Министерство высшего и среднего специального
образования Р С Ф С Р

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С.П.Королева

М Е Т О Д И Ч Е С К И Е   У К А З А Н И Я

к проведению практических занятий по разделу
"Автоматизированные системы управления"

Утверждены в качестве
методических указаний по
курсу "Организация
производства"

Куйбышев 1983

УДК 658.5.011.56

В методических указаниях для проведения практических занятий по разделу "Автоматизированные системы управления" приводятся варианты моделирования задач автоматизации процессов технологической подготовки производства и управления основным производством. Рекомендуется для студентов специальностей 0535, 0539, 0543, непосредственно не связанных с вычислительной техникой, но в процессе обучения и последующей работы использующих документацию, полученную с ЭВМ.

Составитель: Е.Н.Петров

Рецензенты: к.ф-м н. доц. Калентьев А.А.
к.т.н. Иванов Г.В.

1. ТЕОРИЯ ВОПРОСА

Научно-технический прогресс неразрывно связан с совершенствованием системы планирования и управления на различных уровнях во всех отраслях науки, техники, производства и потребления. Одним из важных вспомогательных средств изучения технико-экономических процессов и выработки управленческих решений является использование экономико-математических моделей, методов и современных ЭВМ.

Экономико-математическая модель- это математическая задача, отражающая в абстрактном виде количественные закономерности процесса с определенной целью. Экономико-математическая модель должна реально отражать цели исследуемого процесса. Цель выражается в виде критерия - целевой функции, а условия и закономерности - в виде математических соотношений.

Для использования экономико-математической модели необходимо подготовить структуру входной и выходной информации, создать и подобрать метод решения задачи, составить и отладить программу на ЭВМ, провести расчеты на ЭВМ и проанализировать полученные результаты.

Входная информация задачи не должна содержать синтаксических и семантических ошибок, т.е, сбор первичной информации и её предварительная обработка не должны искажать реальный смысл исследуемого процесса.

Для описания процессов наиболее распространенными являются сетевые графики, матричные или линейные модели, имеющие универсальные эффективные методы решения.

Для создания программы на ЭВМ по реализации выбранного метода необходимо разработать техническое задание на программирование полученного алгоритма решения задачи. Порядок и правила разработки технического задания представлены в [1].

Распечатка выходной информации должна быть удобной для работы конкретного специалиста, поэтому форма выходных документов после решения одной задачи может быть различна.

В соответствии с програмхой объем практических занятий по разделу "Автоматизированные системы управления" рассчитан на 4 часа, за которые студенты должны научиться составлять модели задач по технологической подготовке производства и управлению основным производством.

2. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ.

Рассмотрим пример составления математической модели.

Для механообрабатывающего цеха необходимо составить наилучшую программу работ по выпуску трех видов продукции А,Б,В, обеспечивающую максимальную прибыль. Прибыль для каждого комплекта производственной продукции А,Б,В составляет соответственно 35,25 и 40 рублей. Цех располагает шестью видами оборудования, имеющего фонд рабочего времени и свою производительность. Качественные показатели сведены в таблицу.

№ п/п	Вид оборудования	Фонд времени (час.)	Расход времени по видам продукции (час./к) А	Б	В
1.	Печь отжига	2766	3,5	2,8	-
2.	Травильный агрегат	624	0,083	0,083	0,104
3.	Станок №1	416	0,067	0,1	0,083
4.	Станок №2	250	1	-	-
5.	Станок №3	1250	-	1	-
6.	Станок №4	1250	-	-	1

Обозначим через X_1 X_2, X_3 количество продукции А,Б,В (в комплектах), которые предполагается выпускать в соответствии с некоторой программой. Программа может быть реализована только тогда, когда желаемые количества X_1, X_2, X_3 будут согласованы с возможностями оборудования. Выразим это требование в виде математических соотношений.

Для печи отжига расход времени на производство продукции составит $3{,}5X_1 + 2{,}8\,X_2$ часов (производство продукции В не требует использования печи). Фонд времени для печи составляет 2766 часов. Значит, должно выполняться неравенство:

$$3{,}5\,X_1 + 2{,}8\,X_2 \leqslant 2766.$$

Если это неравенство не выполняется, то программа не может быть реализована. Если $3{,}5\,X_1 + 2{,}8X_2 = 2766$, то это означает полную загрузку печи отжига, если же

$$3{,}5\,X_1 + 2{,}8\,X_2 \leqslant 2766,$$

то при данной программе печь отжига недогружена.

