

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ордена ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

**ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА
ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ
В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ**

КУЙБЫШЕВ 1987

Министерство высшего и среднего специального
образования РСФСР

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С.П.Королева

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА
ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ
В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

У т в е р ж д е н о
редакционно-издательским
советом института
в качестве
методических указаний
для студентов

Куйбышев 1987

УДК 681.327.8

В методических указаниях приводятся краткие сведения из теории фильтрации сигналов в частотной области на основе быстрого преобразования Фурье, а также особенности практической реализации алгоритма фильтрации. Даются указания по выполнению машинного эксперимента на ЭВМ.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по специальности "Радиотехника".

Составитель В.Д.К у з е н к о в

Рецензенты: С.А.Ш е х у р д и н, В.С.Д м и т р и е в

Ц е л ь р а б о т ы: изучение алгоритма цифровой фильтрации сигналов в частотной области, ознакомление с особенностями его практической реализации и исследование алгоритма посредством выполнения машинного эксперимента на ЭВМ.

1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

1.1. Вводные замечания

Из теории цепей известно, что отклик $y(t)$ некоторой линейной аналоговой системы на воздействие $x(t)$ во временной области можно получить с помощью интеграла свертки

$$y(t) = \int_0^t h(\tau) x(t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

где $h(t)$ - импульсная характеристика линейной системы. В дальнейшем мы сузим понятие "система" и будем под системой подразумевать фильтр.

Воспользовавшись преобразованием Фурье, отклик $y(t)$ можно вычислить и в частотной области:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2a)$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2b)$$

$$Y(j\omega) = X(j\omega) H(j\omega), \quad (2b)$$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (2г)$$

здесь $X(j\omega)$, $Y(j\omega)$ – спектры входного и выходного сигналов,
 $H(j\omega)$ – комплексная частотная характеристика фильтра.

Ясно, что уравнения (1) и (2) по-разному описывают один и тот же процесс, имеющий место в некоторой физической системе – аналоговом фильтре. Рассмотренный подход возможен и в цифровой фильтрации. Однако под цифровым фильтром (ЦФ) обычно понимают алгоритм, позволяющий определить отсчеты выходного сигнала в функции отсчетов входного сигнала, а не некоторое техническое устройство. Алгоритм цифровой фильтрации обычно не связан жестко со структурой процессора, с помощью которого ЦФ реализуется. Более того, при реализации ЦФ на основе микропроцессоров или ЭВМ различного ранга алгоритм фильтрации полностью определяется программой, внесенной в процессор, а не его структурой. Ясно, что алгоритмы цифровой фильтрации во временной и в частотной областях реализуются с помощью различных программ, требуют разных аппаратурных и иных затрат.

1.2. Методы вычисления цифровой свертки

Основу цифровой фильтрации сигналов во временной области составляет линейная дискретная свертка

$$y(n) = \sum_{i=0}^{n-1} h(i)x(n-i). \quad (3)$$

Выражение (3) является дискретным эквивалентом выражения (1). Здесь и далее, если не оговорено особо, принимается шаг временной дискретизации $T=1$. Для физически реализуемого фильтра должно выполняться условие $h(n)=0$ при $n < 0$. Заметим, если последовательности $x(n)$ и $h(n)$ имеют длину M и N отсчетов соответственно, то длина свертки составит $M+N-1$ отсчетов.

Для реализации алгоритма (3) можно написать очень простые, хотя не очень эффективные с точки зрения скорости обработки программы. В самом деле, при $N-1 \leq n$ для вычисления одного отсчета выходного сигнала необходимо выполнить N умножений чисел и $N-1$ сложений. Такое большое количество арифметических операций на один отсчет выходного сигнала и является причиной низкой эффективности алгоритма (3) при большом N . По этой причине прямое вычисление свертки в большинстве практических случаев оказывается целесообразным лишь при небольшой величине N , не превышающей нескольких десятков.

Для реализации процедуры цифровой фильтрации можно использовать косвенный метод, который в большинстве случаев обеспечивает существенно большее быстродействие, чем прямое вычисление свертки. Метод косвенной свертки строится на основе теоремы о циклической свертке для дискретного преобразования Фурье. Эффективность этого метода достигается благодаря использованию в нем алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ), обладающих высоким быстродействием /1,2,3/. Таким образом, БПФ составляет основу метода фильтрации сигналов в частотной области.

