

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт им. С.П.Королева

И.С.АХМЕДЬЯНОВ, Л.М.САВЕЛЬЕВ

НАГРУЗКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Учебное пособие
по курсу "Расчет летательных аппаратов на прочность"

Куйбышев, 1979

В пособии рассматриваются нагрузки, действующие на летательные аппараты. Выведены формулы для вычисления продольных и поперечных перегрузок. Дается распределение аэродинамических и массовых нагрузок по длине корпуса летательного аппарата. Исследуется вопрос о вычислении усилий взаимодействия между топливом и стенками бака. Определяются внутренние силовые факторы в сечениях летательного аппарата. Дается схема построения эпюр продольных и поперечных сил и изгибающих моментов.

Пособие рассчитано на студентов дневного отделения, обучающихся по специальности "Производство летательных аппаратов". Оно частично может быть использовано и студентами вечернего отделения той же специальности.

Рис. 28. Библ. 8 назв.

Темплан 1979 г., поз. 2145.

Рецензент - доцент МАИ А.Н. Андреев

Утверждено редакционным
советом института
17.II.78 г.

О Г Л А В Л Е Н И Е

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
I. Нагружение летательного аппарата. Расчетные случаи. . .	5
I.1. Силы, действующие на летательный аппарат в полете. . .	5
I.2. Расчетные случаи. Коэффициент безопасности	9
II. Распределенные нагрузки и сосредоточенные силы, действующие на корпус летательного аппарата.	II
2.1. Распределение аэродинамических нагрузок по длине корпуса летательного аппарата	II
2.2. Усилия взаимодействия между грузом и корпусом летательного аппарата. Понятие о перегрузке	19
2.3. Связь между составляющими перегрузки в связанной и скоростной системах координат. Выражение перегрузок через кинематические параметры движения летательного аппарата	26
2.4. Определение перегрузок при старте летательного аппарата с пусковой установки	29
2.5. Распределение давления в топливном баке при поступательном движении летательного аппарата.	37
2.6. Нагружение корпуса летательного аппарата на участке несущего бака	40
2.7. Нагрузки, передающиеся на корпус летательного аппарата со стороны днищ баков	43
III. Вычисление внутренних усилий в сечениях корпуса летательного аппарата	48
3.1. Определение продольной силы в произвольном сечении летательного аппарата	48
3.2. Определение перерезывающей силы	58
3.3. Определение изгибающего момента	63
ЛИТЕРАТУРА	69

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие посвящено определению нагрузок на корпус летательного аппарата и расчету внутренних силовых факторов в его поперечных сечениях. Особое внимание уделяется тем вопросам, которые не нашли должного освещения в имеющейся учебной литературе, в частности, анализу нагружения корпуса на участке несущих топливных баков. Вместе с тем в пособии совсем не затрагиваются такие вопросы, как расчет нагрузок на крыло, расчет нагрева конструкции летательного аппарата и т.д. Их изложение можно найти в существующей учебной литературе по расчету на прочность летательных аппаратов, список которой приведен в конце пособия.

I. НАГРУЖЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА. РАСЧЕТНЫЕ СЛУЧАИ

I.1. Силы, действующие на летательный аппарат в полете

Все силы, действующие на летательный аппарат, можно разделить на поверхностные и объемные. К поверхностным относятся силы, распределенные по поверхности корпуса летательного аппарата (аэродинамические нагрузки, тяга двигателя и т.п.). К объемным относятся сила тяжести и инерционные силы, распределенные по всему объему конструкции.

По характеру изменения во времени внешние силы можно условно отнести либо к статическим, либо к динамическим. Нагружение считается статическим, если время приложения сил велико по сравнению с некоторым характерным для данной конструкции временем. В качестве такого характерного времени принимают период собственных упругих колебаний конструкции по какому-либо тону. Если время приложения нагрузки сравнимо с этим характерным временем, то ее следует рассматривать как динамическую. Примером динамического нагружения является изменение силы тяги в период запуска и выключения двигателя; в качестве примера статических действующих сил можно указать на силу тяжести или на изменение силы тяги с высотой полета. В настоящем пособии всюду будем предполагать, что силы прикладываются статическим образом; учет динамичности нагрузок составляет предмет специального раздела курса "Расчет летательных аппаратов на прочность".

Сила тяжести, давление наддува в баках, сила тяги являются постоянно действующими факторами. Их номинальные значения мало изменяются от одного экземпляра летательного аппарата к другому. В связи с этим они берутся за основу при расчете параметров идеального, "невозмущенного" движения летательного аппарата. Поэтому эти силы часто называют "программными". Всякое отклонение действительных внешних сил от их программных значений относят к категории "возмущающих" сил или просто возмущений. Последние по своей природе являются случайными функциями времени; в качестве примеров можно указать на разброс тяги двигателей, действие на

летательный аппарат порывов ветра и т.п.

Для расчета силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях корпуса летательного аппарата, следует определить такие внешние силы, как сила тяжести, сила тяги и аэродинамические силы. Кроме того, как это будет видно из дальнейшего, необходимо располагать значениями давления жидкости и наддува в топливных баках.

Начнем с определения силы тяжести, ограничившись случаем, когда летательный аппарат движется вблизи Земли и, следовательно, притяжением со стороны других планет можно пренебречь. Тогда сила тяжести, действующей на летательный аппарат, определится по формуле

$$G = mg.$$

Здесь m - масса летательного аппарата в рассматриваемый момент времени, g - ускорение силы тяжести на высоте полета h :

$$m = m_0 - \int_0^t \dot{m} dt,$$

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2,$$

где m_0 - начальная масса летательного аппарата (масса в момент старта), $\dot{m} = \left| \frac{dm}{dt} \right|$ - массовый расход топлива, g_0 - ускорение силы тяжести на поверхности Земли, $R = 6371$ км - радиус Земли.

В большинстве случаев при расчетах конструкции летательного аппарата на прочность можно с достаточной степенью точности считать

$$g = g_0 = 9,81 \text{ м/сек}^2.$$

Перейдем далее к определению силы тяги двигателя P , являющейся по своей природе поверхностной силой. Как известно из теории реактивных двигателей, тяга двигателя P может быть выражена формулой

$$P = \dot{m} \omega + (\rho_a - \rho_h) S_a,$$

где ω - скорость истечения продуктов сгорания из сопла, ρ_a -

давление газов на срезе сопла, P_h - атмосферное давление на данной высоте, S_a - площадь выходного сечения сопла. Если положить $P_h = P_o$, где P_o - атмосферное давление у поверхности Земли, то получим стендовое значение тяги P_o :

$$P_o = \dot{m} \omega + (p_a - p_o) S_a.$$

Определив отсюда $\dot{m} \omega$, можно выразить величину тяги на любой высоте через ее стендовое значение:

$$P = P_o + (p_o - p_h) S_a.$$

Рассмотрим, наконец, аэродинамические силы. Их равнодействующая (полная аэродинамическая сила) R_a определяется формулой

$$R_a = c_R q S,$$

где c_R - коэффициент полной аэродинамической силы, $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ - скоростной напор (ρ - плотность воздуха, V - скорость полета), S - некоторая характерная площадь (например, площадь миделя корпуса или площадь крыла).

Плотность воздуха ρ значительно уменьшается с высотой, поэтому аэродинамические силы могут играть существенную роль только в приземном слое атмосферы толщиной около 20-30 км (в так называемом плотном слое атмосферы). При расчете траекторий пользуются некоторыми осредненными зависимостями плотности воздуха от высоты, которые представляются в виде таблиц стандартной атмосферы (ГОСТ 4401-64). В расчетах на прочность можно пользоваться приближенной зависимостью

$$\rho = \rho_o e^{-\beta h},$$

где $\rho_o = 1,225 \text{ кг/м}^3 = 0,1249 \text{ кг}\cdot\text{сек}^2/\text{м}^4$; $\beta = 1,41 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}$

Действие ветра на летательный аппарат в полете в основном сводится к изменению величины и направления вектора его скорости. Скорость ветра зависит от географической широты места старта, времени года и даже суток, но главным образом от высоты полета. Исследования атмосферы показывают, что во многих районах Земли

в некоторые времена года на определенных высотах возникают установившиеся воздушные течения большой протяженности; их ширина достигает 600 км, а скорости доходят до 70–100 м/сек. Кроме того, в атмосфере существуют местные вихревые течения небольшой протяженности, которые называют порывами ветра. Порывы ветра одинаковой интенсивности равновероятны в любом направлении (скажем, горизонтальном и вертикальном). Поэтому при расчетах летательных аппаратов на прочность принимают, что порывы ветра действуют перпендикулярно вектору скорости, ибо при этом нагрузки на летательный аппарат оказываются наибольшими. Данные по определению величины порывов ветра можно найти в [1, 3].

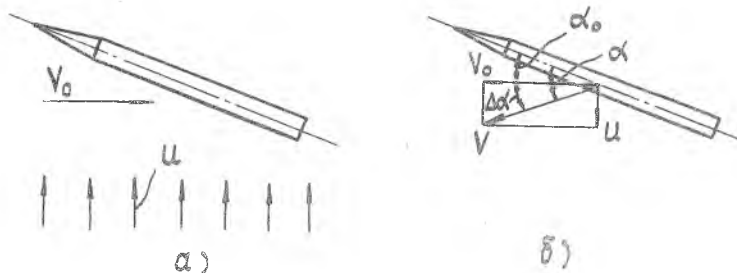


Рис. I.I. Изменение угла атаки при действии на летательный аппарат порыва ветра

На рис. I.Ia показано действие порыва ветра, имеющего скорость u , на летательный аппарат, который совершает движение по плоской траектории со скоростью V_0 . Складывая векторы V_0 и u , получим результирующий вектор V (рис. I.Iб). С осью летательного аппарата этот вектор составит угол $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$, где α_0 — угол атаки при полете в спокойном воздухе. Дополнительный угол атаки $\Delta\alpha$ зависит от скорости ветра и при $u \ll V_0$ может быть определен по формуле

$$\Delta\alpha = \frac{u}{V_0}$$

Такое возрастание угла атаки влечет за собой появление дополнительной подъемной силы, что необходимо учитывать в расчете. Что касается самой величины скорости, то ее изменение обычно невелико, и поэтому можно принять $V = V_0$.

1.2. Расчетные случаи. Коэффициент безопасности

Для выполнения прочностных расчетов конструкции летательного аппарата в первую очередь определяют силы, действующие на летательный аппарат в целом и на его отдельные силовые элементы. Затем производится либо подбор размеров элементов конструкции (проектировочный расчет), либо проверка их на прочность и устойчивость (проверочный расчет).

Каждый силовой элемент (узел) конструкции должен обладать достаточной прочностью и жесткостью в любой момент времени. Так как выполнение расчетов на прочность для всех моментов времени невозможно, то естественно попытаться найти такие характерные моменты, когда данный узел нагружается сильнее всего, и в дальнейшем произвести расчеты лишь для этих моментов. Такие моменты времени называются расчетными случаями для рассматриваемого узла.

Определение расчетных случаев представляет собой сложную задачу. Однако для некоторых узлов расчетные случаи можно указать сразу. Так, для узла крепления парашюта на спускаемом аппарате расчетным случаем нагружения является рывок парашюта при его раскрытии; для рамы крепления двигателя расчетным случаем будет момент выхода двигателя на режим и т.д. Кроме того, существуют случаи нагружения, являющиеся расчетными одновременно для многих узлов и определяющие поэтому прочность летательного аппарата в целом (например, старт летательного аппарата, действие порыва ветра при полете с максимальным скоростным напором и т.д.). Выявление всех расчетных случаев основывается на опыте проектирования изделий, и при создании новых типов летательных аппаратов оно требует специальной проработки [3].

В каждом расчетном случае определяются аэродинамические нагрузки и распределение температуры. Затем вычисляются силы и моменты, действующие в характерных сечениях. Полученные при этом значения усилий называются эксплуатационными и обозначаются через $N^э$, $Q^э$, $M^э$ и т.д.

В самолето- и ракетостроении принят метод расчета на прочность по разрушающим нагрузкам. Суть его заключается в том, что расчет производится на так называемые расчетные нагрузки $N^р$, $Q^р$, $M^р$ и т.д. Последние получаются путем умножения эксплуатационных нагрузок на некоторый коэффициент f , называемый коэффициентом безопасности:

$$N^p = f N^3, \quad Q^p = f Q^3, \quad M^p = f M^3. \quad \text{и т.д.}$$

Летательный аппарат проектируется таким образом, чтобы его конструкция могла без разрушения выдержать эти расчетные нагрузки. Если, например, на некоторый узел действует эксплуатационная сила P^3 , то ее расчетное значение будет $P^p = f P^3$. Для правильно спроектированной конструкции разрушающая сила $P_{пред}$, при которой происходит фактическое разрушение рассматриваемого узла, должна равняться или несколько превышать P^p .

Отношение

$$\eta = \frac{P_{пред}}{P^p}$$

характеризует избыток прочности узла и называется запасом прочности. Наиболее приемлемыми являются значения η в пределах от 1,0 до 1,1. Отклонение η от указанных величин означает, что конструкция перетяжелена либо является недостаточно прочной.

Для успешного выполнения летательным аппаратом своего назначения необходимо, чтобы при действии на него фактических, т.е. эксплуатационных нагрузок в конструкции не появлялось заметных остаточных деформаций. Кроме того, всегда имеется вероятность появления каких-то неучтенных в расчете особых обстоятельств, которые могут привести к возрастанию (по сравнению с расчетными значениями) нагрузок или к снижению несущей способности конструкций. Эти обстоятельства объясняют необходимость введения коэффициента безопасности в прочностные расчеты.

При выборе величины коэффициента безопасности учитываются многие факторы (вероятность появления данного расчетного случая, возможные последствия разрушения того или иного узла и т.д.). Для пилотируемых летательных аппаратов многократного действия коэффициент безопасности принимают равным $f = 1,5 + 2,0$; для беспилотных аппаратов одноразового действия его значения снижаются до $f = 1,2 + 1,3$.

II. РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ НАГРУЗКИ И СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА КОРПУС ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

2.1. Распределение аэродинамических нагрузок по длине корпуса летательного аппарата

Для расчета прочности корпуса летательного аппарата необходимо иметь закон распределения аэродинамических нагрузок по его длине.

На рис. 2.1. показаны составляющие полной аэродинамической силы в связанной системе координат X, Y, z при плоском движении летательного аппарата. Здесь X - продольная, а Y - поперечная (нормальная к оси аппарата) аэродинамические силы.

При полете со сверхзвуковой скоростью при больших значениях числа Маха M можно выполнить приближенный расчет аэродинамических сил, если воспользоваться теорией Ньютона. В соответствии с этой теорией аэродинамическое давление p на поверхность тела определяется соотношением

$$p = 2q \left(\frac{V_n}{V} \right)^2, \quad (2.1)$$

где $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ - скоростной напор, V - скорость набегающего потока, V_n - нормальная к поверхности тела составляющая скорости V .

Рассмотрим тело вращения, которое обтекается потоком воздуха с углом атаки α (рис. 2.2). На расстоянии ξ от носка выделим участок тела длиной $d\xi$. Угол между касательной к образующей тела и осью вращения обозначим через β . В поперечном сечении положение произвольной точки поверхности будем характеризовать углом φ , отсчитываемым от оси Y .

