земли, в вакууме и в текущий момент времени

$\delta$	Угловая дальность РН
$\alpha$	Угол атаки
$R$	Удельная газовая постоянная
$P_{уд\ 01}$	Удельная тяга двигателей 1-й ступени на поверхности Земли
$P_{уд\ i}$	Удельная тяга двигателей $i$ -й ступени в вакууме
$g_0$	Ускорение от силы притяжения на поверхности Земли
$M$	Число Маха

**Цель работы:** углубленное изучение вопросов проектирования оптимальной траектории двухступенчатой ракеты-носителя и выбора номинальной программы управления на атмосферном и внеатмосферном участках траектории, развитие навыков использования ПЭВМ для решения краевых задач выведения на орбиту максимальной полезной нагрузки.

## **Порядок выполнения работы**

1. Ознакомление с физической и математической постановками задачи.
2. Изучение методов решения одно- и двухпараметрических краевых задач.
3. Подготовка исходных данных к расчету траектории на ПЭВМ.
4. Определение оптимального конечного угла наклона траектории первой (атмосферной) ступени носителя из условия достижения максимальной конечной скорости запуска на орбиту.
5. Расчет номинальной траектории полета 1-й ступени носителя.
6. Определение оптимальной программы управления второй (внеатмосферной) ступени носителя и решение трехпараметрической краевой задачи выведения на орбиту максимальной полезной нагрузки.
7. Анализ результатов расчетов и выполнение параметрических исследований в рамках учебной группы для заданного диапазона высот и наклонений круговых орбит.
8. Оформление отчета по лабораторной работе.
9. Сдача зачета по лабораторной работе по программе контроля на ПЭВМ.

Продолжительность лабораторной работы составляет 4 часа: первые два часа отводятся на выполнение п.п. 1-6, вторые два часа - на выполнение п.п. 7-9.

## **Физическая и математическая постановки задачи**

Рассматривается активное движение 1-й и 2-й ступеней ракеты-носителя при заданной системе проектных параметров.

Движение 1-й (атмосферной) ступени рассматривается в вертикальной плоскости относительно стартовой системы координат при следующих допущениях:

1) не учитываются (ввиду малости) переносная и кориолисова силы инерции, вызванные вращением Земли;

2) поле силы тяжести принимается однородным и плоскопараллельным ( $g = g_0 = \text{const}$ );

3) секундный расход топлива принимается постоянным и максимальным (тяга не дросселируется, имеется регулятор подачи топлива);

4) углы атаки малые, принимается  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ .

Система дифференциальных уравнений движения в проекциях на оси траекторной системы координат с учетом принятых допущений имеет вид

$$\begin{cases} \dot{V} = g_0(n_{xk} - \sin \theta), \\ \dot{\theta} = \frac{g_0}{V}(n_{yk} - \cos \theta), \\ \dot{x}_c = V \cos \theta, \\ \dot{y}_c = V \sin \theta, \\ \dot{p} = -\frac{g_0 p}{RT} \dot{y}_c, \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Начальные условия} \\ V_0 = 0, \\ \theta_0 = 90^\circ, \\ x_{c0} = 0, \\ y_{c0} = 0, \\ p_0 = 101,360 \text{ кН / м}^2, \end{array} \quad (1)$$

где

$$n_{xk} = \frac{P - X_a}{mg_0} = \frac{n_{01} \left[ \lambda - (\lambda - 1) \frac{p}{p_0} \right] - \frac{1}{g_0 p_m} C_{xa} q}{1 - \frac{n_{01}}{P_{уд01}} g_0 t};$$

$$n_{yk} = \frac{P\alpha + Y_a^\alpha}{mg_0} = \frac{n_{01} \left[ \lambda - (\lambda - 1) \frac{p}{p_0} \right] - \frac{1}{g_0 p_m} C_{ya}^{\alpha^2} q}{1 - \frac{n_{01}}{P_{уд01}} g_0 t} \alpha^2,$$