Таким же путем можно отразить условия согласования программы с возможностями других видов оборудования.

$$0{,}083\,X_1 + 0{,}083\,X_2 + 0{,}104\,X_3 \leqslant 624\,;$$

$$0{,}067\,X_1 + 0{,}1\,X_2 + 0{,}083\,X_3 \leqslant 416\,;$$

$$X_1 \leqslant 250\,;$$

$$X_2 \leqslant 1250 ;$$

$$X_3 \leqslant 1500 .$$

Условия согласования с ограниченными производственными возможностями можно рассматривать как ограничения, накладываемые на переменные величины (ограничения задачи).
Любую выбранную для выполнения программу X_1, X_2, X_3 можно рассматривать как принимаемое решение. Практически реализуемыми будут лишь те решения, для которых выполнятся все ограничения задачи. Такие решения будем называть допустимыми.

Для выбора конкретного решения необходимо математически выразить стремление к максимальной прибыли. В соответствии с условиями задачи прибыль при некотором решении X_1, X_2, X_3 составляет

$$Z = 35 X_1 + 25 X_2 + 40 X_3 \text{ рублей.}$$

Прибыль Z является функцией переменных X_1, X_2, X_3.

Из двух решений лучшим будет то, для которого значения функции Z больше. Функцию Z называют целевой функцией.

Теперь задача поиска наилучшего решения математически формулируется так: найти такие значения X_1, X_2, X_3, которые удовлетворяют ограничениям задачи и обращают в максимум целевую функцию Z.

Математическая модель поставленной задачи выглядит следующим образом:

$$3{,}5 X_1 + 2{,}8 X_2 \leqslant 2766;$$

$$0{,}083 X_1 + 0{,}083 X_2 + 0{,}104 X_3 \leqslant 624 ;$$

$$0{,}067 X_1 + 0{,}1 X_2 + 0{,}083 X_3 \leqslant 416 ;$$

$$X_1 \leqslant 250 ; \quad X_2 \leqslant 1250 ; \quad X_3 \leqslant 1500;$$

$$Z = 35 X_1 + 25 X_2 + 40 X_3 .$$

Решая эту систему уравнений, получим наилучшую программу, равную $X_1 = 250$ комплектов, $X_2 = 675$ комплектов, $X_3 = 1500$ комплектов. Прибыль, достигаемая реализацией производственной программы составляет $Z = 85$ тыс. рублей.

В общем случае процесс формализации задачи сводится к следующему:

1) выражение программы (решения) в виде переменных вели-

чин;

2) математическое выражение ограничений, накладываемых на переменные (условий допустимости, реализуемости решений);

3) построение целевой функции, значения которой зависят от решения и могут служить критерием качества решения;

4) математическая формулировка задачи, как задачи отыскания экстремумов целевой функции при условии выполнения ограничений, накладываемых на переменные.

В общем случае область применения аппарата линейного программирования составляет практические задачи, в которых:

а) необходимо определить наилучшее решение из числа множества возможных решений;

б) решение может быть выражено как набор значений некоторых переменных величин;

в) ограничения, накладываемые на допустимые решения специфическими условиями практической задачи, могут быть выражены в виде неравенств, левые части которых являются линейными функциями переменных;

г) целевая функция, значения которой служат критерием качества решения, может быть представлена в виде линейной функции переменных.

3. ПРИМЕРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ

Задача № 1. Составить модель оптимального раскроя материалов для получения заданного количества заготовок.

Исходные данные: на предприятие поступают однотипные рулоны материалов. Надо найти такой план раскроя рулонов материала по ширине, при котором будут наименьшие отходы.

Введем обозначения:

i - вид заготовки,

m - число всех видов заготовок;

j - вариант раскроя рулона по ширине;

n - число вариантов раскроя;

a_i - заданное число заготовок i-го вида;

a_{ij} - число заготовок i-го вида, которое можно получить из одного рулона согласно j-му варианту раскроя;

c_j - отходы материала, получаемые из рулона согласно j-му варианту раскроя;

x_j - искомое число рулонов, раскраиваемых согласно j-му варианту.

Ответ: математическая модель имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{n} C_j X_j \to min ; \quad X_j \geq 0, \; j=1,2,\ldots,n ,$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = a_i , \quad i=1,2,\ldots,m .$$

Пример к задаче № 1.