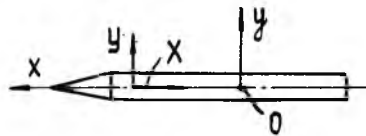


Рис. 2.1. Составляющие полной аэродинамической силы в связанных осях координат

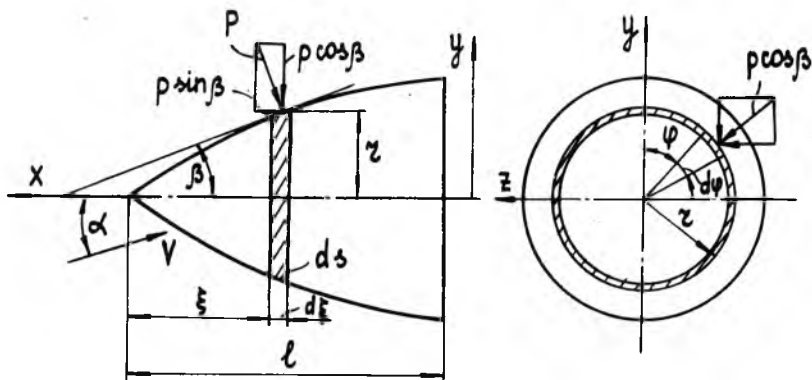


Рис. 2.2. Тело вращения в потоке воздуха

Можно показать, что проекция вектора скорости V на нормаль к поверхности в произвольной точке равна

$$V_n = V(\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha \cos \varphi).$$

Ограничиваясь случаем, когда углы α и β малы, придадим этой формуле более простой вид

$$V_n = V(\beta - \alpha \cos \varphi).$$

На основании (2.1) имеем отсюда

$$p = 2q(\beta - \alpha \cos \varphi)^2$$

Последнее соотношение можно представить в форме

$$p = p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi, \quad (2.2)$$

где

$$p_0 = (2\beta^2 + \alpha^2)q, \quad p_1 = -4\alpha\beta q, \quad p_2 = \alpha^2 q. \quad (2.3)$$

Разложим давление p на составляющие $p \cos \beta$ и $p \sin \beta$, направленные соответственно по радиусу сечения и параллельно оси

вращения (рис. 2.2). Радиальная составляющая дает проекцию на ось y , равную $-r \cos \beta \cos \varphi$. Умножая эту величину на элементарную площадь $r d\varphi d\xi$ и интегрируя затем по углу φ в пределах от 0 до 2π , найдем значение поперечной силы dY , создаваемой потоком на рассматриваемом участке тела. Учитывая, что

$$d\xi = \frac{d\xi}{\cos \beta},$$

запишем

$$dY = - \int_0^{2\pi} r \cos \beta \cos \varphi r d\varphi \frac{d\xi}{\cos \beta} = - r d\xi \int_0^{2\pi} r \cos \varphi d\varphi.$$

Разделив dY на $d\xi$, получим погонную поперечную аэродинамическую нагрузку, которую мы обозначим через q_{ay} :

$$q_{ay} = \frac{dY}{d\xi} = - r \int_0^{2\pi} r \cos \varphi d\varphi.$$

Подстановка сюда выражения (2.2) дает

$$q_{ay} = - r \int_0^{2\pi} (p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi) \cos \varphi d\varphi = - \pi r p_1,$$

откуда с учетом (2.3) имеем

$$q_{ay} = 4\pi \alpha \beta q r. \quad (2.4)$$

Формула (2.4) показывает, что закон распределения погонной аэродинамической нагрузки q_{ay} по длине тела совпадает с законом изменения произведения βr .

Зная погонную нагрузку, можно вычислить полную поперечную аэродинамическую силу

$$Y = \int_0^l q_{ay} d\xi. \quad (2.5)$$

Для летательного аппарата, имеющего участки различной формы, удобно найти сначала силы, созда-

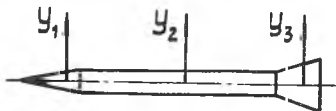


Рис. 2.3. К определению силы Y

вместе на отдельных таких участках, а затем их просуммировать. Так, для конструкции, показанной на рис. 2.3, сила Y определится так:

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3.$$

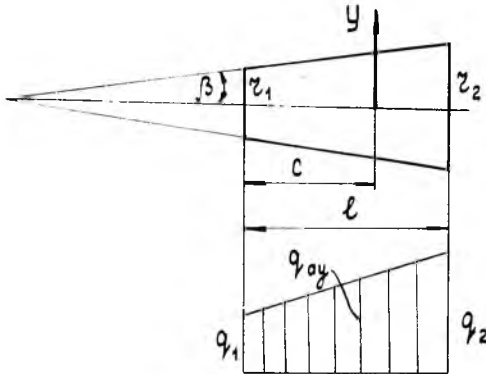


Рис. 2.4. Поперечная аэродинамическая сила для усеченного конуса

Рассмотрим, в частности, участок летательного аппарата в виде усеченного конуса (рис. 2.4). В этом случае $\beta = \text{const}$, и нагрузка q_{ay} согласно (2.4) будет изменяться по длине участка пропорционально z , т.е. по линейному закону:

$$q_{ay} = kz,$$

где

$$k = 4\pi\alpha\beta q. \quad (2.6)$$

Коэффициент пропорциональности k можно выразить через равнодействующую Y , численно равную площади эшоры q_{ay} :

$$Y = \frac{1}{2} (q_1 + q_2) l = k l \frac{z_1 + z_2}{2}. \quad (2.7)$$

Отсюда

$$k = \frac{2Y}{\ell(r_1 + r_2)}$$

Таким образом, для участка корпуса летательного аппарата в виде усеченного конуса будем иметь

$$q_{ay} = \frac{2Y}{\ell(r_1 + r_2)} \cdot z. \quad (2.8)$$

Точка приложения равнодействующей Y (центр давления рассматриваемого участка) определяется размером C (рис. 2.4), для которого можно получить следующее выражение:

$$C = \frac{\ell}{3} \left(1 + \frac{r_2}{r_1 + r_2} \right). \quad (2.9)$$

Внесем в (2.7) выражение (2.6), полагая в случае малой конусности

$$\beta = \frac{r_2 - r_1}{\ell}$$

В результате будем иметь

$$Y = 2q \alpha (S_2 - S_1), \quad (2.10)$$

где

$$S_1 = \pi r_1^2, \quad S_2 = \pi r_2^2.$$

Формула (2.10) справедлива для больших значений числа M ($M > 2$). При числах M порядка $M = 2$ вместо нее следует пользоваться формулой

$$Y = 3q \alpha (S_2 - S_1). \quad (2.11)$$

Полагая в соотношениях (2.8)–(2.11) $r_1 = 0$, получим как частный случай формулы для полного конуса (рис. 2.5):

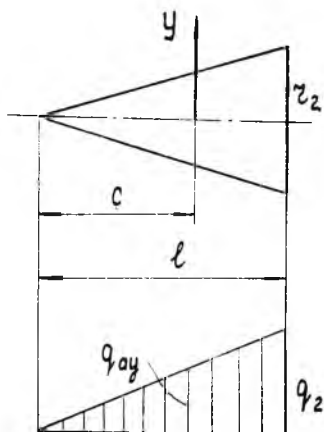


Рис. 2.5. Поперечная аэродинамическая нагрузка для конуса

$$q_{ay} = \frac{2Y}{lr_2} z, \quad c = \frac{2}{3} l,$$

$$Y = 2\alpha q S \quad (M > 2), \quad (2.12)$$

$$Y = 3\alpha q S \quad (1 < M \leq 2).$$

Рассмотрим далее цилиндрический участок корпуса летательного аппарата (рис. 2.6). Из формулы (2.10) следует, что для такого участка $Y = 0$. В действительности цилиндрические участки создают некоторую подъемную силу. Приближенно ее можно найти по формуле

$$Y = 1,5\alpha^2 \lambda q S, \quad (2.13)$$

где $\lambda = l/d$ — удлинение цилиндра, $S = \pi d^2/4$. Распределение силы Y по длине цилиндрического участка можно принять постоянным, полагая

$$q_{ay} = \frac{Y}{l}. \quad (2.14)$$

Перейдем теперь к определению продольных аэродинамических нагрузок. Продольную силу X можно представить в виде суммы волнового сопротивления X_g и силы трения X_f :

$$X = X_g + X_f. \quad (2.15)$$

Волновое сопротивление создается нормальным к поверхности тела аэродинамическим давлением. Обращаясь снова к рис. 2.2, находим следующее выражение для силы dX_g , создаваемой на эле-

ментарном участке тела длиной $d\xi$:

$$dX_B = \int_0^{2\pi} p \sin \beta r d\varphi d\xi = \int_0^{2\pi} p \sin \beta r d\varphi \frac{d\xi}{\cos \beta} = r \operatorname{tg} \beta d\xi \int_0^{2\pi} p d\varphi.$$

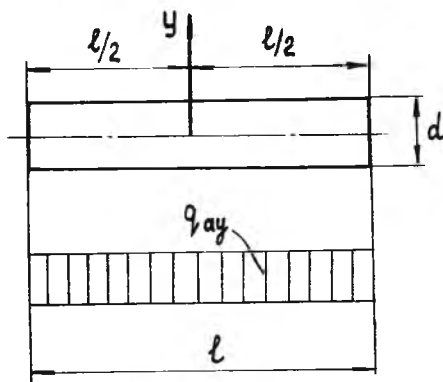


Рис. 2.6. Поперечная аэродинамическая нагрузка для цилиндра

Отношение $dX_B/d\xi$ представляет собой погонную продольную нагрузку q_{axB} , вызванную волновым сопротивлением. Учитывая (2.2), получаем

$$q_{axB} = r \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} p d\varphi = r \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} (p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi) d\varphi = 2\pi r p_0 \operatorname{tg} \beta.$$

Подставляя сюда значение $p_0 = (\alpha^2 + 2\beta^2)q$ согласно (2.3) и заменяя $\operatorname{tg} \beta$ на β , будем иметь

$$q_{axB} = 2\pi r \beta (\alpha^2 + 2\beta^2) q. \quad (2.16)$$

Отсюда следует, в частности, что для конуса

$$q_{axB} = k r, \quad (2.17)$$

где

$$k = 2\pi q \beta (\alpha^2 + 2\beta^2).$$

Таким образом, q_{axb} так же, как и q_{ay} , изменяется в случае конического тела пропорционально радиусу. Повторяя те же рассуждения, что и в случае поперечной нагрузки, найдем, что для усеченного конуса

$$k = \frac{2X_g}{(r_1 + r_2)l}, \quad X_g = q(\alpha^2 + 2\beta^2)(S_2 - S_1). \quad (2.18)$$

Для цилиндра, очевидно, волновое сопротивление равно нулю.

Волновое сопротивление всего летательного аппарата получается как сумма сопротивлений отдельных конических участков.

Что касается продольной силы сопротивления X_f , вызванной трением, то ее можно представить как некоторую долю от волнового сопротивления:

$$X_f = \varkappa X_g, \quad (2.19)$$

где X_g — суммарное волновое сопротивление всего летательного аппарата, \varkappa — опытный коэффициент, значения которого находятся в пределах 0,2 + 0,6.

Будем считать приближенно, что напряжения трения τ (рис. 2.7) постоянны как по длине, так и в окружном направлении. Тогда сила dX_f для малого участка летательного аппарата длиной $d\xi$ будет равна

$$dX_f = \tau \cos \beta \cdot 2\pi r \frac{d\xi}{\cos \beta} = 2\pi \tau r d\xi.$$

Отсюда получаем погонную нагрузку

$$q_{axf} = \frac{dX_f}{d\xi} = 2\pi \tau r.$$

Таким образом, q_{axf} изменяется пропорционально радиусу сечения r . Коэффициент пропорциональности $2\pi \tau$ можно выразить через полную силу X_f :

$$X_f = \int_0^l q_{axf} d\xi = 2\pi\tau \int_0^l r d\xi = 2\pi\tau F,$$

где через F обозначена половина площади продольного сечения тела (рис. 2.7). Отсюда

$$2\pi\tau = \frac{X_f}{F},$$

так что окончательно для q_{axf} будем иметь

$$q_{axf} = \frac{X_f}{F} r. \quad (2.20)$$

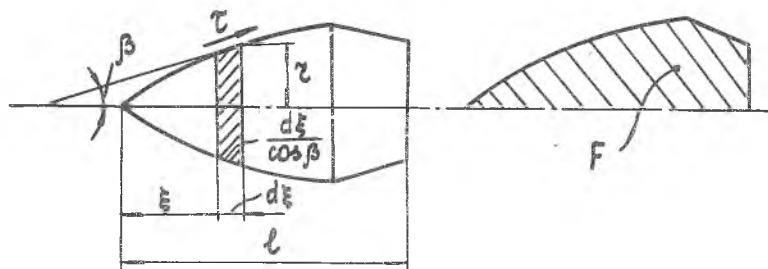


Рис. 2.7. К определению q_{axf}

Помимо осевой и поперечной нагрузок нормальное аэродинамическое давление будет в общем случае создавать также погонные моменты. Можно показать, однако, что их влияние весьма мало, и поэтому в дальнейшем они учитываться не будут.

2.2. Усилия взаимодействия между грузом и корпусом летательного аппарата. Понятие о перегрузке

Пусть в некоторой точке O_i находится центр тяжести груза весом G_i , который жестко связан с корпусом летательного аппарата. В центре тяжести O летательного аппарата поместим,

как всегда, начало связанной системы координат x, y, z . Обозначим через $\vec{\rho}_i$ вектор, соединяющий точку O с точкой O_i (рис. 2.8).

В полете на рассматриваемый груз будут помимо силы тяжести действовать силы со стороны корпуса, заставляющие его двигаться вместе с летательным аппаратом; главный вектор этих сил взаимодействия обозначим через \vec{R}_i . Для отыскания \vec{R}_i запишем уравнение поступательного движения груза:

$$m_i \vec{W}_i = \vec{R}_i + \vec{G}_i,$$

где m_i - масса груза, \vec{W}_i - абсолютное ускорение точки O_i , \vec{G}_i - вектор силы тяжести.

Из этого равенства имеем

$$\vec{R}_i = m_i \vec{W}_i - \vec{G}_i \quad (2.21)$$

Ускорение \vec{W}_i выразим через ускорение \vec{W} центра тяжести летательного аппарата:

$$\vec{W}_i = \vec{W} + \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{\rho}_i, \quad (2.22)$$

Рис. 2.8. К определению усилий взаимодействия между корпусом и грузом

где $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$ - векторы угловой скорости и углового ускорения летательного аппарата соответственно.

Для определения \vec{W} воспользуемся уравнением поступательного движения летательного аппарата в целом:

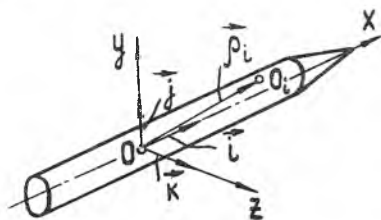
$$m \vec{W} = \vec{F} + \vec{G}.$$

Здесь m - масса летательного аппарата, \vec{F} - главный вектор внешних поверхностных сил, \vec{G} - вектор силы тяжести.

Отсюда

$$\vec{W} = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{G}}{m} = \frac{\vec{F}}{m} + \vec{g}, \quad (2.23)$$

где \vec{g} - вектор ускорения силы тяжести.