Циклическая свертка изучается в лабораторной работе "Дискретное преобразование Фурье", поэтому, не останавливаясь на существовании теоремы о циклической свертке, отметим, что циклическая и линейная свертки (5) приводят, вообще говоря, к различным результатам. Однако существует способ преобразования свертываемых последовательностей, в результате которого циклическая свертка (на одном своем периоде) и линейная свертка тождественно совпадают. Напомним суть этого метода.

Пусть задан сигнал $x(n)$, $n=0, 1, \dots, M-1$, который следует обработать с помощью НЦФ с импульсной характеристикой $h(n)$. Фильтрацию сигнала $x(n)$ в частотной области можно выполнить с помощью следующей многошаговой процедуры.

Шаг 1. Выберем число L - минимальную степень числа 2, превышающее или равное $M+N-1$, и дополним последовательности $x(n)$ и $h(n)$ нулевыми отсчетами до длины L . Иначе, образуем новый сигнал

$$\begin{aligned} x(n), \quad n=0, \dots, L-1, \\ x(n) = x(n) \quad \text{при } n=0, \dots, M-1, \\ x(n) = 0 \quad \text{при } n=M, M+1, \dots, L-1, \end{aligned} \quad (4)$$

и импульсную характеристику $h(n)$, $n=0, \dots, L-1$, причем

$$\begin{aligned} h(n) = h(n) \quad \text{при } n=0, \dots, N-1, \\ h(n) = 0 \quad \text{при } n=N, N+1, \dots, L-1. \end{aligned} \quad (5)$$

Шаг 2. Вычислим БПФ последовательностей $x(n)$, $h(n)$:

$$\bar{X}(k) = \sum_{n=0}^{L-1} \bar{x}(n) e^{-j\frac{2\pi}{L}nk}, \quad k=0, \dots, L-1; \quad (6)$$

$$\tilde{H}(k) = \sum_{n=0}^{L-1} \tilde{h}_2(n) e^{-j\frac{2\pi}{L}nk}, \quad k=0, \dots, L-1.$$

(7)

Шаг 3. Вычислим комплексное произведение $\tilde{X}(k)$ и $\tilde{H}(k)$:

$$\tilde{Y}(k) = \tilde{X}(k) \tilde{H}(k), \quad k=0, \dots, L-1,$$

(8)

представляющее собой дискретный комплексный спектр выходного сигнала.

Шаг 4. Вычислим обратное БПФ для последовательности $\tilde{Y}(k)$ и получим

$$\tilde{y}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{Y}(k) e^{j\frac{2\pi}{L}nk}, \quad n=0, 1, \dots, L-1.$$

(9)

Последовательность $\tilde{y}(n)$, $n=0, 1, \dots, L-1$ в соответствии с теоремой о свертке из ДПФ является циклической сверткой последовательностей $\tilde{x}(n)$ и $\tilde{h}(n)$. Последовательность $\tilde{y}(n)$ совпадает с линейной сверткой $y(n)$ в $M+N-1$ в точках. В остальных точках на интервале $(M+N-1, \dots, L-1)$ отсчеты этой последовательности нулевые. Иначе

$$\begin{aligned} \tilde{y}(n) &= y(n) \quad \text{при } n=0, 1, \dots, M+N-2, \\ \tilde{y}(n) &= 0 \quad \text{при } n=M+N-1, \dots, L-1. \end{aligned}$$

(10)

Сравним алгоритмы прямой и косвенной сверток с точки зрения времени их выполнения на ЭВМ. Для этого необходимо выбрать критерий сравнения. Как видно из выражения (3), для получения линейной свертки необходимо выполнение операций сложения и умножения. Полагая значения комплексной экспоненты $W_L^{nk} = e^{-j(2\pi/L)nk}$ и W_L^{-nk} в выражениях (6), (9) вычисленными заранее, можно заключить, что алгоритм косвенной свертки также реализуется с помощью операций сложения и умножения. При практической реализации алгоритмов на ЭВМ возникает также необходимость выполнения операций, связанных с организацией вычислительного процесса: пересылки команд и данных из памяти в процессор и обратно, управления устройствами ввода-вывода и других.

Из всех этих операций операция умножения многоразрядных чисел является наиболее медленной. Для ее выполнения программным способом

на микроЭВМ требуется время в несколько десятков раз больше, чем на сложение. Поэтому в качестве критерия качества (по быстродействию) алгоритмов цифровой обработки сигналов часто берут число умножений, необходимое для их выполнения. Используя этот показатель качества, объясним, почему процедура свертки в частотной области (4)-(9) может быть более выгодной с точки зрения времени обработки по сравнению с прямой сверткой (3).