На предприятие поступают однотипные рулоны шириной 700 см, которые надо разрезать на заготовки трех видов: 1- й шириной 230 см, 2- й - 190 см, 3- й - 80 см. План заготовок следующий: a_1=60шт., a_2= 90 шт., a_3= 320 шт. План должен выполняться с минимальными отходами. С этой целью составляют варианты j -го раскроя рулонов на заготовки и определяют a_{ij} количество заготовок i-го вида из одного рулона, получаемых согласно j-му варианту и отходы C_j . Эти данные сведены в таблицу.

Вариант раскроя	Число заготовок из одного рулона			Отходы см
	1-го вида	2-го вида	3-го вида	
1	3	-	-	10
2	2	1	-	50
3	2	-	3	0
4	1	2	1	10
5	1	-	5	70
6	1	1	3	40
7	2	-	3	0
8	-	-	8	60
9	-	2	4	0

Математическая модель:

$$10X_1 + 50X_2 + 0X_3 + 10X_4 + 70X_5 + 40X_6 + 0X_7 + 60X_8 + 0X_9 \to min ;$$

при ограничениях на план заготовок:

$$3X_1 + 2X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + 2X_7 = 60 ;$$

$$X_2 + 2X_4 + X_6 + X_9 = 90 ;$$

$$3X_3 + 5X_5 + 3X_6 + 3X_7 + 8X_8 + 4X_9 = 320 ;$$

$$X_j \geq 0 , \quad j = 1 \ldots 9.$$

Решением этой задачи является $X_1 = X_2 = X_4 = X_5 = X_6 = X_7 = 0$; $X_3 = 30$, $X_8 = 6,25$, $X_9 = 45$. Отсюда следует, что минимальное количество отходов получится , если раскроить 30 рулонов по 3-му варианту (2 заготовки 1-го вида и 3 заготовки 3-го вида), 6,25 рулона раскроить по 8-му варианту (8 заготовок 3-го вида), 45 рулонов по 9-му варианту(2 заготовки 2-го вида и 4 заготовки 3-го вида). Тогда необходимо

$$30 + 45 + 6,25 = 81,25 \text{ рулона},$$

а отходы составят

$$6,25 \cdot 60 = 375 \text{ см}.$$

Задача № 2. Составить модель максимизации изготавливаемой комплектной продукции с учетом возможности цехов.

Введем обозначения:

i – вид деталей, из которых формируется комплектная продукция;

l – число видов деталей;

z – вид станка, где изготавливаются детали (каждый станок может выпускать детали только одного вида);

k – число видов станка;

b_z – число станков z-го вида;

c_i – число деталей i-го вида, необходимых для комплектации единицы выпускаемой продукции;

a_{iz} – число деталей i-го вида, которые можно произвести на одном станке z-го вида за единицу времени;

x_{iz} – число станков z-го вида, которые должны выпускать детали i-го вида.

Математическая модель:

$$Z \longrightarrow max;$$

$$\frac{1}{c_i}\sum_{z=1}^{k} a_{iz} x_{iz} \geq Z, \qquad i = 1,2,\dots,l;$$

$$\sum_{i=1}^{l} x_{iz} = b_z, \qquad z = 1,2,\dots,k;$$

$$x_{iz} \geq 0, \quad i = 1,2,\dots,l, \qquad z = 1,2,\dots,k.$$

Пример к задаче № 2.

На предприятии имеется $k = 5$ типов станков ($z = 1,2,3,4,5$), надо выпустить $l = 2$ вида деталей ($i = 1,2$). Комплект состоит из двух видов изделий 1-го вида ($c_1 = 2$) и одного изделия 2-го вида ($c_2 = 1$). Число станков 1-го вида $b_1 = 5$, 2-го вида $b_2 = 3$, 3-го вида $b_3 = 40$, 4-го вида $b_4 = 9$, 5-го вида $b_5 = 2$. Возможность производства за один месяц деталей в штуках на станках приведено в таблице:

Вид детали	Вид станка				
	1	2	3	4	5
1	100	400	20	200	600
2	15	200	25	50	250

Математическая модель задачи:

$$Z \to max \, ;$$

$$\frac{1}{2}(100X_{11} + 400X_{12} + 20X_{13} + 200X_{14} + 600X_{15}) \geq Z \, ,$$

$$15X_{21} + 200X_{22} + 25X_{23} + 50X_{24} + 250X_{25} \geq Z \, ;$$

$$X_{11} + X_{12} = 5; \quad X_{12} + X_{22} = 3; \quad X_{13} + X_{23} = 40;$$

$$X_{14} + X_{24} = 9 \, ; \quad X_{15} + X_{25} = 2.$$

Решая эту задачу, получаем план загрузки станков:

$X_{21} = X_{12} = X_{23} = X_{15} = 0$; $X_{11} = 5$, $X_{22} = 3$; $X_{13} = 40$;

$X_{14} = 6$; $X_{25} = 2$; $X_{24} = 3$; $Z = 1250$.

Задача № 3. Составить модель планирования выпуска продукции при минимизации суммарного времени.

Введем обозначения:

i - номер вида детали;

m - число всех видов деталей;

s - номер варианта загрузки участка;

S - число всех вариантов загрузки участка;

a_{is} - почасовая производительность участка по выпуску i -й детали согласно s -му варианту;

b_i - план по выпуску деталей i -го вида;

X_s - время работы по выпуску деталей согласно s -му варианту;

Математическая модель:

$$\sum_{s=1}^{S} X_s \to min, \quad X_s \geq 0 \, , \quad s = 1, 2, \ldots, S$$

при ограничениях на выпуск деталей

$$\sum_{s=1}^{S} a_{is} X_s \geq b_i \, , \quad i = 1, 2, \ldots, m.$$

Пример к задаче № 3.

На станке надо обработать 6 деталей $i = 1,..,6$ в количестве $b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = 600$ шт., $b_6 = 1200$ шт.
Имеется 20 вариантов обработки деталей. Почасовая производительность станка по вариантам приведена в таблице:

№ детали	№ варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	20	20	20	20	20										20					
2	10	10				10	10	10	10							10				
3			10	10						10	10	10	10				10			
4				15	15	15	15			15	15			15				15		
5						20					20	20		20					20	
6									10				10							10

Математическая модель задачи:

$$\sum_{s=1}^{20} X_s \to min ;$$

$$20X_1 + 20X_2 + 20X_3 + 20X_4 + 20X_5 + 20X_{15} = 600;$$

$$10X_1 + 10X_2 + 10X_6 + 10X_7 + 10X_8 + 10X_9 + 10X_{16} = 600;$$

$$10X_3 + 10X_4 + 10X_{10} + 10X_{11} + 10X_{12} + 10X_{13} + 10X_{17} = 600;$$

$$15X_2 + 15X_4 + 15X_5 + 15X_6 + 15X_7 + 15X_{10} + 15X_{11} + 15X_{14} + 15X_{18} = 600;$$

$$20X_7 + 20X_8 + 20X_{11} + 20X_{12} + 20X_{14} + 20X_{19} = 600;$$

$$10X_9 + 10X_{13} + 10X_{20} = 1200.$$

Решая эту задачу, получим:

$X_4 = 30$, $X_8 = 20$, $X_9 = 40$, $X_{11} = 10$, $X_{13} = 20$,

$X_{20} = 60$.

Остальные варианты в оптимальном плане не используются

$X_1 = X_2 = X_3 = X_5 = X_6 = X_7 = X_{10} = X_{12} = X_{14} = X_{15} = X_{16} = X_{17} = X_{18} = X_{19} = 0$

Литература

1. Модин А.А., Яковенко Е.Г., Погребной Е.П. Справочник разработчика АСУ. - М., "Экономика", 1978, -583с.

2. Купцов Л.Н., Горяинов М.М. Математика и управление производством.-М., "Московский рабочий", 1969, -182с.

3. Крушевский А.В. Справочник по экономико-математическим моделям и методам. - К., "Техника", 1982, - 208с.

Составитель Евгений Николаевич П е т р о в

Методические указания
к проведению практических занятий
по разделу "Автоматизированные системы управления"

Подписано в печать 17.10.83 г. Формат 60x84 1/16.
Бумага оберточная белая. Печать оперативная.
Усл.п.л. 0,75. Уч.-изд.л. 0,7. Т. 200.
Заказ [illegible] Бесплатно.
Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С.П.Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.
Офсетный участок КуАИ, г. Куйбышев, ул.Ульяновская, 18.