Из равенства (2.21) получаем теперь

$$\vec{R}_i = m_i \left(\frac{\vec{F}}{m} + \vec{g} + \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{\rho}_i \right) - \vec{G}_i.$$

Произведение $m_i \vec{g}$ равно \vec{G}_i , поэтому

$$\vec{R}_i = m_i \left(\frac{\vec{F}}{m} + \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{\rho}_i \right).$$

Если умножить и разделить правую часть последнего равенства на величину ускорения силы тяжести g , то придем к следующей формуле для определения \vec{R}_i :

$$\vec{R}_i = \vec{G}_i \left(\frac{\vec{F}}{G} + \frac{\vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i}{g} + \frac{\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{\rho}_i}{g} \right),$$

где через G обозначен вес всего летательного аппарата.

Вектор

$$\vec{n} = \frac{\vec{F}}{G} \quad (2.24)$$

называется вектором перегрузки в центре тяжести летательного аппарата. По определению он равен отношению вектора всех внешних сил, действующих на летательный аппарат, за исключением силы веса, к весу летательного аппарата.

Внося (2.24) в формулу для \vec{R}_i , представим ее в виде

$$\vec{R}_i = G_i \left(\vec{n} + \frac{\vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i}{g} + \frac{\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{\rho}_i}{g} \right). \quad (2.25)$$

Введя, далее, обозначение

$$\vec{n}_i = \vec{n} + \frac{\vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i}{g} + \frac{\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{\rho}_i}{g}, \quad (2.26)$$

будем иметь

$$\vec{R}_i = G_i \vec{n}_i.$$

Вектор \vec{n}_i называется вектором перегрузки в точке O_i .

Векторное равенство (2.25) эквивалентно трем скалярным. Их можно получить, представляя все векторы в виде разложений по ко-

ординатным осям:

$$\begin{aligned}\vec{r}_i &= x_i \vec{i} + y_i \vec{j} + z_i \vec{k}, \\ \vec{\omega} &= \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k}, \\ \vec{\varepsilon} &= \varepsilon_x \vec{i} + \varepsilon_y \vec{j} + \varepsilon_z \vec{k}, \\ \vec{n} &= n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}, \\ \vec{R}_i &= R_{ix} \vec{i} + R_{iy} \vec{j} + R_{iz} \vec{k}.\end{aligned}\quad (2.27)$$

Здесь x_i , y_i , z_i — координаты центра тяжести груза; ω_x , ω_y , ω_z и ε_x , ε_y , ε_z — угловые скорости и угловые ускорения относительно соответствующих координатных осей; n_x , n_y , n_z — перегрузки вдоль осей x , y , z ; R_{ix} , R_{iy} , R_{iz} — компоненты вектора \vec{R}_i . Через \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} обозначены единичные векторы в направлении координатных осей.

Если представить равнодействующую всех поперечных сил также в виде разложения

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k},$$

то из (2.24) получим следующие формулы для вычисления компонентов вектора перегрузки вдоль координатных осей x , y , z :

$$n_x = \frac{F_x}{G}, \quad n_y = \frac{F_y}{G}, \quad n_z = \frac{F_z}{G}.\quad (2.28)$$

Ограничимся в дальнейшем частным случаем, когда летательный аппарат движется по траектории, лежащей в вертикальной плоскости. Будем полагать также, что центр тяжести груза находится на оси летательного аппарата. Тогда $y_i = z_i = 0$, $\omega_x = \omega_y = 0$, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$, $F_x = 0$, $\varepsilon_z = 0$. Кроме того, для сил F_x и F_y можно записать (рис. 2.9)

$$F_x = P \cos \delta - X, \quad F_y = P \sin \delta + Y,$$

где δ — угол между направлением вектора силы тяги P и осью

летательного аппарата, X - осевая аэродинамическая сила, Y - поперечная аэродинамическая сила. Для малых значений угла δ можно принять

$$F_x = P - X, \quad F_y = P\delta + Y.$$

В записанных формулах угол δ считается положительным, если вектор тяги составляет острый угол с положительным направлением оси X , как показано на рис. 2.9.

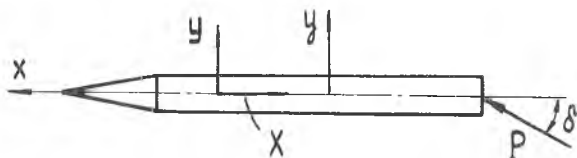


Рис. 2.9. Поверхностные силы при плоском движении летательного аппарата

Подставляя (2.27) в (2.25) с учетом принятых допущений, получим, что $R_{iz} = 0$, а проекции R_i на оси X , Y будут равны

$$R_{ix} = G_i \left(n_x - \frac{\omega_z^2}{g} X_i \right),$$

$$R_{iy} = G_i \left(n_y + \frac{\epsilon_z}{g} X_i \right).$$

Слагаемое $\frac{\omega_z^2}{g} X_i$ в первой из этих формул обычно оказывается весьма малым по сравнению с n_x даже для грузов, наиболее удаленных от центра тяжести летательного аппарата. Пренебрегая этим членом, будем в дальнейшем пользоваться соотношениями

$$R_{ix} = G_i n_x, \quad R_{iy} = G_i \left(n_y + \frac{\epsilon_z}{g} X_i \right). \quad (2.29)$$

Угловое ускорение ϵ_z , фигурирующее в формуле для R_{iy} , можно найти из уравнения вращательного движения летательного ап-

парата вокруг оси z :

$$\varepsilon_z = \frac{M_z}{J_z}, \quad (2.30)$$

где M_z — момент всех внешних сил, а J_z — массовый момент инерции летательного аппарата относительно оси z .

Если длина летательного аппарата значительно превосходит размеры его поперечного сечения, то вычисление J_z можно упростить, полагая, что вся масса летательного аппарата сосредоточена на оси x . Другими словами, момент инерции относительно оси z можно заменить моментом инерции относительно плоскости yz . Формулы (2.29) будут справедливы в этом случае и для груза с произвольным расположением центра тяжести (т.е. не обязательно на оси летательного аппарата). В дальнейшем мы всюду будем иметь в виду указанное упрощение.

Силы F_x и F_y считаются положительными, если они действуют в положительных направлениях осей x и y . В соответствии с (2.28) положительными будут те перегрузки n_x , n_y , которые создаются положительными силами F_x , F_y . Угловое ускорение ε_z и момент M_z положительны в том случае, если их векторы направлены в положительную сторону оси z (ускорение и момент направлены в сторону увеличения угла атаки).

Помимо рассмотренных нами сил R_{ix} и R_{iy} на груз со стороны летательного аппарата будет действовать также момент H_{iz} , равный

$$H_{iz} = \varepsilon_z J_{iz}, \quad (2.31)$$

где J_{iz} — массовый момент инерции груза относительно оси, проходящей через его центр тяжести и параллельной оси z (собственный момент инерции).

Если при вычислении J_z используется указанный выше упрощенный подход, то и под J_{iz} следует также понимать массовый момент инерции груза относительно плоскости, перпендикулярной оси x и проходящей через его центр тяжести.

Формулы (2.29) и (2.31) определяют силы и момент, действующие на груз со стороны корпуса летательного аппарата. В дальнейшем нас будут интересовать также силы и момент, которые переда-

ются от этого груза на корпус.

Обозначая продольную и поперечную силы, действующие со стороны груза, через P_{ix} и P_{iy} соответственно, будем иметь

$$P_{ix} = -R_{ix}, \quad P_{iy} = -R_{iy} \quad \text{или} \quad P_{ix} = -G_i n_x, \quad (2.32)$$

$$P_{iy} = -G_i \left(n_y + \frac{\delta_z}{g} \chi_i \right). \quad (2.33)$$

Если центр тяжести груза лежит в той плоскости, в которой груз прикреплен к корпусу, то на корпус будет передаваться момент M_{iz} , равный

$$M_{iz} = -H_{iz} = -\delta_z J_{iz}.$$

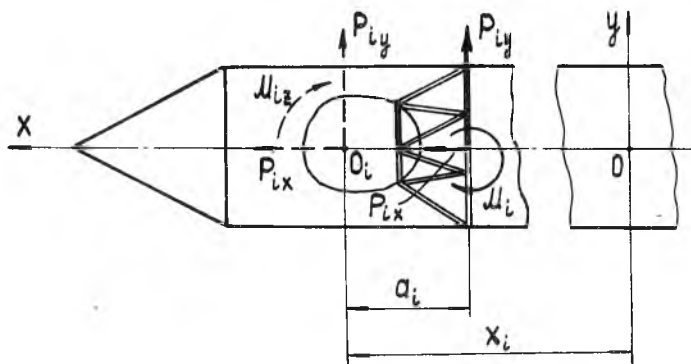


Рис. 2.10. Силы и момент, передающиеся на корпус со стороны груза

Если же, как это обычно бывает, сечение, в котором фактически осуществляется крепление груза к корпусу, не совпадает с тем сечением, в котором лежит центр тяжести груза, то появится дополнительный момент. На рис. 2.10 показана типичная схема крепления груза к шпангоуту посредством рамы. Расстояние от плоскости шпангоута до центра тяжести O_i груза обозначено через

a_i . Силы P_{ix} , P_{iy} и момент M_{iz} , приведенные к центру тяжести O_i груза, показаны на рисунке пунктиром. В действительности силы и момент передаются на корпус в том сечении, где находится шпангоут. Момент M_i , передаваемый в этом сечении, равен

$$M_i = M_{iz} + P_{iy} a_i$$

или

$$M_i = -\varepsilon_z J_{iz} + P_{iy} a_i. \quad (2.34)$$

При написании этой формулы принято, что a_i положительно, если центр тяжести груза удален от плоскости шпангоута в положительном направлении оси X , как это показано на рис. 2.10.

В заключение отметим, что положительные силы P_{ix} и P_{iy} действуют в положительных направлениях осей X и Y , а вектор положительного момента M_i направлен в положительном направлении оси Z .

2.3. Связь между составляющими перегрузки в связанной и скоростной системах координат. Выражение перегрузок через кинематические параметры движения летательного аппарата

Полученные в предыдущем параграфе формулы

$$n_x = \frac{F_x}{G}, \quad n_y = \frac{F_y}{G}$$

позволяют вычислить компоненты вектора перегрузки \vec{n} в связанной системе координат через проекции внешних сил на оси X , Y . Однако иногда бывает удобнее вычислить сначала компоненты перегрузки в скоростной системе координат X' , Y' , Z' (рис. 2.11), а затем уже перейти к связанной системе X , Y , Z . Ограничиваясь по-прежнему случаем, когда перегрузки действуют в одной плоскости, в соответствии с рис. 2.11 запишем

$$\begin{aligned} n_x &= n_{x'} \cos \alpha + n_{y'} \sin \alpha, \\ n_y &= n_{y'} \cos \alpha - n_{x'} \sin \alpha, \end{aligned} \quad (2.35)$$

где α - угол атаки. Для малых α эти формулы принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} n_x &= n_{x'} + \alpha n_{y'}, \\ n_y &= n_{y'} - \alpha n_{x'}. \end{aligned}$$

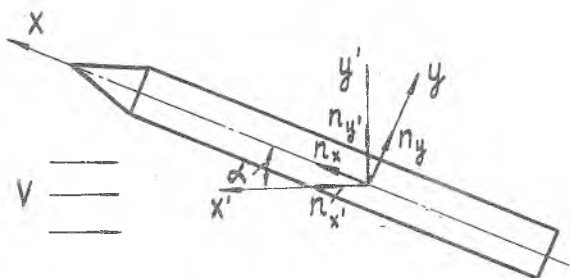


Рис. 2.II. Составляющие перегрузок в связанной и скоростной системах координат

Компоненты $n_{x'}$ и $n_{y'}$ вектора перегрузки \vec{n} могут быть найдены в соответствии с (2.24) через проекции $F_{x'}$ и $F_{y'}$ поверхностных сил на скоростные оси:

$$n_{x'} = \frac{F_{x'}}{G}, \quad n_{y'} = \frac{F_{y'}}{G}. \quad (2.36)$$

Если X' и Y' - соответственно сила сопротивления и подъемная сила, то для малых α и δ имеем

$$F_{x'} = P - X', \quad F_{y'} = P(\alpha + \delta) + Y'.$$

Значения перегрузок $\Pi_{x'}$ и $\Pi_{y'}$ можно выразить также через кинематические параметры движения. Пусть летательный аппарат движется со скоростью V в вертикальной плоскости по некоторой траектории (рис. 2.12). Уравнение движения в направлении оси x' будет

$$m \frac{dV}{dt} = F_{x'} - G \sin \theta,$$

где θ — угол наклона траектории. Отсюда

$$F_{x'} = m \frac{dV}{dt} + G \sin \theta.$$

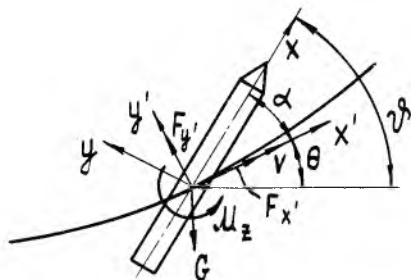


Рис. 2.12. Движение летательного аппарата по криволинейной траектории

Далее, запишем уравнение движения аппарата в направлении оси y' :

$$m \frac{V^2}{R} = F_{y'} - G \cos \theta,$$

где R — радиус кривизны траектории в рассматриваемой точке; отсюда

$$F_{y'} = m \frac{V^2}{R} + G \cos \theta.$$

Подставляя выражения для $F_{x'}$ и $F_{y'}$ в (2.36), получаем требуемые соотношения

$$\begin{aligned}
 n_{x'} &= \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \sin \theta, \\
 n_{y'} &= \frac{1}{g} \frac{V^2}{R} + \cos \theta.
 \end{aligned}
 \tag{2.37}$$

Внося, далее, эти выражения в (2.35), находим

$$\begin{aligned}
 n_x &= \frac{1}{g} W_x + \sin \psi^h, \\
 n_y &= \frac{1}{g} W_y + \cos \psi^h.
 \end{aligned}
 \tag{2.38}$$

Угловое ускорение ε_z будет равно

$$\varepsilon_z = \frac{d^2 \psi^h}{dt^2},$$

где ψ^h — угол тангажа. Учитывая, что $\psi^h = \theta + \alpha$, запишем окончательно

$$\varepsilon_z = \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{d^2 \alpha}{dt^2}.$$

2.4. Определение перегрузок при старте летательного аппарата с пусковой установки

Рассмотрим движение летательного аппарата по направляющим пусковой установки (рис. 2.13). Пусть в процессе этого движения производится наведение на цель путем вращения стрелы вокруг горизонтальной и вертикальной осей. Обозначим через ω_1 , ε_1 угловую скорость и угловое ускорение подъема стрелы, а через ω_2 ,

ε_2 — угловую скорость и угловое ускорение, с которыми происходит разворот установки вокруг вертикальной оси. На рис. 2.13 величины ω_2 и ε_2 показаны в виде векторов; направление их будем определять по правилу правого винта. Через θ обозначим угол между осью летательного аппарата и горизонтальной плоскостью,

так что $\omega_1 = \frac{d\theta}{dt}$.