$$m = m_0 - \dot{m}_1 t,$$

$$P = P_{n1} - (P_{n1} - P_{01}) \frac{P(y)}{P_0},$$

$$X_a = C_{xa}(M)qS_M, \quad Y_a = \alpha^\circ C_{ya}^{\alpha^\circ}(M)qS_M,$$

$$q = \frac{\rho V^2}{2} = \frac{\kappa}{2} \rho M^2, \quad M = \frac{V}{a},$$

$$a = \sqrt{\kappa RT} = 19,75\sqrt{T}, \quad \kappa = 1,405,$$

$$R = 287,05 \text{ м}^2 / \text{с}^2 \text{ град},$$

$\alpha(t)$  – программа управления углом атаки,

$$t_{k1} = \frac{z_1 - 1}{z_1} \frac{P_{уд01}}{n_{01}g_0}.$$

При выборе программы номинального управления углом атаки 1-й ступени необходимо обеспечить в конце активного участка при полном выгорании топлива ступеней выведение полезной нагрузки на опорную орбиту с минимальными энергетическими затратами.

При этом необходимо учесть большое количество ограничений, обусловленных требованиями старта, аэродинамикой, прочностью конструкции и возможностями системы управления. Их выполнение вынуждает разделить траекторию 1-й ступени на 3 участка (рис. 1) и принять жесткую структуру управления:

⇒ стартовый вертикальный участок 0-1, обеспечивающий разгон ЛА до скорости  $V_1 \cong 50 \text{ М/с}$ , при которой становятся эффективными органы управления (программа управления  $\alpha = 0$ );

⇒ начальный участок разворота 1-2, завершающийся достижением докритической скорости  $V_2 \cong 270 \text{ М/с}$  ( $M \cong 0,8$ ), на котором допускается ненулевой угол атаки (программа управления углом атаки  $\alpha = (t)$ );

⇒ участок гравитационного разворота 2-3 до момента  $t_{k1}$  полного выгорания топлива первой ступени, на протяжении которого ЛА разгоняется до гиперзвуковых скоростей, преодолевая плотные слои атмосферы с минимальным лобовым сопротивлением (программа управления  $\alpha = 0$ ).

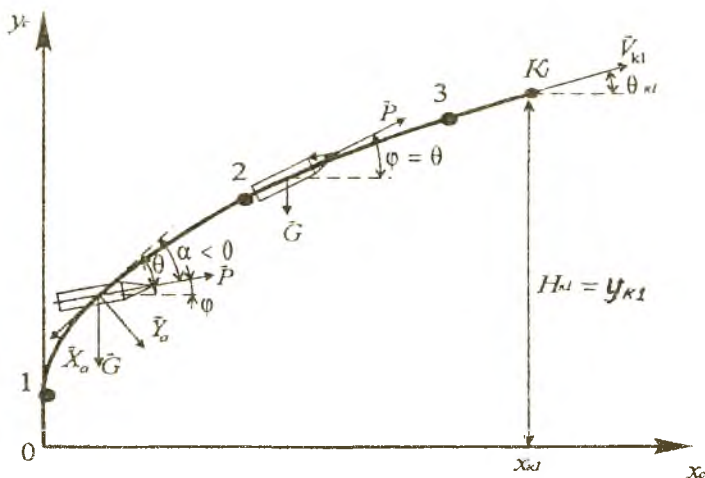


Рис. 1. Основные участки траектории первой ступени

Программа изменения угла атаки на участке начального разворота принята в виде непрерывной функции (рис. 2):

$$\alpha(t) = -|\alpha_m| \sin^2 \left[ \frac{\pi(t - t_1)}{(t - t_1) + 0,25(t_2 - t)} \right], \quad (2)$$

неизвестным параметром которой является максимальное по модулю значение угла атаки  $|\alpha_m|$ .