Можно показать, что для выполнения свертки двух действительных последовательностей длины M и N по формуле (3) требуется количество умножения составляет

$$Q_{ум} = MN \quad (II)$$

Покажем справедливость выражения (II) на примере. Возьмем последовательности $x(0), x(1), x(2)$ ($M=3$) и $h(0), h(1)$ ($N=2$). Свертка этих последовательностей содержит $M+N-1=3+2-1=4$ отсчета.

Вычислим множество этих отсчетов по формуле (3), учитывая, что $h(n) = 0$ при $n < 0$, получим

$$\begin{aligned} y(0) &= h(0)x(0) \\ y(1) &= h(0)x(1) + h(1)x(0) \\ y(2) &= h(0)x(2) + h(1)x(1) \\ y(3) &= h(1)x(2). \end{aligned} \quad (I2)$$

Как видно из формул (I2), для вычисления последовательности $y(0), y(1), y(2), y(3)$ необходимо $Q_{ум} = M \cdot N = 3 \cdot 2 = 6$ умножений.

При фильтрации в частотной области время на вычисление ДИФ импульсной характеристики (7) можно не учитывать, так как это ДИФ можно вычислить заранее один раз и навсегда для данного фильтра. Таким образом, в случае фильтрации в частотной области требуется вычислить два БПФ (БПФ по формуле (6) и ОБПФ по формуле (9) для L точек) и, кроме того, выполнить L комплексных умножений в соответствии с (8). Учитывая, что алгоритм БПФ (ОБПФ) содержит $\frac{1}{2} \log_2 L$ комплексных умножений [1,2,3], получим число комплексных умножений

$$Q_{к умн} = 2 \left(\frac{1}{2} \log_2 L \right) + L, \quad (I3a)$$

а число действительных умножений

$$Q_{\text{д умн}} = 4L(\log_2 L + 1)$$

(136)

Нетрудно заметить, что эффективность свертки в частотной области зависит от соотношения величин L и $M+N-1$. Наихудшее условие для эффективности такой фильтрации имеет место, когда $M+N-1 < L$ и, вместе с тем, $L \approx 2(M+N-1)$, тогда как наилучшее условие, — когда сумма $M+N-1$ меньше степени числа 2, но очень близка к ней (или равна этой степени). Анализ, выполненный на основе соотношений (II), (13) показывает, что при наилучших условиях эффективность метода свертки в частотной области выше прямой свертки при числе коэффициентов фильтра более 40. Отметим, что в некоторых случаях имеется возможность дальнейшего увеличения скорости обработки в частотной области. В самом деле, в большинстве практических ситуаций фильтруемый сигнал является действительным (некомплексным).

В алгоритмах БПФ, однако, сигналы полагаются комплексными. Используя это обстоятельство, за один проход БПФ можно обработать две действительные последовательности. Для этого достаточно из двух последовательностей сформировать искусственный комплексный входной сигнал, реальную часть которого составляет одна действительная последовательность, а мнимую — другая последовательность. Таким образом, число операций умножения дополнительно сокращается примерно в два раза. Подробнее этот метод увеличения скорости обработки мы рассмотрим в п.1.3.

1.3. Методы секционирования косвенной свертки

В рассмотренной выше фильтрации в частотной области при обработке длительных сигналов, длина последовательности которых M существенно больше длины импульсной характеристики N ($M \gg N$), могут возникнуть трудности. Поясним суть этих затруднений. Для этого рассмотрим особенности прохождения сигналов через фильтр. Обратимся сначала к алгоритму (3) фильтрации сигналов во временной области. При работе в реальном масштабе времени фильтр выдает отсчеты выходного сигнала в темпе поступления на вход отсчетов входного сигнала. Память такого фильтра равна длительности импульсной характеристики N . Соответственно этому запаздывание сигнала при прохождении через фильтр составляет величину, пропорциональную длительности импульсной характеристики.