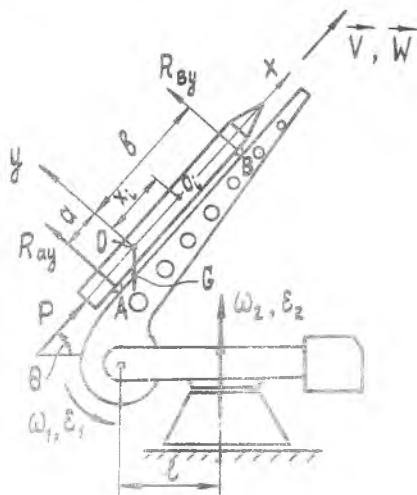


Рис. 2.13. Старт летательного аппарата с пусковой установки

Вычислим перегрузку в центре тяжести O_i некоторого груза весом G_i , находящегося на расстоянии x_i от центра тяжести летательного аппарата. Вектор усилия \vec{R}_i , действующего на груз со стороны корпуса, можно найти, как и ранее, из уравнения поступательного движения груза:

$$\vec{R}_i = \frac{G_i}{g} \vec{W}_i - \vec{G}_i, \quad (2.40)$$

где \vec{G}_i — вектор силы тяжести, \vec{W}_i — вектор абсолютного ускорения точки O_i .

На рис. 2.14 показаны силы, действующие на рассматриваемый груз в плоскости x, y . Через R_{ix} , R_{iy} обозначены проекции силы \vec{R}_i на связанные оси координат x , y . Помимо этих сил на груз действует еще и сила R_{iz} . Как всегда, считаем, что положительные силы R_{ix} , R_{iy} , R_{iz} действуют в положительных направлениях соответствующих осей.

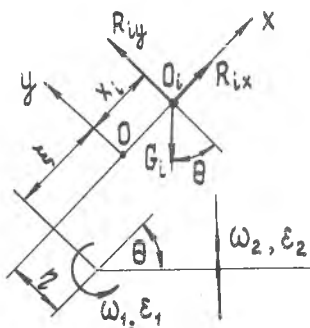


Рис. 2.14. Силы, действующие на груз в плоскости xy

Скорость \vec{V}_2 и ускорение \vec{W}_2 , с которыми точка O_i движется относительно стрелы, равны скорости \vec{V} и ускорению \vec{W} относительного движения летательного аппарата. Поэтому абсолютное ускорение \vec{W}_i точки O_i определится формулой

$$\vec{W}_i = \vec{W} + \vec{W}_e + \vec{W}_c,$$

где \vec{W}_e — переносное ускорение точки O_i , \vec{W}_c — ускорение Кориолиса:

$$\vec{W}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{V}_2 = 2(\vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2) \times \vec{V}.$$

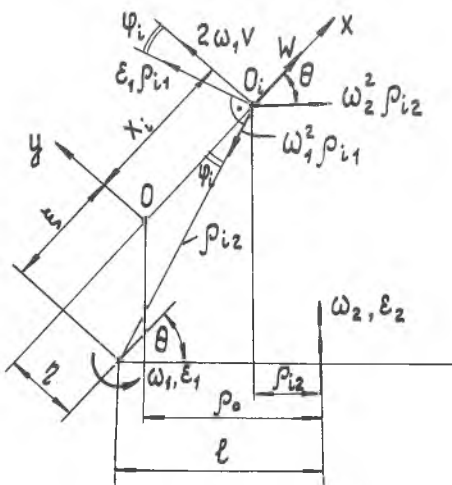


Рис. 2.15. Составляющие абсолютного ускорения точки O_i в плоскости xy

Переносное ускорение \overline{W}_e складывается из ускорений точки O_i за счет ускоренного вращения летательного аппарата относительно двух осей и из соответствующих центростремительных ускорений. Составляющие ускорения \overline{W}_i в плоскости xy показаны на рис. 2.15, где через ρ_{i1} и ρ_{i2} обозначены расстояния от точки O_i соответственно до горизонтальной и вертикальной осей вращения. Проектируя эти составляющие на оси x , y , получим

$$W_{ix} = W - \varepsilon_1 \rho_{i1} \sin \varphi_i - \omega_1^2 \rho_{i1} \cos \varphi_i + \omega_2^2 \rho_{i2} \cos \theta, \quad (2.40a)$$

$$W_{iy} = \varepsilon_1 \rho_{i1} \cos \varphi_i - \omega_1^2 \rho_{i1} \sin \varphi_i - \omega_2^2 \rho_{i2} \sin \theta + 2\omega_1 V, \quad (2.40б)$$

где φ_i - угол, показанный на рис. 2.15. Кроме того, вектор \overline{W}_i имеет проекцию на ось z , равную

$$W_{iz} = \varepsilon_2 \rho_{i2} - 2\omega_2 V \sin \theta. \quad (2.40в)$$

Как видно из рис. 2.15, справедливы следующие геометрические соотношения:

$$\rho_{i1} \cos \varphi_i = \xi + x_i, \quad \rho_{i1} \sin \varphi_i = \eta,$$

$$\rho_{i2} = \rho_0 - x_i \cos \theta,$$

так что выражения (2.40) можно записать следующим образом:

$$W_{ix} = W - \varepsilon_1 \eta - \omega_1^2 (\xi + x_i) + \omega_2^2 (\rho_0 - x_i \cos \theta) \cos \theta,$$

$$W_{iy} = \varepsilon_1 (\xi + x_i) - \omega_1^2 \eta - \omega_2^2 (\rho_0 - x_i \cos \theta) \sin \theta + 2\omega_1 V,$$

$$W_{iz} = \varepsilon_2 (\rho_0 - x_i \cos \theta) - 2\omega_2 V \sin \theta. \quad (2.41)$$

Учитывая, что проекции вектора \vec{G}_i на оси x , y , z равны соответственно (см. рис. 2.14) $-G_i \sin \theta$, $-G_i \cos \theta$, 0 , запишем вместо (2.39) три скалярных равенства:

$$R_{ix} = \frac{G_i}{g} W_{ix} + G_i \sin \theta = G_i n_{ix},$$

$$R_{iy} = \frac{G_i}{g} W_{iy} + G_i \cos \theta = G_i n_{iy},$$

$$R_{iz} = \frac{G_i}{g} W_{iz} = G_i n_{iz},$$

где

$$n_{ix} = \frac{1}{g} W_{ix} + \sin \theta, \quad n_{iy} = \frac{1}{g} W_{iy} + \cos \theta, \quad n_{iz} = \frac{1}{g} W_{iz}. \quad (2.42)$$

Равенства (2.42) совместно с (2.41) дают значения перегрузок в произвольной точке O_i летательного аппарата. Для получения расчетных формул необходимо выразить W через тягу P . Воспользуемся для этого уравнением поступательного движения всего летательного аппарата в проекции на ось X (см. рис. 2.13). Пренебрегая трением в опорах и аэродинамическими силами, имеем

$$\frac{G}{g} W_{0x} = P - G \sin \theta,$$

где W_{0x} — проекция на ось X абсолютного ускорения центра тяжести, G — вес летательного аппарата. Величину W_{0x} можно выразить через W , если воспользоваться первой из формул (2.41), где следует положить $X_i = 0$:

$$W_{0x} = W - \varepsilon_1 \eta - \omega_1^2 \xi + \omega_2^2 \rho_0 \cos \theta.$$

Исключая из последних двух равенств W_{0x} , находим

$$\frac{1}{g} W = \frac{P}{G} - \sin \theta + \frac{\varepsilon_1}{g} \eta + \frac{\omega_1^2}{g} \xi - \frac{\omega_2^2 \rho_0 \cos \theta}{g}.$$

Подставляя этот результат в (2.41), из (2.42) получим следующее выражение для перегрузки n_{ix} :

$$n_{ix} = \frac{P}{G} - \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 \cos^2 \theta}{g} x_i$$

или

$$n_{ix} = n_x - \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 \cos^2 \theta}{g} x_i, \quad (2.43a)$$

где $n_x = P/G$.

Из формул (2.41) и (2.42) имеем также

$$n_{iy} = \frac{\varepsilon_1}{g} (\xi + x_i) - \frac{\omega_1^2}{g} \eta - \frac{\omega_2^2}{g} (\rho_0 - x_i \cos \theta) \sin \theta + \frac{2\omega_1 V}{g} + \cos \theta \quad (2.43b)$$

$$n_{iz} = \frac{\varepsilon_2}{g} (\rho_0 - x_i \cos \theta) - \frac{2\omega_2 V}{g} \sin \theta. \quad (2.43в)$$

Входящую в последние соотношения величину ρ_0 можно выразить через ξ и η :

$$\rho_0 = l - \xi \cos \theta + \eta \sin \theta, \quad (2.44)$$

где l - расстояние между осями вращения (рис. 2.13).

Если пренебречь центростремительными ускорениями, которые будут весьма малы при малых угловых скоростях ω_1 и ω_2 , то формулы (2.43) примут более простой вид :

$$n_{ix} = n_x,$$

$$n_{iy} = \frac{\varepsilon_1}{g} (\xi + x_i) + \frac{2\omega_1 V}{g} + \cos \theta,$$

$$n_{iz} = \frac{\varepsilon_2}{g} (\rho_0 - x_i \cos \theta) - \frac{2\omega_2 V}{g} \sin \theta. \quad (2.45)$$

В заключение параграфа вычислим реакции в опорах А и В .
На рис. 2.13 показаны составляющие R_{Ay} и R_{By} этих реак-

ций в направлении оси y . Для их определения воспользуемся формулой

$$n_y = \frac{F_y}{G},$$

где n_y — перегрузка в центре тяжести летательного аппарата, G — его вес, а F_y — сумма всех поверхностных сил в проекции на ось y . Пренебрегая аэродинамической силой в направлении оси y , будем иметь

$$F_y = R_{Ay} + R_{By}.$$

Перегрузку n_y вычислим по второй из приближенных формул (2.45), полагая $X_i = 0$:

$$n_y = \frac{\varepsilon_1}{g} \xi + 2\omega_1 V + \cos \theta.$$

Таким образом, равенство $F_y = G n_y$ приводит к уравнению

$$R_{Ay} + R_{By} = G \left(\frac{\varepsilon_1}{g} \xi + \frac{2\omega_1 V}{g} + \cos \theta \right). \quad (2.46a)$$

Второе соотношение, связывающее R_{Ay} и R_{By} , получим, записав уравнение вращательного движения летательного аппарата относительно оси z . Полагая, что оси x , y , z являются главными осями инерции, будем иметь (рис. 2.13)

$$-R_{Ay} \alpha + R_{By} \beta = \varepsilon_z J_z + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y,$$

где ε_z , ω_x , ω_y — угловое ускорение и угловые скорости вращения относительно соответствующих осей; J_x , J_y , J_z — массовые моменты инерции летательного аппарата.

Если длина летательного аппарата значительно превосходит его поперечные размеры, то величиной J_x можно пренебречь по сравнению с J_y . Кроме того, в этом случае можно заменить J_y и J_z моментом инерции J относительно плоскости yz , т.е. положить $J_y = J_z = J$. Спроектировав далее векторы ε_1 , ε_2 , ω_1 и ω_2 на направления осей x , y , z , получим

$$\omega_x = \omega_2 \sin \theta, \quad \omega_y = \omega_2 \cos \theta, \quad \varepsilon_z = \varepsilon_1.$$

В итоге второе уравнение для отыскания реакций R_{Ay} и R_{By} примет вид:

$$-R_{Ay} a + R_{By} b = \gamma (\varepsilon_1 + \omega_2^2 \sin \theta \cos \theta). \quad (2.46)$$

Два уравнения (2.46) позволяют найти реакции опор А и В в направлении оси y .

Аналогичным образом определяются и реакции R_{Az} , R_{Bz} в направлении оси z , для которых рассуждения, подобные предыдущим, приводят к соотношениям:

$$R_{Az} + R_{Bz} = G \left(\frac{\varepsilon_z}{g} \rho_0 - \frac{2\omega_z v}{g} \sin \theta \right) - Z.$$

$$R_{Az} a - R_{Bz} b = \gamma (\varepsilon_z \cos \theta - \omega_1 \omega_2 \sin \theta) - M_{Ay}. \quad (2.47)$$

Здесь Z — аэродинамическая сила в направлении оси z (возникающая при наличии бокового ветра), M_{Ay} — момент этой силы относительно оси y (считается положительным, если его вектор направлен в положительную сторону оси y).

Приближенно величина Z может быть рассчитана по формуле

$$Z = \pm C_z \frac{\rho u^2}{2} S_\delta, \quad (2.48)$$

где u — скорость бокового ветра, S_δ — площадь боковой проекции летательного аппарата, C_z — коэффициент сопротивления (его значения находятся в пределах $C_z = 1,5 + 2,0$). Знак в формуле (2.48) может быть различным в зависимости от направления ветра (положительный знак соответствует случаю, когда направление ветра совпадает с направлением оси z).

Для вычисления M_{Ay} можно принять, что центр давления (точка приложения силы Z) совпадает с центром тяжести площади боковой проекции.

Помимо рассмотренных реакций в опорах А и В возникнут также реактивные моменты M_A и M_B . Их сумму можно определить, записав уравнение равновесия моментов относительно оси x .

Это дает

$$M_A + M_B = (R_{Az} + R_{Bz})h, \quad (2.49)$$

где h - расстояние от оси X до точки приложения боковых реакций к опорам. Моменты M_A и M_B считаются положительными, если их векторы действуют в положительном направлении оси X .

По (2.49) определяется лишь суммарный момент $M = M_A + M_B$, воспринимаемый опорами. Что касается распределения его между опорами, то оно зависит от конструктивных особенностей системы. Возможны, в частности, предельные случаи $M_A = 0, M_B = M$ или $M_A = M, M_B = 0$.

2.5. Распределение давления в топливном баке при поступательном движении летательного аппарата

Найдем закон изменения давления p в жидкости, частично заполняющей топливный бак летательного аппарата. На расстоянии X от центра тяжести летательного аппарата выделим элементарный объем жидкости с размерами dx, dy, dz (рис.2.16). Как и прежде, рассматривается движение летательного аппарата в вертикальной плоскости, совпадающей с плоскостью Xy . В этом случае давление p не зависит от координаты z .

Как видно из рис. 2.16, равнодействующие сил, приложенных к выделенному объему жидкости, в направлении осей X и Y равны соответственно $-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$ и $-\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz$. С другой стороны, этот объем можно рассматривать как элементарный груз весом $\gamma dx dy dz$ (γ - удельный вес жидкости), который взаимодействует с окружающими его частицами и к которому, следовательно, можно применить формулы (2.29). В случае поступательного движения летательного аппарата $\epsilon_z = 0$, так что в соответствии с (2.29) равнодействующие поверхностных сил, приложенных к этому элементарному грузу, можно представить в виде произведений $\gamma n_x dx dy dz$ и $\gamma n_y dx dy dz$. Таким образом, мы приходим к уравнениям, которые связывают давление $p(x, y)$ с перегрузками n_x, n_y :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\gamma n_x, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\gamma n_y. \quad (2.50)$$

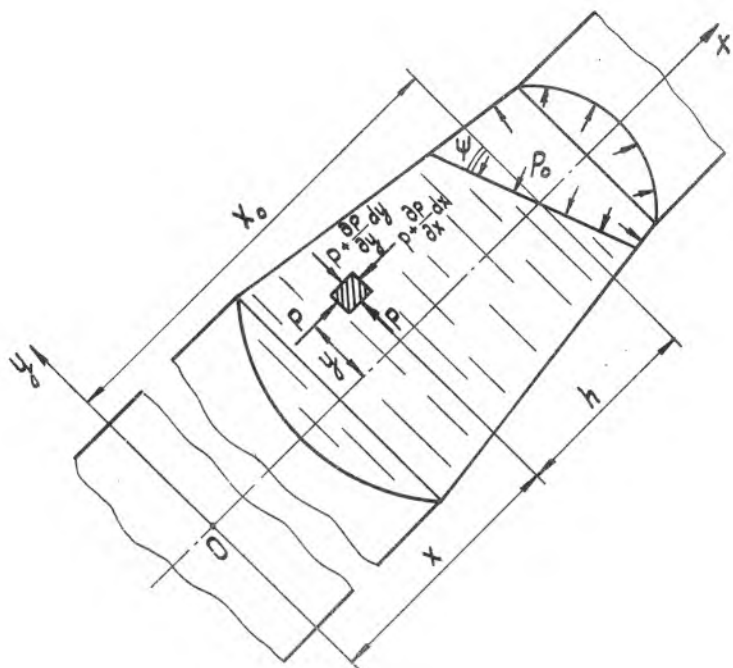


Рис. 2.16. К расчету давления в топливном баке летательного аппарата

Интегрируя первое из этих уравнений, получаем

$$p = -\gamma n_x x + f(y),$$

где $f(y)$ — некоторая произвольная функция координаты y .