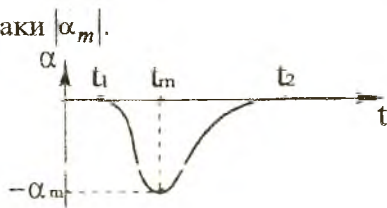


Рис. 2. Программа изменения угла атаки

Из набора траекторных параметров, определяющих движение ЛА в конце работы первой ступени, наиболее важным является угол наклона траектории  $\theta_{kl}$ , удачный выбор которого в конечном итоге определяет оптимальность всего процесса выведения ЛА на требуемую орбиту.



Задача определения программы управления 1-й ступенью сводится к однопараметрической краевой задаче: найти  $|\alpha_m|^*$ , обеспечивающий в момент окончания работы 1-й ступени  $t_{k1}$  заданный угол наклона траектории  $\theta_{k1}^*$ . Математически это можно трактовать как решение уравнения (3) относительно  $\alpha_m$ :

$$\theta_{k1}(\alpha_m) = \theta_{k1}^*, \quad (3)$$

в котором функциональная зависимость задается в неявном виде через решение системы дифференциальных уравнений (1).

Для решения уравнения (3) используется метод аппроксимирующих полиномов, идея которого состоит в аппроксимации неизвестной зависимости  $\theta_{k1}(\alpha_m)$  полиномом 2-го порядка, построенным в окрестности искомого решения  $\alpha_m^*$ . Метод решения уравнения (3) подробно изложен в [1].

Математическое моделирование движения 1-й ступени и выбор программы управления (параметра  $\alpha_m^*$ ) осуществляется на ПЭВМ по программе ROCKET1.EXE, находящейся в каталоге F:\KURS PRO. Программа имеет удобный интерфейс для осуществления работы в диалоговом режиме, который не требует подробного описания.

**Движение второй (внеатмосферной) ступени** рассматривается также в относительной стартовой системе координат (рис. 3) при следующих допущениях:

⇒ пренебрегаем аэродинамическими силами, малыми для высот более 50 км и инерционными силами, обусловленными вращением Земли;

⇒ принимаем, что гравитационное ускорение изменяется по линейному закону, учитывая небольшие высоты выведения по сравнению с радиусом Земли;

⇒ секундный расход топлива принимается постоянным.

Система дифференциальных уравнений движения в проекциях на оси стартовой системы координат с учетом принятых допущений имеет вид

$$\begin{cases} \dot{u} = p \cos \varphi - v^2 x, \\ \dot{w} = p \sin \varphi - g_0 + 2v^2 y, \\ \dot{x} = u, \quad \dot{y} = w, \end{cases} \quad (4)$$

где  $u, w, x, y$  - проекции скорости и координаты относительно стартовой системы координат;

$$P = \frac{\dot{P}}{m} = \frac{n_0 g_0}{1 - \beta t} - \text{ускорение силы тяги};$$

$$\beta = \frac{\dot{m}}{m} = \frac{n_0 g_0}{P_{удп}} - \text{относительный секундный расход топлива};$$

$$v^2 = g_0 / R - \text{постоянное положительное число};$$

$\varphi$  - угол тангажа в стартовой системе координат (в бортовой инерциальной системе координат, используемой для выработки команд системой управления).

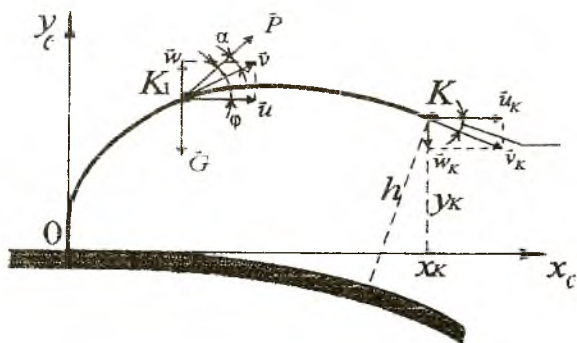


Рис. 3. Схема движения верхней ступени носителя

Начальные условия движения 2-й ступени выражаются через параметры, полученные в конце траектории первой ступени:

$$u_0 = V_{k1} \cos \theta_{k1}, w_0 = V_{k1} \sin \theta_{k1}, x_0 = x_{k1}, y_0 = y_{k1}. \quad (5)$$