В отличие от этого процесс обработки в фильтре, использующем алгоритмы (4), (6), (8), (9), может начаться лишь только после того, как в запоминающем устройстве (ЗУ) фильтра накоплена вся выборка входного сигнала объема M отсчетов. В самом деле, как отмечалось выше, для выполнения БФФ предварительно необходимо сформировать массив чисел с размерностью $L \geq M+N-1$, в котором M чисел суть отсчеты входного сигнала, а остальные — нулевые. Вследствие этого в таком фильтре отсутствует возможность выдачи выходного сигнала в темпе поступления отсчетов входного сигнала. Сигнал на выходе образуется не раньше окончания реализации входного сигнала. При длинных (квазибесконечных) входных сигналах такая задержка в выдаче выходного сигнала недопустима. Кроме того, для запоминания длинной последовательности может потребоваться большой объем памяти, превышающий наличный ресурс.

По отмеченным причинам при длительных реализациях входного сигнала применяется секционирование свертки, суть которого состоит в разбиении последовательности входного сигнала на секции ограниченной длины, вычислении сверток каждой секции в отдельности с импульсной характеристикой фильтра и последующем объединении частных результатов в единую выходную последовательность.

Существует два метода секционирования свертки: метод перекрытия с накоплением и метод перекрытия с суммированием.

Рассмотрим метод перекрытия с накоплением. Алгоритм этого метода удобно представить в виде следующей многошаговой процедуры [1].

Шаг I. На первом шаге выбирается размерность БФФ L . При реализации алгоритма основные показатели, такие как количество арифметических операций, затрачиваемых на его выполнение, задержка в выдаче выходного сигнала относительно времени поступления секции входного сигнала, требуемый объем памяти вычислителя, зависят от выбранной размерности БФФ. Величина L выбирается сообразно длине импульсной характеристики N , которая полагается заданной. Ясно, что при этом должно выполняться неравенство $L > N$. Существует оптимальное соотношение между величинами L и N , при котором требуемое количество операций умножений минимально. Выполнение условия оптимальности по этому критерию приводит, в большинстве случаев, к неравенству $L \gg N$. Если оптимальная размерность БФФ слишком велика для доступного объема памяти, можно выбрать субоптимальное значение. Естественно, при этом снижается эффективность алгоритма (см. ниже).

Шаг 2. На этом шаге вычисляется БПФ импульсной характеристики. Предварительно импульсная характеристика $h(n)$, $n=0, \dots, N-1$ дополняется нулевыми отсчетами до длины L , т.е. преобразуется к виду $\tilde{h}(n) = h(n)$ при $n=0, \dots, N-1$;

$$\tilde{h}(n) = 0 \quad \text{при } n=N, N+1, \dots, L-1.$$

Ясно, что искомое преобразование

$$\tilde{H}(k) = \sum_{n=0}^{L-1} \tilde{h}(n) e^{-j(2\pi/L)nk}, \quad k=0, \dots, L-1.$$

Шаг 3. Выбирается секция входного сигнала $x_i(n)$, состоящая из L в общем случае ненулевых отсчетов, и вычисляется преобразование Фурье $X_i(k) = \sum_{n=0}^{L-1} x_i(n) e^{-j(2\pi/L)nk}$, $k=0, \dots, L-1$.

Шаг 4. Вычисляется комплексное произведение $Y_i(k) = \tilde{H}(k) X_i(k)$ для $k=0, \dots, L-1$.

Шаг 5. Вычисляется обратное преобразование Фурье для $Y_i(k)$. В результате получается выходная последовательность

$$y_i(n), \quad n=0, \dots, L-1.$$

Шаг 6. Объединяются частные результаты $y_i(n)$ в единую выходную последовательность $y(n)$. Правило такого объединения нуждается в пояснениях.

Вначале напомним, что практический интерес представляет линейная свертка, так как именно ее описывается процесс фильтрации сигналов. В рассматриваемом методе, однако, вычисляется циклическая свертка. Ясно, что необходимо создать условия, при которых на периоде циклической свертки все ее отсчеты или часть их совпадают бы с отсчетами линейной свертки. В последнем случае для формирования единой выходной последовательности можно использовать только верные отсчеты.