Подстановка этого выражения во второе равенство (2.50) приводит к следующему уравнению относительно $f(y)$:

$$\frac{df(y)}{dy} = -\gamma n_y,$$

откуда

$$f(y) = -\gamma n_y y + c.$$

Здесь C – произвольная постоянная. Подставляя этот результат в выражение для p , запишем

$$p = -\gamma n_x x - \gamma n_y y + C.$$

Для отыскания произвольной постоянной C воспользуемся условием

$$p = p_0 \quad \text{при} \quad x = x_0, \quad y = 0,$$

где p_0 – давление наддува в баке. Отсюда получаем:

$$C = p_0 + n_x \gamma x_0.$$

Таким образом, мы приходим к следующему закону распределения давления в жидкости при поступательном движении летательного аппарата:

$$p = p_0 + \gamma [n_x (x_0 - x) - n_y y]. \quad (2.5I)$$

На свободной поверхности давление равно давлению наддува p_0 , поэтому в точках этой поверхности выражение в квадратных скобках в (2.5I) должно обращаться в нуль. Обозначая через x^* и y^* координаты свободной поверхности, имеем

$$n_x (x_0 - x^*) - n_y y^* = 0.$$

Последнее уравнение определяет плоскость; угол ее наклона ψ к плоскости поперечного сечения определяется равенством

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{n_y}{n_x}.$$

Поскольку обычно осевые перегрузки n_x значительно больше поперечных n_y , то отклонение зеркала жидкости от плоскости поперечного сечения, как правило, невелико. Поэтому в дальнейшем мы будем пренебрегать этим отклонением и считать, что зеркало жидкости перпендикулярно к оси летательного аппарата.

Разность $x_0 - x$, фигурирующая в формуле (2.5I), представляет собой расстояние h вдоль оси X от рассматриваемой частицы жидкости до точки пересечения оси X со свободной по-

верхностью, так что эту формулу можно переписать в виде

$$p = p_0 + \gamma (n_x h - n_y y). \quad (2.52)$$

Представленные выше результаты относятся к случаю поступательного движения летательного аппарата, когда угловая скорость ω_z и угловое ускорение ϵ_z равны нулю. Если $\epsilon_z \neq 0$, то задача отыскания закона распределения давления в жидкости оказывается значительно более сложной. Это связано с тем, что при наличии углового ускорения жидкость не остается неподвижной, а совершает колебания по отношению к стенкам бака, и расчет давления в объеме жидкости требует рассмотрения весьма сложной гидродинамической задачи.

2.6. Нагружение корпуса летательного аппарата на участке несущего бака

Рассмотрим несущий бак летательного аппарата с произвольной формой образующей (рис. 2.17). Угол между касательной к образующей бака и осью X обозначим через β . Будем считать этот угол положительным, если бак сужается в положительном направлении X ; тогда

$$\frac{dr}{dx} = -\operatorname{tg} \beta. \quad (2.53)$$

Жидкость оказывает нормальное давление на стенки бака, которое можно найти по формуле (2.52), полагая в ней $y = r \cos \varphi$, где r — радиус бака, а φ — угол в поперечном сечении, отсчитываемый от оси y (рис. 2.17):

$$p = p_0 + \gamma (n_x h - n_y r \cos \varphi). \quad (2.54)$$

Если умножить осевую составляющую $p \sin \beta$ этого давления на элементарную площадку $\frac{dx}{\cos \beta} r d\varphi$ и проинтегрировать по углу φ в пределах от 0 до 2π , то получим элементарную силу, действующую в осевом направлении на участок бака длиной dx .

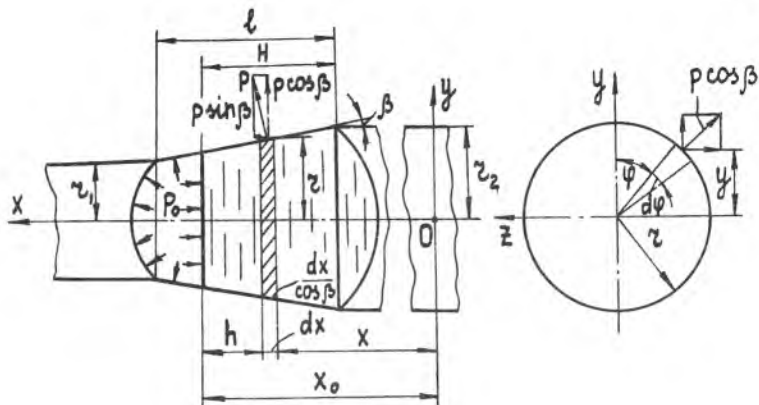


Рис. 2.17. Давление жидкости на стенки бака

Разделив эту силу на dx , найдем погонную осевую нагрузку, которую обозначим через q_x :

$$q_x = \int_0^{2\pi} p \sin \beta \frac{1}{\cos \beta} z d\varphi = z \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} p d\varphi.$$

Подставляя сюда выражение (2.54) для p , будем иметь

$$q_x = z \operatorname{tg} \beta \int_0^{2\pi} [p_0 + \gamma (n_x h - n_y z \cos \varphi)] d\varphi = 2\pi z \operatorname{tg} \beta (p_0 + \gamma n_x h).$$

Этот результат можно представить в виде

$$q_x = q_{ox} + q_{yx}, \quad (2.55)$$

где

$$q_{ox} = 2\pi p_0 z \operatorname{tg} \beta, \quad (2.56)$$

$$q_{yx} = 2\pi z \gamma n_x h \operatorname{tg} \beta. \quad (2.57)$$

Осевая нагрузка q_{ox} обусловлена давлением наддува p_0 и действует по всей длине бака l ; нагрузка же q_{yx} обусловлена собственно давлением жидкости и действует лишь на той части бака длиной H , которая содержит топливо. Отметим, что для цилиндри-

ческого бака (случай $\beta = 0$) q_{0x} и q_{yx} будут равны нулю, а для бака, сужающегося в отрицательном направлении оси x (случай $\beta < 0$), эти нагрузки будут отрицательными. Спроектируем далее радиальную составляющую давления на ось y . Полученный результат $p \cos \beta \cos \varphi$ умножим на элементарную площадку $\frac{dx}{\cos \beta} r d\varphi$ и проинтегрируем по φ от 0 до 2π . После деления на dx найдем погонную поперечную нагрузку, которую обозначим через q_{ry} :

$$\begin{aligned} q_{ry} &= \int_0^{2\pi} p \cos \beta \cos \varphi \frac{r}{\cos \beta} d\varphi = \\ &= r \int_0^{2\pi} [p_0 + \gamma(n_x h - n_y r \cos \varphi)] \cos \varphi d\varphi = -\pi r^2 \gamma n_y. \end{aligned}$$

Величина

$$q_{ry} = \pi r^2 \gamma \quad (2.58)$$

представляет собой погонный вес жидкости; с учетом этого обозначения запишем

$$q_{ry} = -q_r n_y \quad (2.59)$$

Поперечная нагрузка q_{ry} действует на участке бака длиной H .

Если движение летательного аппарата происходит с отличным от нуля угловым ускорением, то, как говорилось выше, расчет давления (а следовательно, и нагрузок на корпус летательного аппарата на участке бака) существенно усложняется. Но расчеты показывают, что для получения интегральных характеристик воздействия жидкости на стенки бака при $\varepsilon_z \neq 0$ можно воспользоваться формулами (2.55)–(2.59), заменив только величину n_y местным значением поперечной перегрузки $n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x$. Таким образом, при $\varepsilon_z \neq 0$ вместо (2.59) будем пользоваться зависимостью

$$q_{ry} = -q_r \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right). \quad (2.60)$$

Помимо рассмотренных выше продольных q_{ox} , q_{yx} и поперечной q_{yy} нагрузок давление жидкости на стенки бака создает также погонный момент. Но так же, как и в случае погонного аэродинамического момента, этот момент оказывается весьма малым, и учитывать его мы не будем.

2.7. Нагрузки, передающиеся на корпус летательного аппарата со стороны днищ баков

Найдем теперь силы и моменты, которые передаются на корпус летательного аппарата от днищ баков.

Рассмотрим сначала нижнее днище. На рис. 2.18 показана схема нагружения элементарного пояса, выделенного из днища двумя сечениями, расстояние между которыми равно dx . Осевая сила P_x , действующая на днище со стороны жидкости, определится интегралом

$$P_x = \int_{x_1}^{x_2} q_x dx.$$

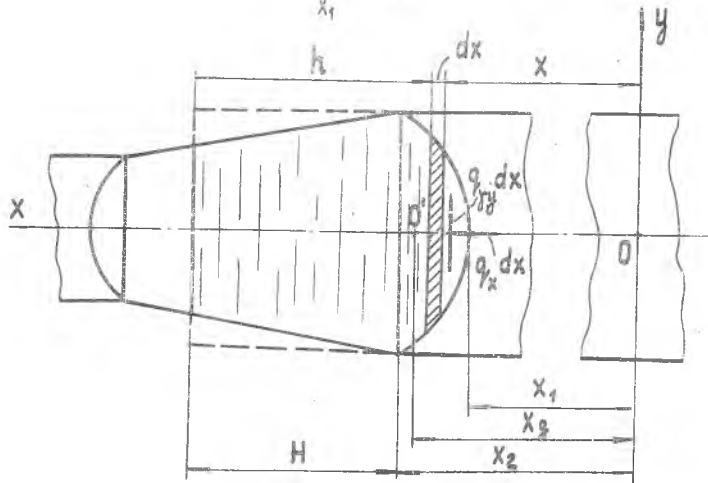


Рис. 2.18. Нагружение днища бака

Учитывая, что

$$q_x = q_{ox} + q_{yx},$$

представим осевую силу также в виде суммы двух составляющих:

$$P_x = P_{ox} + P_{yx},$$

где

$$P_{ox} = \int_{x_1}^{x_2} q_{ox} dx, \quad P_{yx} = \int_{x_1}^{x_2} q_{yx} dx.$$

Слагаемое P_{ox} обусловлено давлением наддува, а P_{yx} - действием давления жидкости. Подставляя в выражение для P_{ox} равенство

$$q_{ox} = 2\pi\rho_0 r \operatorname{tg} \beta$$

и переходя к интегрированию по r с помощью соотношения

$$\frac{dr}{dx} = -\operatorname{tg} \beta,$$

будем иметь

$$P_{ox} = \int_{x_1}^{x_2} q_{ox} dx = -2\pi\rho_0 \int_0^{r_2} r dr,$$

откуда находим

$$P_{ox} = -\pi\rho_0 r_2^2. \quad (2.6I)$$

Для составляющей P_{yx} имеем с учетом (2.57):

$$P_{yx} = \int_{x_1}^{x_2} q_{yx} dx = -\gamma n_x \int_{x_1}^{x_2} 2\pi h r dr.$$

Но произведение $dv^* = 2\pi h r dr$ представляет собой объем полого цилиндрического тела с высотой h и радиусами оснований r и $r+dr$, а величина $dG^* = \gamma dv^*$ суть вес топлива, занимающего такой объем. Поэтому

$$P_{yx} = -n_x \int_{x_1}^{x_2} dG^* = -n_x G^*. \quad (2.62)$$

Здесь через G^* обозначен вес топлива, равный сумме

$$G^* = G_g + G_u, \quad (2.63)$$

где G_g - вес топлива в объеме днища, а G_u - вес топлива, которое можно разместить в объеме цилиндра, имеющего основание, равное основанию бака, и высоту, равную высоте столба жидкости H (рис. 2.18). Отметим, что в случае цилиндрического бака величина G^* совпадает с действительным весом G_T топлива, находящегося в баке, т.е. для цилиндрического бака

$$P_{yx} = -n_x G_T. \quad (2.64)$$

Перейдем к определению действующей на днище поперечной силы, которую обозначим через P_{yy} . Имеем:

$$\begin{aligned} P_{yy} &= \int_{x_1}^{x_2} q_{yy} dx = - \int_{x_1}^{x_2} q_{yy} \left(n_y + \frac{\epsilon_z}{g} x \right) dx = \\ &= -n_y \int_{x_1}^{x_2} q_{yy} dx - \frac{\epsilon_z}{g} \int_{x_1}^{x_2} q_{yy} x dx. \end{aligned}$$

Но

$$\int_{x_1}^{x_2} q_{yy} dx = G_g, \quad \int_{x_1}^{x_2} q_{yy} x dx = S_g, \quad (2.65)$$

где S_g - статический момент веса G_g топлива, заключенного в днище, относительно плоскости yz летательного аппарата. Так как

$$S_g = G_g x_g, \quad (2.66)$$

где x_g - расстояние центра тяжести топлива в днище от центра тяжести летательного аппарата (рис. 2.18), то для определения P_{yy}

будем иметь следующую расчетную формулу:

$$P_{xy} = -G_g \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_g \right). \quad (2.67)$$

Наконец, момент M_y , действующий на днище относительно плоскости $X = X_2$ (плоскости стыка днища с корпусом летательного аппарата), будет равен

$$\begin{aligned} M_y &= - \int_{x_1}^{x_2} q_{xy} (x_2 - x) dx = \\ &= - \int_{x_1}^{x_2} q_{xy} \left(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x \right) (x_2 - x) dx. \end{aligned}$$

Воспользуемся далее формулами (2.65) и (2.66), а также соотношениями

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{q_{xy}}{g} x^2 dx = J'_g, \quad J'_g = J_g + \frac{G_g}{g} x_g^2,$$

где J'_g — массовый момент инерции топлива в днище относительно плоскости yz , а J_g — массовый момент инерции этого топлива относительно плоскости, параллельной плоскости yz и проходящей через точку $X = X_g$. В итоге выражение для M_y можно привести к виду

$$M_y = -P_{xy} (x_2 - x_g) - \varepsilon_z J_g. \quad (2.68)$$

Силы P_{ox} , P_{yx} и P_{xy} вместе с моментом M_y передаются на корпус в том сечении, где днище крепится к корпусу, т.е. в сечении $X = X_2$. Положительные силы P_{ox} , P_{yx} и P_{xy} направлены в положительную сторону осей X и Y , а вектор положительного момента M_y направлен в положительную сторону оси Z .