В качестве приближенно-оптимальной программы угла тангажа примем программу, полученную из решения вариационной задачи движения верхней ступени по критерию максимальной конечной скорости [2]:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 + Bt, \quad (6)$$

где  $\varphi_0$  - начальный угол тангажа;

$B$  - скорость изменения тангенса угла тангажа.

Моделирование движения 2-й ступени осуществляется численным интегрированием методом Рунге-Кутты 4-го порядка системы дифференциальных уравнений (4) при начальных условиях (5) и программе угла тангажа (6). Конечные параметры движения второй ступени вычисляются через координаты и проекции скорости относительно стартовой системы координат по формулам

$$\begin{aligned} H_{k2} &= y_{k2} + \frac{x_{k2}^2}{2R}, \quad \text{tg} \delta_{k2} = \frac{x_{k2}}{R + y_{k2}}, \\ \theta_{k2} &= \delta_{k2} + \arctg \frac{w_{k2}}{u_{k2}}, \quad V_{k2} = \sqrt{u_{k2}^2 + w_{k2}^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Неизвестные параметры оптимальной программы угла тангажа  $\varphi_0$  и  $B$  определяются решением двухпараметрической краевой задачи методом Хука-Дживса [3].

Моделирование движения и решение двухпараметрической краевой задачи выведения на заданную орбиту

$$\begin{cases} H_{k2}(\varphi_0, B) = H_{\text{орб}} \\ \theta_{k2}(\varphi_0, B) = \theta_{\text{орб}} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

осуществляется на ПЭВМ по программе ROCKET2.EXE, также находящейся в каталоге F:\DINPOL\KURS PRO.

Программа имеет удобный интерфейс для осуществления работы в диалоговом режиме, который не требует пояснения после вызова программы.

## Исходные данные

Основными исходными данными при выборе номинальных программ управления 1-й и 2-й ступеней носителя являются:

- ♦ система проектных параметров 1-й ступени (начальная масса  $m_1$ , отношение масс  $z_1$ , начальная тяговооруженность на уровне моря  $n_{01} = P_{01} / m_1 g_0$ , удельная тяга на уровне моря  $P_{уд01}$ , степень высоты сопла  $\lambda_{01} = P_{уд1} / P_{уд01}$ , нагрузка на мидель  $p_{м1} = m_1 / S_{м}$ );
- ♦ аэродинамические характеристики 1-й ступени (коэффициент лобового сопротивления  $C_{xa}(M)$  при  $H = 10$  км,  $\alpha \cong 0$  для диапазона чисел Маха  $M = 0 \dots 5$  с шагом 0,2;  $C_{ya}^{\alpha}$  - среднее значение произ-

водной от коэффициента подъемной силы по углу атаки на интервале чисел Маха  $M = 0...0,8$  в 1/град);

- ♦ система проектных параметров 2-й ступени (начальная масса  $m_2$ , номинальная масса полезной нагрузки  $m_{\text{пн}}$ , коэффициент наполнения топливом  $a_2 = m_{\text{т2}}/m_2$ , удельная тяга в вакууме  $P_{\text{удт2}}$ , время работы двигателя  $t_{k2}$ );

- ♦ характеристики, определяющие опорную орбиту (высота круговой орбиты выведения  $H_0$ , наклонение орбиты  $i$ , географическая широта пункта старта (космодрома)  $\varphi_{\text{ст}}$ ) (табл. 1).

### Пример задания исходных данных для двухступенчатого носителя типа “Энергия”

#### 1 ступень:

$$m_1 = 2400 \text{ т}; \quad z_1 = 2,674; \quad n_{01} = 1,480; \quad P_{\text{уд01}} = 2846 \text{ м / с};$$

$$\lambda_1 = 1,090; \quad p_{\text{м1}} = 12,059 \text{ т / м}^2.$$

#### 2 ступень:

$$m_2 = 1046 \text{ т}; \quad a_2 = 0,800; \quad n_{02} = 0,656; \quad P_{\text{уд02}} = 4200 \text{ м / с};$$

$$t_{k2} = 522,3 \text{ с}; \quad m_{\text{т2}} = 837 \text{ т}.$$

Номинальная масса полезной нагрузки:  $m_{\text{пн}} = 105 \text{ т}$ .

Таблица 1

Варианты задания орбиты выведения

№ варианта	1	2	3	4	5	6
$H_0$ , км	185	200	250	300	350	400
$i$ , град	51,5	63,4	$i_{\text{сс}}$	63,4	81	$i_{\text{сс}}$
Космодром	Байконур	Байконур	Байконур	Плесецк	Плесецк	Плесецк
$\varphi_{\text{ст}}$ град	46	46	46	63	63	63

## Выполнение лабораторной работы

1. Определение требуемой конечной скорости выведения в стартовой системе координат. Рассчитываются последовательно:

а) требуемая орбитальная скорость относительно инерциальной системы отсчета для круговой орбиты

$$V_{\text{орб}} = V_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\mu}{R_3 + H_0}};$$

б) скорость движения стартового стола (сообщается носителю вращением Земли)

$$V_{\omega} = \omega_3 R_3 \cos \varphi_{\text{ст}};$$

в) абсолютный азимут запуска

$$A = \arcsin\left(\frac{\cos i}{\cos \varphi_{\text{ст}}}\right);$$

г) требуемая конечная скорость выведения относительно стартовой системы координат

$$V_{k2}^* = \sqrt{V_{\text{орб}}^2 + V_{\omega}^2 - 2V_{\text{орб}}V_{\omega} \sin A}.$$

**2. Выбор начального приближения для конечного угла наклона траектории 1-й ступени  $\theta_{k1}$  и модуля максимального угла атаки  $|\alpha_m|$  на участке начального разворота ракеты производится в следующей последовательности.**

Определяется среднее значение угла  $\theta_{k1(\text{cp})}$  в зависимости от высоты по табл. 2.

Таблица 2

Высота орбиты, км	185	200	250	300	400	500
Угол наклона траектории в конце работы 1-й ступени, град	20	25	28	30	35	40

Для поиска оптимального угла  $\theta_{k1\text{опт}}$  назначается диапазон значений угла  $\theta_{k1}$ :

$$\theta_{k1(\text{min})} = \theta_{k1(\text{cp})} - 5^\circ, \quad \theta_{k1(\text{max})} = \theta_{k1(\text{cp})} + 5^\circ.$$

Для значений  $\theta_{k1(\text{min})}$ ,  $\theta_{k1(\text{cp})}$  и  $\theta_{k1(\text{max})}$  определяют начальные приближения максимальных углов атаки  $|\alpha_{m0}|$  по рис. 10 и 11 [2].

**3. Выполнение многократного сквозного моделирования движения обеих ступеней носителя и выбор оптимальных программ управления ступеней.**

В принятом диапазоне изменения угла  $\theta_{k1}(\theta_{k1(\text{min})} \dots \theta_{k1(\text{max})})$  для каждого назначаемого угла  $\theta_{k1}^*$  осуществляется сквозное моде-

лирование движения обеих ступеней. Сначала выполняется моделирование движения 1-й ступени и решение однопараметрической краевой задачи

$$\theta_{k1}(\alpha_m) = \theta_{k1}^*$$

по программе ROCKET1.EXE. При этом определяется угол атаки  $\alpha_m|_{\text{опт}}$ , обеспечивающий получение назначенного угла  $\theta_{k1}^*$ .