Для переднего днища бака, на которое действует лишь давление наддува P_0 , очевидно, будет $P_{yx} = P_{xy} = 0$, $M_y = 0$. Для силы же P_{ox} легко получить

$$P_{ох} = \pi r_1^2 \rho_o, \quad (2.69)$$

где r_1 - радиус переднего основания бака.

Необходимо отметить, что выше при вычислении сил взаимодействия между днищем и корпусом летательного аппарата не учитывается вес самого днища. Его можно учесть отдельно, рассматривая днище как самостоятельный груз и применяя к нему формулы типа (2.32), (2.33), (2.34) для усилий и момента взаимодействия между грузом и корпусом.

В заключение приведем формулы для вычисления объема V_g топлива в днище, плоскостного момента инерции J_g этого топлива и расстояния C от основания днища до центра тяжести для двух наиболее распространенных типов днищ - эллиптического с полуосями r , H_o и пологого сферического радиуса R_o и глубины H_o (рис. 2.19).

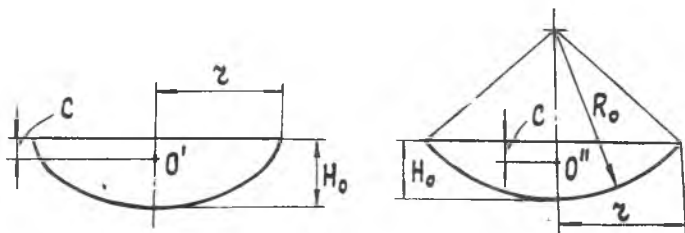


Рис. 2.19. Геометрия эллиптического и сферического днищ

Для эллиптического днища:

$$V_g = \frac{2}{3} \pi r^2 H_o, \quad c = \frac{3}{8} H_o,$$

$$J_g = \frac{19}{480} \frac{\pi r^2 H_o^3 \gamma}{g} = \frac{19}{320} \frac{G_g H_o^2}{g}, \quad G_g = \gamma V_g;$$

для сферического днища:

$$V_g = \frac{\pi H_0}{6} (3r^2 + H_0^2) = \frac{\pi H_0^2}{3} (3R_0 - H_0), \quad C = \frac{H_0}{2} \frac{2r^2 + H_0^2}{3r^2 + H_0^2} = \frac{H_0}{4} \frac{4R_0 - H_0}{3R_0 - H_0},$$

$$y_g = \frac{\pi H_0^4 \gamma}{240g} \left(5 \frac{8R_0^2 - H_0^2}{3R_0 - H_0} - 8H_0 \right).$$

III. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИЯХ КОРПУСА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

3.1. Определение продольной силы в произвольном сечении летательного аппарата

Корпус летательного аппарата можно рассматривать как балку, нагруженную распределенными и сосредоточенными силами. Для расчета его на прочность необходимо в каждом поперечном сечении знать внутренние силовые факторы — осевую силу N , перерезывающую силу Q и изгибающий момент M . Положительные направления N , Q и M показаны на рис. 3.1.

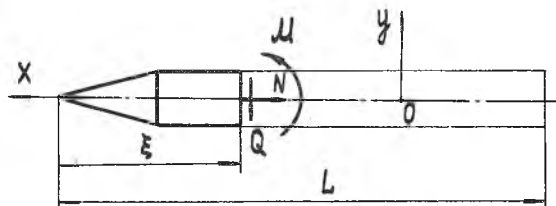


Рис. 3.1. Силовые факторы в сечении летательного аппарата

Для определения внутренних силовых факторов удобно от координаты X поперечного сечения корпуса перейти к расстоянию ξ рассматриваемого сечения от носка летательного аппарата.

Начнем с вычисления осевой силы $N(\xi)$. Для этого рассмотрим часть корпуса летательного аппарата, расположенную между нос-

ком и произвольным сечением ξ (рис. 3.2).

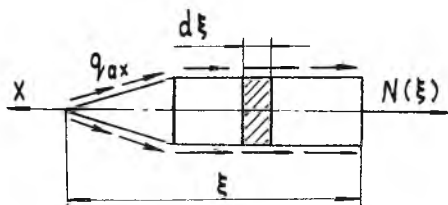


Рис. 3.2. К определению осевой силы

Представим конструкцию в виде упругого невесомого стержня, к которому прикреплены сосредоточенные и распределенные по длине массы. Вычислим элементарную силу, действующую в осевом направлении на бесконечно малый участок стержня длиной $d\xi$. Если погонный вес конструкции равен q_G , то соответствующий участок летательного аппарата будет иметь вес $q_G d\xi$. Согласно формуле (2.32) со стороны этого участка на безмассовый упругий стержень будет в осевом направлении действовать сила $-n_x q_G d\xi$. Аэродинамическая нагрузка q_{ax} дает силу, равную $-q_{ax} d\xi$. Наконец, если рассматриваемый элемент конструкции $d\xi$ находится на участке конического бака, то давление наддува и давление жидкости создают дополнительные осевые силы $q_{ox} d\xi$ и $q_{yx} d\xi$. Суммируя все эти составляющие, будем иметь

$$dN = -n_x q_G d\xi - q_{ax} d\xi + q_{ox} d\xi + q_{yx} d\xi.$$

Если проинтегрировать это выражение в пределах от 0 до ξ и учесть сосредоточенные силы, приложенные к отсеченной части корпуса, то получим

$$N(\xi) = -n_x \int_0^{\xi} q_G d\xi - \int_0^{\xi} q_{ax} d\xi + \int_0^{\xi} q_{ox} d\xi + \int_0^{\xi} q_{yx} d\xi + \sum_{i=1}^K F_{ix}. \quad (3.1)$$

Здесь через F_{ix} обозначены сосредоточенные силы, действующие вдоль оси летательного аппарата, а через k — общее количество таких сил в пределах отсеченной части корпуса.

К сосредоточенным силам относятся:

1) усилия взаимодействия P_{ix} между грузами G_i и корпусом летательного аппарата, вычисляемые по формуле (2.32):

$$P_{ix} = -G_i n_x ;$$

2) усилия P_{ox} , передаваемые на корпус от днищ баков и обусловленные действием давления наддува P_o ; для передних днищ эти силы определяются по формуле (2.69)

$$P_{ox} = \pi r_1^2 P_o ,$$

а для задних — по формуле (2.61)

$$P_{ox} = -\pi r_2^2 P_o ,$$

где r_1 , r_2 — радиусы оснований баков;

3) усилия P_{yx} , обусловленные давлением жидкости на задние днища баков и вычисляемые согласно (2.62) и (2.63) так:

$$P_{yx} = -n_x G^* = -n_x (G_g + G_u) ;$$

здесь G_g — вес топлива в объеме днища, а G_u — вес жидкости в объеме цилиндра с основанием, совпадающим с задним основанием бака и высотой, равной высоте столба жидкости в пределах обечайки бака; для цилиндрического бака

$$P_{yx} = -n_x G_T ,$$

где G_T — полный вес топлива в баке;

4) тяга двигателя P ;

5) другие осевые силы, например, осевые силы, передающиеся на корпус от крыла или от боковых блоков (при пакетной схеме многоступенчатого носителя).

Исходными данными для определения силы $N(\xi)$ являются эпюра q_G распределения погонного веса конструкции по ее длине, эпюра погонной аэродинамической нагрузки q_{ax} , значения весов сосредоточенных грузов G_i , веса компонентов топлива в баках, давления наддува баков и тяга двигателя. При наличии крыльев должны быть известны их веса и создаваемые ими продольные силы сопротивления; если имеются боковые олоки, то необходимо знать тягу их двигателей и схему передачи этой тяги на центральный блок, а также веса боковых блоков.

Продольная перегрузка n_x вычисляется по формуле

$$n_x = \frac{P - X}{G},$$

где X — осевая аэродинамическая сила, P — суммарная тяга, G — вес летательного аппарата в рассматриваемый момент времени.

Пример построения эпюры N по длине летательного аппарата приведен на рис. 3.3. Конструкция имеет два несущих цилиндрических бака одинакового радиуса r ; давления наддува в баках и веса топлива в них обозначены через P_{01} , P_{02} и G_{T1} , G_{T2} . Помимо полезной нагрузки весом G_1 и двигательной установки G_3 имеется еще один сосредоточенный груз весом G_2 (предполагается, что все остальные грузы, а также веса днищ невелики и они включены в погонный вес конструкции). Характерные сечения летательного аппарата отмечены номерами от I до 8.

Процесс вычисления осевой силы разбит на отдельные этапы. На эпюрах I и 2 дано распределение q_{ax} и q_G , а на эпюрах 3 и 4 представлен результат их интегрирования по координате ξ .

Схема передачи на корпус продольных сил от сосредоточенных грузов показана на эпюре 5, а результат их последовательного суммирования приведен на эпюре 6. Напомним, что силы со стороны грузов передаются на корпус в тех сечениях, где производится их крепление.

На эпюре 7 изображено действие сил P_{yx} , обусловленных действием давления топлива на днища баков; влияние давления наддува, создающего силы P_{0x} , показано отдельно на эпюре 9. Результаты последовательного суммирования этих сил даны соответственно на эпюрах 8 и 10. В рассматриваемом здесь примере баки цилиндрические, поэтому силы P_{yx} вычисляются как произведение

осевой перегрузки n_x на действительный вес топлива в баке.

Отметим также, что давление наддува создает осевую силу лишь на участке бака, как это видно из эпюры 10.

Наконец, на эпюрах II, I2 показан вклад силы тяги P в эпюру осевых сил N .

Значение силы N в каждом сечении получается суммированием отдельных вкладов в соответствии с формулой (3.1); результат представлен на эпюре I3. Согласно рис. 3.1 положительное усилие N является растягивающим, а отрицательное — сжимающим. Действие давления наддува может привести к тому, что на участке бака осевая сила будет положительной, как это показано на рис. 3.3.

Контролем правильности построения эпюры N служит равенство нулю осевой силы в крайнем правом сечении корпуса летательного аппарата.

Заметим, что значение осевой силы N в произвольном сечении можно представить в виде суммы

$$N = N_a + N_G + N_\gamma + N_o + N_p. \quad (3.2)$$

Здесь слагаемое

$$N_a = - \int_0^{\xi} q_{ax} d\xi \quad (3.3)$$

представляет собой аэродинамическое сопротивление отсеченной части конструкции; на рис. 3.3 это слагаемое представлено на эпюре 3.

Величина

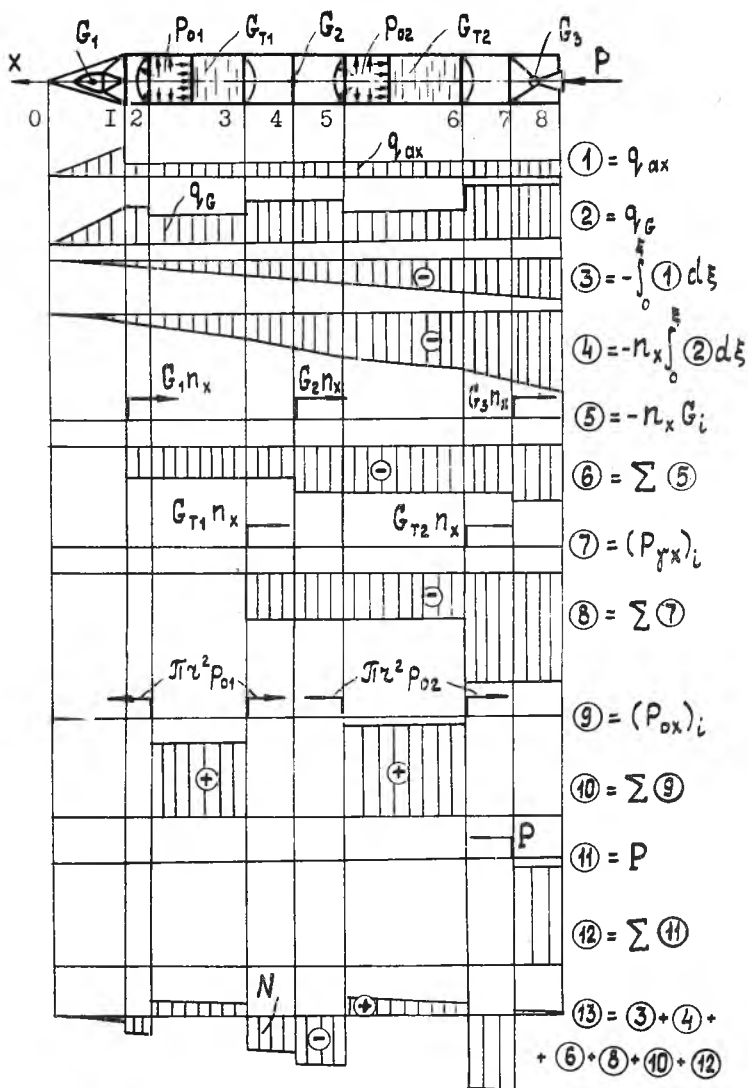
$$N_G = -n_x \left(\int_0^{\xi} q_G d\xi + \sum G_i \right) \quad (3.4)$$

характеризует влияние на продольную силу веса конструкции отсеченной части и в рассмотренном выше примере может быть получена суммированием эпюр 4 и 6.

Член

$$N_\gamma = \int_0^{\xi} q_{\gamma x} d\xi + \sum P_{\gamma xi} \quad (3.5)$$

учитывает вес топлива; на рис. 3.3 он изображается эпюрой 8.

Рис. 3.3. Построение эпюры N

Влияние давления наддува отражает слагаемое

$$N_0 = \int_0^{\xi} q_{0x} d\xi + \sum P_{0xi} \quad (3.6)$$

(эюра 10 на рис. 3.3).

Наконец, последнее слагаемое

$$N_p = \sum P, \quad (3.7)$$

представленное на эюре 12, определяет вклад тяги двигателя. В формулах (3.4)–(3.7) знак \sum означает суммирование в пределах отсеченной части.

Если конструкция имеет конические баки, то, в отличие от рассмотренного выше случая, интегральные члены в (3.5) и (3.6) будут отличны от нуля. Пусть, например, первый бак в рассмотренном выше примере является коническим с углом конусности β (рис. 3.4). Покажем порядок вычисления N_y и N_0 на участке этого бака.

На эюре 7а на рис. 3.4 показана сила P_{yx} , передаваемая на корпус от заднего днища, и погонная нагрузка q_{yx} , действующая на участке бака с топливом. Так как $q_{yx} = 0$ при $\xi < \xi_0$, где ξ_0 – координата, определяющая положение свободной поверхности, то для $\xi < \xi_0$ имеем $N_y = 0$. На участке $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_2$ величина N_y будет определяться по формуле

$$N_y = \int_{\xi_0}^{\xi} q_{yx} d\xi.$$

Согласно (2.57)

$$q_{yx} = 2\pi \gamma n_x z h \operatorname{tg} \beta.$$

Используя далее соотношение

$$\frac{dz}{d\xi} = -\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg} \beta,$$

перейдем к интегрированию по z :

$$N_{\gamma} = \gamma n_x \int_{z_0}^z 2\pi h' r' dz',$$

где во избежание путаницы текущие значения переменных помечены штрихом (рис. 3.4).