Затем выполняется моделирование движения 2-й ступени и проводится решение двухпараметрической краевой задачи выведения полезной нагрузки на орбиту

$$\begin{cases} H_{k2}(\varphi_0, B) = H_{\text{орб}} \\ \theta_{k2}(\varphi_0, B) = \theta_{\text{орб}} = 0 \end{cases}$$

по программе ROCKET2.EXE. При этом определяются два параметра оптимальной программы выведения 2-й ступени:

$$\varphi_{\text{опт}}(t) = \arctg(\tg\varphi_{0\text{опт}} + B_{\text{опт}} t) -$$

начальный угол тангажа  $\varphi_{0\text{опт}}$  и скорость изменения тангенса угла тангажа  $B_{\text{опт}}$ .

Следует иметь в виду, что конечные параметры движения 1-й ступени пересылаются автоматически на место начальных условий движения 2-й ступени, если программы находятся на диске F:.

Результаты выполнения сквозного моделирования целесообразно заносить в табл.3.

По данным таблицы определяется оптимальное значение конечного угла наклона траектории 1-й ступени с точностью до 0,5 град:

$$\theta_{k1\text{опт}} = \arg \max_{\theta_{k1}^*} V_{k2}.$$

(Для достижения требуемой точности, если это необходимо, выбираются дополнительные варианты значений  $\theta_{k1}^*$ , и выполняется п.3).

Таблица 3

$\theta_{k1}^*$ , град								
$V_{k2}$ , м/с								

4. Для выбранного оптимального значения  $\theta_{k1\text{опт}}$  окончательно рассчитывается по программе ROCKET1.EXE оптимальная программа  $|\alpha_m|_{\text{опт}}$  и траектория 1-й ступени, при этом необходимо получить распечатки экрана (Print Screen) и файла результатов моделирования (Сору); по программе ROCKET2.EXE. оптимальная программа движения 2-й ступени ( $\varphi_{0\text{опт}}$  и  $B_{\text{опт}}$ ), при этом необходимо получить распечатку экрана с графиком  $\varphi_{\text{опт}}(t)$ .

#### 5. Обеспечение требуемой конечной скорости запуска (решение трехпараметрической краевой задачи).

В результате решения двухпараметрической краевой задачи выведения на орбиту при полном выгорании топлива 2-й ступени достигается максимально возможная конечная скорость, которая может не совпадать со скоростью, необходимой для движения по заданной орбите.

Для обеспечения вывода полезной нагрузки с нужной скоростью необходимо сделать пересчет времени движения последней ступени, что эквивалентно изменению запаса топлива. Принимая допущение о том, что в конце работы второй ступени движения ЛА происходит без изменения угла наклона траектории ( $\theta \equiv \theta_{\text{орб}}$ ) и без сопротивления атмосферы, для пересчета скорости применим первую формулу Циолковского.

Находим избыток (недостаток) относительной скорости по сравнению с требуемой  $V_{k2}^*$ :

$$\Delta V = V_{k2\text{max}} - V_{k2}^*.$$

Этот избыток (недостаток) скорости возник из-за излишнего (недостаточного) запаса топлива 2-й ступени. Определим потребный запас топлива и времени работы второй ступени по формулам

$$z'_2 = z_2 \exp(-\Delta V / P_{\text{уд}n2}), \quad a'_2 = \frac{z'_2 - 1}{z'_2},$$

$$m'_{T2} = \frac{z'_2 - 1}{z'_2} m_2, \quad t'_{k2} = \frac{m'_{T2}}{\dot{m}_2}, \quad \dot{m}_2 = \frac{P_{2n}}{P_{\text{уд}n2}}.$$

С новыми значениями проектных параметров второй ступени  $a_2^*$  и  $t_{k2}^*$  необходимо повторить расчет двухпараметрической краевой задачи выведения по программе ROCKET2.EXE.