Произведение $dv^{**} = 2\pi h' r' dz'$ представляет собой объем цилиндрического тела высотой h' и с основанием в виде кольца радиуса r' и шириной dz' , а величина γdv^{**} есть вес топлива, занимающего такой объем. Интегрирование от z_0 до z дает

$$N_{\gamma} = n_x \gamma V^{**} = n_x G^{**},$$

где $G^{**} = \gamma V^{**}$ — вес жидкости в фиктивном объеме V^{**} , равном разности объемов цилиндра высотой h с основанием радиуса r и усеченного конуса, ограниченного сечениями ξ_0 и ξ ; на рис. 3.4 объем V^{**} заштрихован наклонными линиями. В основании бака величина N_{γ} принимает значение

$$N_{\gamma}(\xi_2) = n_x (G_{\zeta} - G_{\kappa}),$$

где через G_{κ} обозначен вес топлива в конической части бака, а G_{ζ} — вес топлива в объеме цилиндра радиуса r_2 и с высотой H .

При $\xi > \xi_2$ к этому значению добавляется сила $P_{\gamma x}$, равная

$$P_{\gamma x} = -n_x G^* = -n_x (G_g + G_{\zeta}),$$

так что при $\xi > \xi_2$ будем иметь

$$N_{\gamma} = N_{\gamma}(\xi_2) + P_{\gamma x} = -n_x (G_g + G_{\kappa}).$$

Здесь в скобках находится величина, равная весу G_T всего топлива в баке, т.е. при $\xi > \xi_2$

$$N_{\gamma} = -n_x G_T.$$

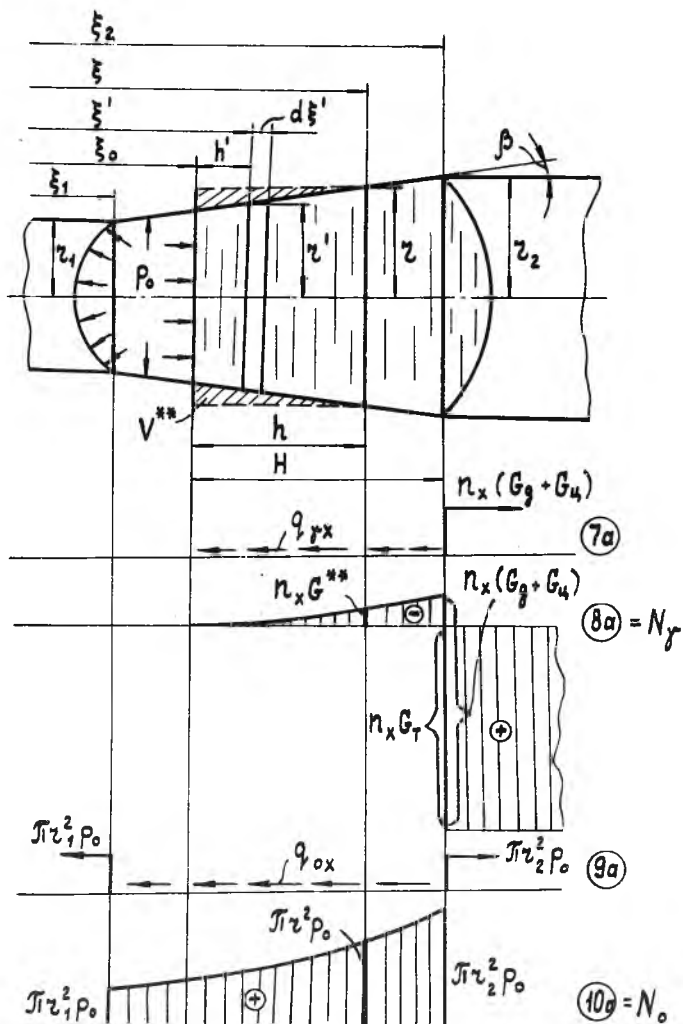


Рис. 3.4. Особенности построения эпюры N на участке конического бака

Изменение $N_y(\xi)$ на участке конического бака показано на эюре 8а (рис. 3.4).

Величина $N_o(\xi)$ при $\xi < \xi_1$, равна нулю, а при $\xi_1 < \xi < \xi_2$ определяется суммой

$$N_o = \pi r_1^2 p_o + \int_{\xi_1}^{\xi} q_{ox} d\xi.$$

Погонная нагрузка q_{ox} вычисляется по формуле (2.56):

$$q_{ox} = 2\pi r p_o \operatorname{tg} \beta.$$

Учитывая, что $\operatorname{tg} \beta d\xi = dr$, получаем

$$N_o = \pi r_1^2 p_o + 2\pi p_o \int_{r_1}^r r' dr'.$$

После интегрирования находим, что при $\xi_1 < \xi < \xi_2$ усилие равно

$$N_o = \pi r^2 p_o.$$

После суммирования с силой $-\pi r_2^2 p_o$, действующей со стороны заднего днища, сила N_o при $\xi > \xi_2$ становится равной нулю (эпюры 9а, 10а на рис. 3.4).

Отметим в заключение, что в крайнем сечении корпуса (т.е. при $\xi = L$), где L — длина летательного аппарата, должны выполняться равенства

$$N_a(L) = X,$$

$$N_G(L) = -n_x G_o,$$

$$N_y(L) = -n_x (G - G_o),$$

$$N_o(L) = 0,$$

$$N_p(L) = P.$$

Здесь через G_0 обозначен вес сухой конструкции (т.е. конструкции без топлива); разность $(G - G_0)$ представляет собой вес топлива в рассматриваемый момент времени. Кроме того, $N_0(\xi)$ равно нулю всюду, кроме участков несущих баков.

Все это позволяет при вычислении осевой силы контролировать правильность построения промежуточных эпюр.

3.2. Определение перерезывающей силы

Для определения перерезывающей силы Q снова рассмотрим отсеченную часть летательного аппарата (рис. 3.5).

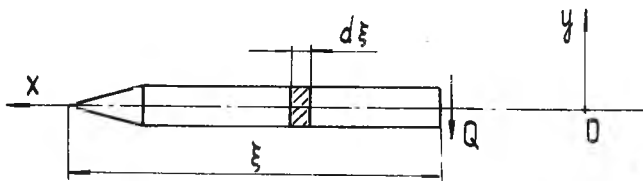


Рис. 3.5. К определению перерезывающей силы

Найдем элементарную силу в направлении оси y , создаваемую в пределах участка корпуса длиной $d\xi$. Аэродинамическая нагрузка q_{ay} дает силу $q_{ay} d\xi$. Согласно (2.33) со стороны выделенного элемента на упругий скелет действует поперечная массовая сила $-q_G(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x) d\xi$, где q_G - погонный вес, x - расстояние от элемента до центра тяжести летательного аппарата. Наконец, если элемент $d\xi$ находится на участке топливного бака, то со стороны жидкости на него будет действовать поперечная нагрузка $q_{ry} = -q_r(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x)$, которая создаст элементарную силу $q_{ry} d\xi$. Таким образом,

$$dQ = q_{ay} d\xi - q_G(n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x) d\xi + q_{ry} d\xi.$$

Интегрируя это равенство в пределах от 0 до ξ и учитывая сосредоточенные поперечные силы F_{iy} , получим величину Q в рассматриваемом сечении:

$$Q(\xi) = \int_0^{\xi} q_{ay} d\xi - \int_0^{\xi} q_G (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x) d\xi - \int_0^{\xi} q_r (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x) d\xi + \sum_{i=1}^k F_{iy}, \quad (3.8)$$

где k — число сосредоточенных поперечных сил, действующих на отсеченную часть конструкции. К этим силам относятся:

1) усилия взаимодействия P_{iy} между грузами G_i и корпусом летательного аппарата, вычисляемые по формуле (2.33):

$$P_{iy} = -G_i (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i),$$

где G_i — вес груза, x_i — расстояние от центра тяжести груза до центра тяжести летательного аппарата;

2) усилия P_{ry} , передаваемые на корпус со стороны задних днищ баков и определяемые по формуле (2.67):

$$P_{ry} = -G_g (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_g),$$

где G_g — вес топлива, заключенного в объеме днища, x_g — расстояние от центра тяжести этой части топлива до центра тяжести летательного аппарата;

3) вертикальная составляющая тяги $P \delta$, где δ — угол отклонения вектора тяги от оси летательного аппарата;

4) другие поперечные силы, например, поперечные силы, передающиеся на корпус от крыла или от боковых блоков.

На рис. 3.5 показана схема построения эпюры $Q(\xi)$. Так же, как и при вычислении N , величину перерезывающей силы в каждом сечении можно представить в виде суммы

$$Q = Q_a + Q_G + Q_r + Q_p. \quad (3.9)$$

Первое слагаемое

$$Q_a = \int_0^{\xi} q_{ay} d\xi$$

обусловлено действием аэродинамической нагрузки (эпюры 1 и 2). В крайнем сечении $\xi = L$, оно должно равняться нормальной аэродинамической силе Y .

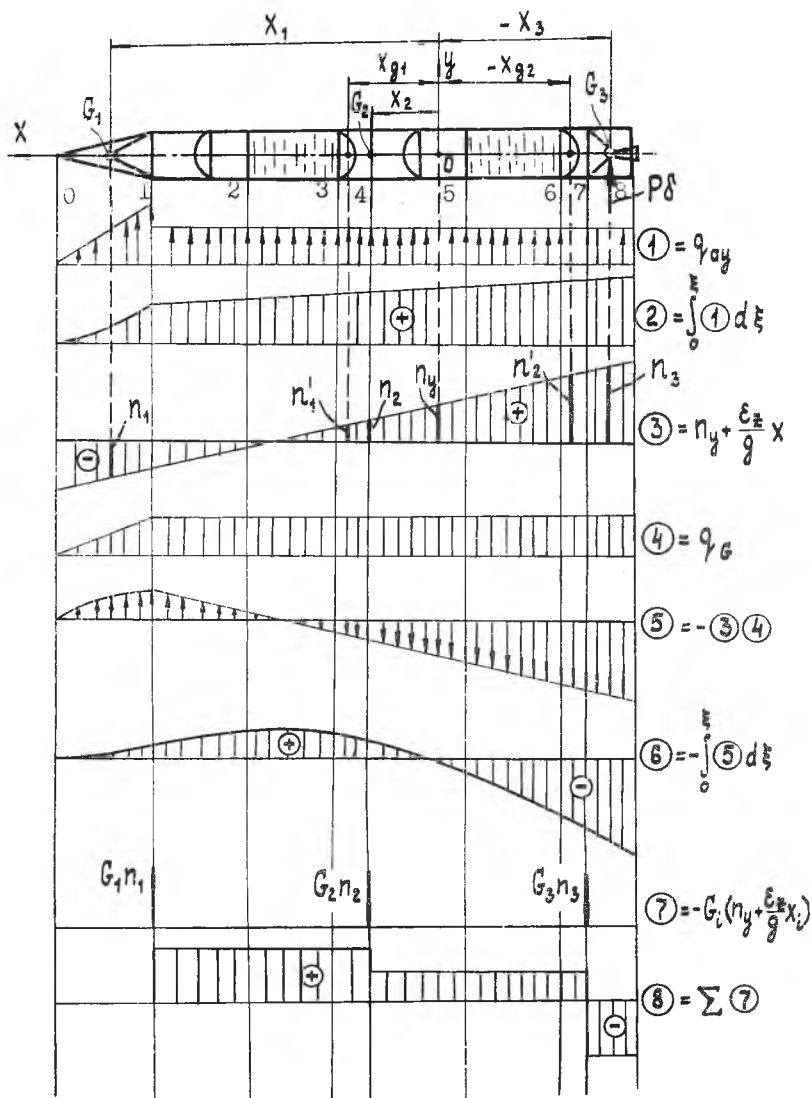


Рис.3.5. Построение эпюры Q

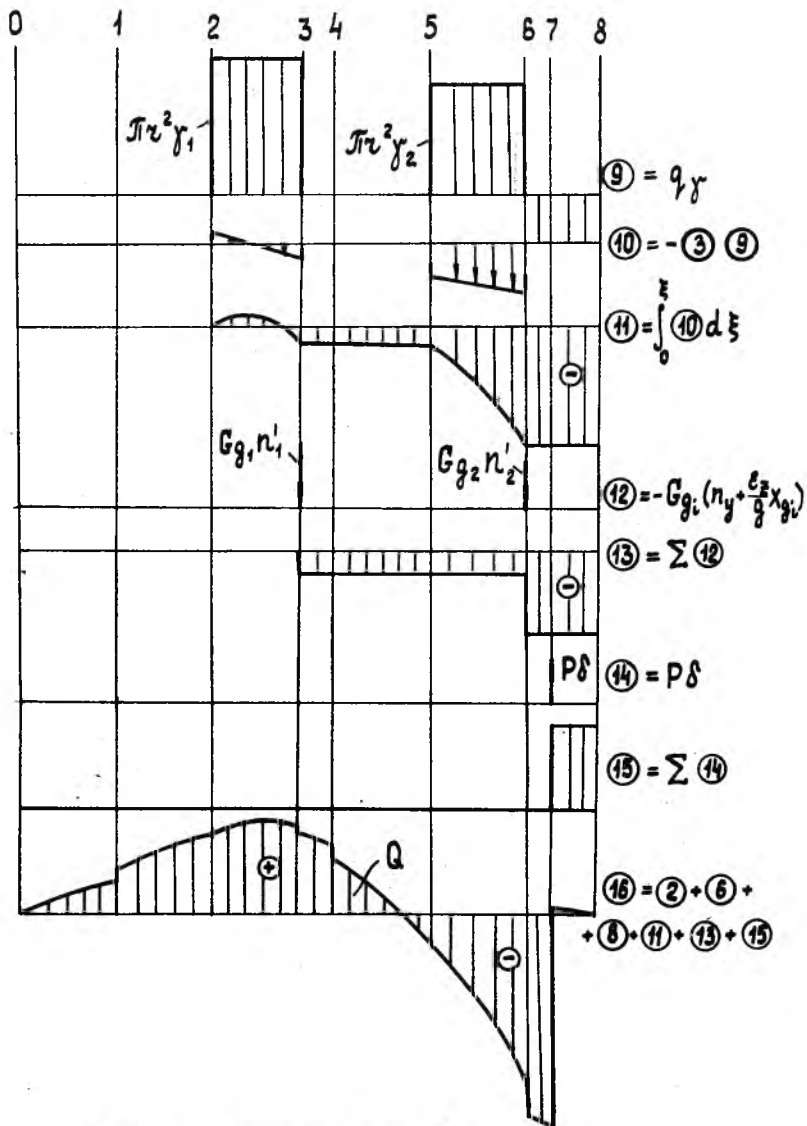


Рис.3.5. Построение эпюры Q
(продолжение)

Величина

$$Q_G = - \int_0^{\xi} q_G (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x) d\xi - \sum G_i (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i) \quad (3.10)$$

учитывает влияние распределенного веса конструкции q_G и сосредоточенных грузов G_i ; ее расчет представлен на эпюрах 3-8. На эпюре 3 показано распределение поперечной перегрузки $n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x$ по длине летательного аппарата для случая $n_y > 0$, $\varepsilon_z < 0$. Интегральный член формулы (3.10) для Q_G изображен на эпюре 6, а остальная часть формулы - на эпюре 8. На эпюре 7 показана схема приложения сосредоточенных сил $P_{iy} = -G_i (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i)$, действующих со стороны грузов. Видно, что эти силы приложены в тех сечениях, где грузы крепятся к корпусу. Значение силы P_{iy} определяется как взятое с обратным знаком произведение веса груза G_i на величину перегрузки $n_i = n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_i$ в его центре тяжести (эти перегрузки отмечены на эпюре 3 вертикальными жирными линиями). В сечении $\xi = L$ величина Q_G , как можно показать, должна принимать значение

$$Q_G(L) = -G_0 [n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} (\xi_c - \xi_0)],$$

где ξ_c - расстояние от носка до центра тяжести летательного аппарата в рассматриваемый момент времени, ξ_0 - расстояние от носка до центра тяжести сухой конструкции.