Таким образом, выведение на заданную орбиту  $(H_{орб}, \theta_{орб})$  с нужной скоростью требует решения трехпараметрической краевой задачи, которая решается на ПЭВМ с заданной степенью точности методом последовательных приближений до тех пор, пока ошибка по скорости выведения не станет менее допустимой:

$$\Delta V = |V_{k2} - V_{k2}^*| \leq \Delta V_{доп}.$$

Для сокращения числа последовательных приближений по приведенному алгоритму в лабораторной работе примем точность решения краевой задачи по обеспечению конечной скорости выведения  $\Delta V_{доп} = 5 \text{ м / с}$ . Результаты расчетов следует заносить в табл. 4.

Таблица 4

№ итерации	Число Циолковского $z_2$	Кoeff. наполнения топливом $a_2$	Масса топлива $m_{T2}, \text{ т}$	Время работы $t_{k2}, \text{ с}$	Параметр закона управления $\Phi_0$	Параметр закона управления $B$	$V_k, \text{ м / с}$	$\Delta V, \text{ м / с}$
0								
1								
2								
...								

Для полученных оптимальных решений  $(z_2, a_2, m_{T2}, t_2)_{опт}$  выполняется окончательный расчет оптимальной программы движения второй ступени  $(\Phi_{0,опт} \text{ и } B_{опт})$  с получением графика  $\Phi_{опт}(t)$  путем копирования информации с экрана монитора. На этом же графике наносится точка, соответствующая истинному углу тангажа  $\vartheta(i)$  с учетом кривизны Земли, рассчитанному по формуле

$$\vartheta(t_{k2}) = \varphi(t_{k2}) + \arctg \frac{x(t_{k2})}{R_3 + y(t_{k2})}.$$



После завершения решения трехпараметрической краевой задачи следует найти оценку массы полезной нагрузки, которая может быть выведена на заданную орбиту, если избыток (недостаток) топлива  $\Delta m_m$  учесть в полезной нагрузке:

$$\Delta m_m = m'_{T2} - m_{T2}, \quad m'_{nn} = m_{nn} - \Delta m_m.$$

7. Поскольку в учебной группе варианты индивидуальных заданий каждому студенту выдаются с различными значениями высоты выведения, наклона орбиты и широтами космодромов, следует найти зависимости массы выводимой полезной нагрузки от этих параметров в виде таб. 5 и графиков (рис. 4), составляемых по индивидуальным результатам студентов группы.

Таблица 5

Широта космодрома $\varphi_{ст}$ , град	Наклонение орбиты $i$ , град	Высота выведения, км					
		185	200	250	300	350	400
Байконур $\varphi_{ст} = 46^\circ$	$i = 51^\circ$ $i = 63,4^\circ$ $i = i_{cc}$						
Плесецк $\varphi_{ст} = 63^\circ$	$i = 63,4^\circ$ $i = 81^\circ$ $i = i_{cc}$						

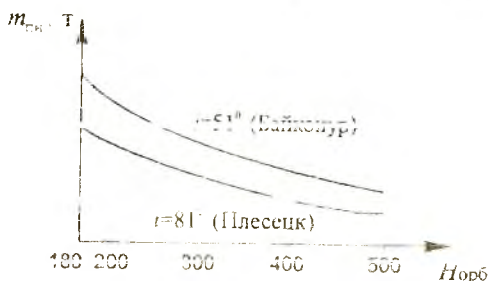


Рис. 4. Зависимость массы полезной нагрузки от высоты выведения  $H_{orb}$ , наклона орбиты и космодрома

## **Анализ полученных результатов решения и формулировка основных выводов по работе**

При анализе необходимо:

- а) установить максимальные значения продольной и поперечной перегрузок при движении 1-й ступени, связать время их появления с программой управления углом атаки;
- б) определить максимальный скоростной напор, момент времени и высоту, при которых он достигается;
- в) определить параметры движения, которые приобретает ЛА после завершения работы 1-й ступени;
- г) привести параметры номинальных программ управления 1-й и 2-й ступеней;
- д) определить зависимости массы выводимой полезной нагрузки носителя от высоты выведения, наклона орбиты и широты космодрома.

## **Оформление отчета**

Отчет по лабораторной работе оформляется на специальном бланке с заполнением всех его разделов.

### **Постановка задачи**

Формулируется цель работы, кратко описывается физическая постановка задачи, сопровождаемая графической иллюстрацией траекторий 1-й и 2-й ступеней носителя в стартовой системе координат с указанием участков траекторий, характерных углов и действующих сил.

### **Законы управления**

Кратко описываются приближенно-оптимальные законы управления углом атаки для 1-й ступени и углом тангажа для 2-й ступени. Приводятся формулировки однопараметрической краевой задачи для 1-й ступени и двухпараметрической краевой задачи для 2-й ступени.

### **Ход выполнения работы**

Кратко описывается ход выполнения работы в соответствии с п.п. 1-7 данной инструкции. Графическое представление результатов. Для 1-й ступени: принтерная копия экрана результатов моделирования 1-й ступени и распечатка файла результатов. Для 2-й ступени - распечатка файла результатов решения двухпараметрической краевой задачи с графиком угла тангажа.

### **Выводы**

Дается анализ полученных результатов и делается краткое заключение по выполненной работе, включающее физическое объяснение характера полученных зависимостей.

## Вопросы к зачету

1. Основные траекторные параметры движения РН, характерные углы, проектные параметры РН, используемые в постановке задачи.

2. Основные силы, действующие на первую ступень носителя и их математическое описание.

3. Понятие перегрузки, запись проекций перегрузок на оси траекторной системы координат.

4. Основные участки траектории движения первой ступени носителя и их характеристика.

5. Номинальный закон управления углом атаки и формулировка однопараметрической краевой задачи.

6. В какие моменты времени достигаются максимальные продольная и поперечная перегрузки?

7. На какой высоте полета достигается максимум скоростного напора?

8. Оптимальный закон управления второй ступенью и формулировка двухпараметрической краевой задачи выведения на орбиту.

9. Какое влияние оказывает на массу полезной нагрузки высота выведения на опорную орбиту, широта космодрома, наклонение орбиты?

10. В чем отличие угла тангажа, определенного в стартовой системе и используемого системой управления РН, от истинного угла тангажа, характеризующего ориентацию связанной системы координат относительно нормальной земной системы координат?

## Список литературы

1. Выбор номинальной программы управления и расчет траектории движения первой ступени ЛА: Метод. указания / Куйбышев. авиац. ин-т; Сост. Белоконов В.М., Белоконов И.В. Куйбышев, 1990. 20 с.
2. Белоконов В.М., Вьюжанин В.А. Расчет летных характеристик летательных аппаратов с применением ЭВМ. Самара: СГАУ, 1993. 68 с.
3. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М. : Мир, 1975. 534 с.

Учебное издание

**ВЫБОР НОМИНАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ  
И РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА ДВУХСТУПЕНЧАТОЙ  
РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ**

Составители: **Белоконов Виталий Михайлович**  
**Белоконов Игорь Витальевич**

Редактор **Л. Я. Чегодаева**  
Техн. редактор **Г. А. Усачева**  
Корректор **Т. И. Щелокова**

Подписано в печать 21.12.99 г. Формат 60x84 1/16.  
Бумага газетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 1,39. Усл. кр.-отт. 1,51. Уч.-изд.л. 1,5.  
Тираж 100 экз. Заказ 794. Арт. С - 20 мр/99.

Самарский государственный аэрокосмический  
университет им. академика С. П. Королева.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

ИПО Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443001 Самара, ул. Молодогвардейская, 151.