Слагаемое

$$Q_T = - \int_0^{\xi} q_T (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x) d\xi - \sum G_{gi} (n_y + \frac{\varepsilon_z}{g} x_{gi}) \quad (3.11)$$

отражает влияние веса топлива в баках. Здесь q_T - погонный вес топлива, определяемый как произведение его удельного веса на текущую площадь поперечного сечения бака, G_{gi} - вес топлива в объеме днаща, x_{gi} - расстояние от центра тяжести этой части топлива до центра тяжести летательного аппарата. Расчет первого члена формулы для Q_T показан на эпюрах 9-II, расчет второго - на эпюрах I2 и I3. Контролем правильности построения эпюры Q_T может служить выполнение условия

$$Q_T(L) + Q_G(L) = -G n_y.$$

Наконец, последнее слагаемое Q_p дает вклад поперечной составляющей $P\delta$ тяги P (см. эпюры I4, I5). Эта сила прикладывается в том сечении, где двигательная установка крепится к корпусу.

Суммирование отдельных вкладов позволяет получить эпюру Q (эпюра I6 на рис. 3.5). При правильном вычислении значение Q в крайнем сечении должно равняться нулю.

3.3. Определение изгибающего момента

Изгибающий момент будем считать положительным, если он вызывает сжатие в точках с положительными значениями координаты y (рис. 3.6). Для его определения запишем уравнение равновесия моментов для элемента конструкции летательного аппарата длиной $d\xi$ (рис. 3.6):

$$dM = Q d\xi. \quad (3.12)$$

Проинтегрируем это выражение в пределах от 0 до текущего значения ξ и учтем сосредоточенные моменты, действующие на отсеченную часть. В результате приходим к формуле

$$M = \int_0^{\xi} Q d\xi + \sum_{i=1}^k M_{i,z}, \quad (3.13)$$

где k - количество сосредоточенных моментов в пределах отсеченной части.

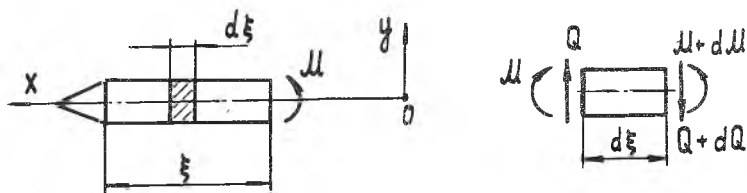


Рис. 3.6. К определению изгибающего момента

К сосредоточенным моментам относятся:

1) моменты, передаваемые на корпус от сосредоточенных грузов и определяемые по формуле (2.34):

$$M_i = -\varepsilon_z J_{i_z} + P_{iy} a_i,$$

где J_{i_z} - массовый момент инерции груза относительно плоскости, проходящей через его центр тяжести и параллельной плоскости y_z ;

a_i - расстояние от центра тяжести груза до плоскости его крепления к корпусу ($a_i > 0$, если центр тяжести груза удален от плоскости крепления в положительном направлении оси x);

2) моменты M_γ , передаваемые на корпус со стороны днищ баков и вычисляемые по (2.68):

$$M_\gamma = -\varepsilon_z J_g - (x_2 - x_g) P_{\gamma y},$$

где J_g - массовый момент инерции топлива, находящегося в днище, относительно плоскости, проходящей через центр тяжести этой части топлива и параллельной плоскости y_z ; x_g - расстояние от центра тяжести этого топлива до центра тяжести летательного аппарата; x_2 - расстояние от плоскости крепления днища к корпусу до центра тяжести летательного аппарата;

3) момент поперечной составляющей тяги, действующий на корпус в плоскости крепления двигательной установки.

Следует заметить, что собственные массовые моменты инерции J_{i_z} сосредоточенных грузов часто бывают относительно невелики и их не учитывают при вычислении момента инерции J_z летательного аппарата. В этом случае при расчете моментов M_i нужно пользоваться формулой

$$M_i = P_{iy} a_i.$$

Слагаемое $(-\varepsilon_z J_{i_z})$ в формуле для M_i следует учитывать лишь для тех грузов, собственный момент инерции которых включен в момент инерции J_z всего летательного аппарата.

Отметим, что формула (3.13) для изгибающего момента M является приближенной. Она получена в предположении, что моменты инерции как конструкции в целом, так и ее частей относительно

оси Z заменяются моментом инерции относительно плоскости yz летательного аппарата. Это нашло отражение в том, что вместо уравнения вращательного движения элемента конструкции длиной $d\xi$ мы записали уравнение равновесия моментов (3.12).

Схема построения эпюры изгибающего момента M дана на рис. 3.7. На эпюрах 1, 2 здесь представлено изменение перерезывающей силы по длине летательного аппарата и результат интегрирования Q по координате ξ .

На эпюре 3 показана схема приложения сосредоточенных моментов. Предполагается, что собственные моменты инерции грузов весьма малы, поэтому в сечении 4 отсутствует сосредоточенный момент от груза G_2 , центр тяжести которого лежит в плоскости его крепления к корпусу. Результат последовательного суммирования M_i представлен на эпюре 4, а суммарный изгибающий момент получен в виде эпюры 5. Равенство нулю изгибающего момента в крайнем сечении корпуса можно использовать в качестве контрольного условия.

Отметим, что иногда при расчете $M(\xi)$ бывает удобнее интегрировать не суммарную эпюру $Q(\xi)$, а отдельные вклады в Q , фигурирующие в формуле (3.9). Если выделить соответствующим образом и сосредоточенные моменты, то схема вычисления изгибающих будет иметь вид

$$M = M_a + M_G + M_Y + M_P. \quad (3.14)$$

где

$$M_a(\xi) = \int_0^{\xi} Q_a d\xi, \quad (3.15)$$

$$M_G(\xi) = \int_0^{\xi} Q_G d\xi + \sum M_{G_i}, \quad (3.16)$$

$$M_Y(\xi) = \int_0^{\xi} Q_Y d\xi + \sum M_{Y_i}, \quad (3.17)$$

$$M_P(\xi) = \int_0^{\xi} Q_P d\xi + \sum M_{P_i}. \quad (3.18)$$

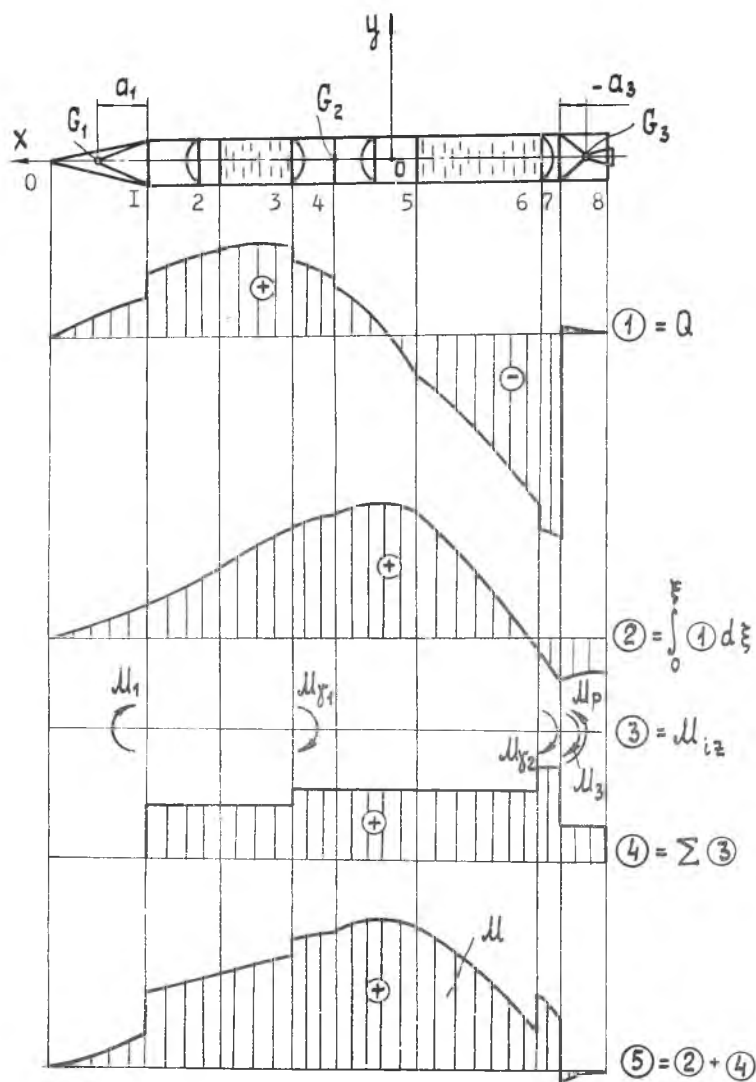


Рис. 3.7. Построение эпюры M

где знак Σ по-прежнему означает суммирование сосредоточенных моментов в пределах отсеченной части.

Контроль промежуточных результатов можно осуществлять путем проверки выполнения следующих условий:

$$M_a(L) = (L - \xi_a) Y,$$

$$M_G(L) = (L - \xi_0) Q_G(L) - \varepsilon_z J_0,$$

$$M_y(L) + M_G(L) = -(L - \xi_c) G n_y - \varepsilon_z J_z,$$

$$M_p(L) = (L - \xi_p) P \delta.$$

Здесь ξ_a и ξ_p — расстояние от носка до точки приложения равнодействующей нормальной аэродинамической силы Y (до центра давления) и до точки приложения поперечной составляющей тяги соответственно, а через J_0 обозначен собственный момент инерции сухой конструкции.

При расчете N , Q , M необходимо выполнять интегрирование различных эппр, что обычно удобнее всего осуществить с помощью формул численного интегрирования. Чаще всего для этой цели применяются правило трапеций или метод Симпсона.

Пусть требуется вычислить интеграл

$$\varphi(\xi) = \int_0^{\xi} f(\xi) d\xi$$

от некоторой функции $f(\xi)$. Обозначим через φ_i значение этого интеграла в некоторой точке $\xi = \xi_i$; тогда в соседней точке $\xi = \xi_{i+1} = \xi_i + \Delta \xi_i$ метод трапеций дает значение

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \Delta \varphi_i,$$

где

$$\Delta \varphi_i = \frac{\Delta \xi_i}{2} (f_i + f_{i+1}).$$

Здесь f_i и f_{i+1} — значения подынтегральной функции в точках $\xi = \xi_i$ и $\xi = \xi_{i+1} = \xi_i + \Delta \xi_i$ (рис. 3.8а).

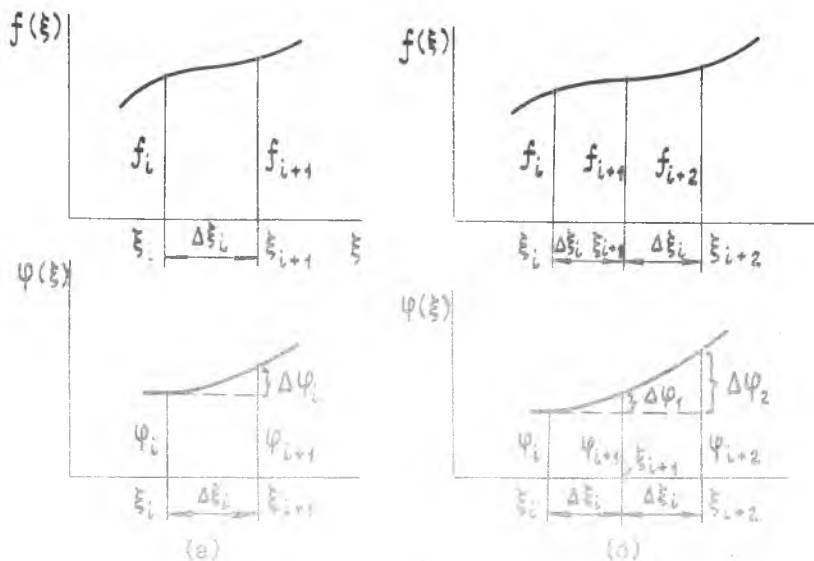


Рис. 3.8. Приближенное интегрирование функций: (а) — методом трапеций, (б) — методом Симпсона

По методу трапеций действительная функция $f(\xi)$ заменяется в пределах отрезка длиной $\Delta \xi_i$ линейной функцией. Если же взять три соседние точки графика функции $f(\xi)$ (рис. 3.8б) и соединить их квадратичной параболой, то придем к методу Симпсона. Интегрирование этой квадратичной функции позволяет получить следующие приближенные значения функции $\varphi(\xi)$ в двух соседних точках $\xi = \xi_{i+1} = \xi_i + \Delta \xi_i$ и $\xi = \xi_{i+2} = \xi_i + 2\Delta \xi_i$:

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \Delta \varphi_1,$$

$$\varphi_{i+2} = \varphi_i + \Delta \varphi_2,$$

где φ_i - значение $\varphi(\xi)$ при $\xi = \xi_i$,

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\Delta\xi_i}{12} (5f_i + 8f_{i+1} - f_{i+2}),$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\Delta\xi_i}{3} (f_i + 4f_{i+1} + f_{i+2}).$$

Здесь f_i , f_{i+1} и f_{i+2} - значения $f(\xi)$ в соответствующих точках (рис. 3.86).

Выше рассмотрено определение усилия в сечениях корпуса летательного аппарата. Методы расчета нагрузок на несущие поверхности (крылья, рули, стабилизаторы) изложены в работах [5, 8].

Л и т е р а т у р а

1. Балабух Л.И. и др. Основы строительной механики ракет. М., „Высшая школа“, 1969.
2. Воронков И.М. Курс теоретической механики. М., Физматгиз, 1966.
3. Гладкий В.Ф. Динамика конструкции летательного аппарата. М., „Наука“, 1969.
4. Гудков А.И., Лешаков П.С. Внешние нагрузки и прочность летательных аппаратов. М., „Машиностроение“, 1968.
5. Кан С.Н., Свердлов И.А. Расчет самолета на прочность. М., „Машиностроение“, 1966.
6. Краснов Н.Ф. и др. Аэродинамика ракет. М., „Высшая школа“, 1968.
7. Дебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М., Оборонгиз, 1962.
8. Фигуровский В.И. Расчет на прочность беспилотных летательных аппаратов. М., „Машиностроение“, 1973.

Ахмедьянов Исхак Саидович, Савельев Леонид Макарович

НАГРУЗКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Редактор Л.М.Карпова

Подписано в печать 14.03.79 г. ЕО 00158.

Формат 60x84 1/16. . Бумага оберточная белая.

Оперативная печать. Физ.п.л. 4,5.

Усл.печ.л. 4,18. . Уч.-изд.л. 4,0.

Тираж 500 экз. Заказ 1838 . Цена 14 коп.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт им. С.П.Королева
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Областная типография имени В.П.Мяги,
г. Куйбышев, ул. Венцека, 60.