Как отмечалось, линейная свертка двух последовательностей с длиной L и N отсчетов имеет длину $L+N-1$ отсчетов. В рассматриваемом алгоритме циклически свертываются секция сигнала, состоящая из L ненулевых отсчетов, и импульсная характеристика, также имеющая L отсчетов, из которых только N отсчетов отличны от нуля, а остальные $L-N$ отсчетов - нулевые. Получаемая циклическая свертка имеет период L отсчетов. Как видно, длина линейной свертки больше длины периода циклической свертки. Это означает, что не все

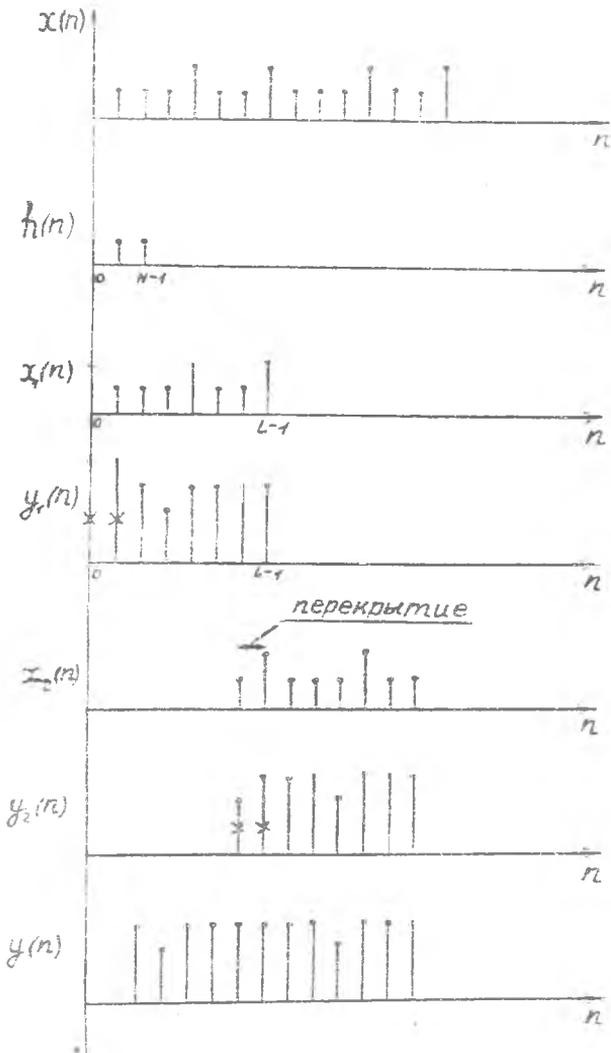
отсчеты циклической свертки верны. Нетрудно убедиться в том, что первые $N-1$ отсчетов последовательности $y_i(n)$, $n=0, 1, \dots, N-2$ неверные, тогда как отсчеты от $N-1$ до $L-1$ соответствуют отсчетам линейной свертки. Заметим, что число верных отсчетов равно числу нулей в импульсной характеристике $h(n)$ плюс единица, т.е. $L-N+1$, откуда очевиден смысл соблюдения неравенства $L \gg N$ при выборе величины L .

Таким образом рассматриваемая процедура на каждом шаге итерации получает $L-N+1$ отсчетов искомой линейной свертки от $N-1$ до $L-1$. Эти отсчеты включаются в выходную последовательность $y(n)$. Обозначим число правильных отсчетов в последовательности $y_i(n)$ через $M=L-N+1$. Секции по M правильных отсчетов из частных сверток $y_i(n)$ должны примыкать друг к другу и составлять единую, неразрывную последовательность $y(n)$. Очевидно, что последовательность $y(n)$ можно составить из отрезков по M правильных отсчетов, когда последовательные секции входного сигнала перекрываются на $N-1$ точек. Действительно, если даже первые $N-1$ отсчетов частотной свертки $y_i(n)$, полученные на текущем шаге итерации, неверные, то в этом случае вклад в свертку $y(n)$, соответствующий этим $N-1$ отсчетам, можно получить на предшествующем $i-1$ шаге итерационной процедуры. Это позволяет отбрасывать первые $N-1$ отсчетов, полученные на i -й итерации, и объединять оставшиеся $M=L-N+1$ отсчетов с последовательностью, полученной на предшествующих циклах работы алгоритма. На рис. 1 показан принцип описанной процедуры, в частотных свертках $y_i(n)$ неверные отбрасываемые отсчеты помечены крестиками.

Рассмотрим возможность увеличения скорости вычислений путем обработки двух секций сигнала за один проход БПФ. Как уже отмечалось выше, ДПФ двух действительных сигналов можно вычислить совместно, используя один из них в качестве действительной части, а другой - в качестве мнимой части в комплексном преобразовании. Нетрудно также показать, что свертки двух действительных последовательностей $x_1(n)$, $x_2(n)$, $n=0, \dots, L-1$, с одной действительной последовательностью $\tilde{h}(n)$, $n=0, \dots, L-1$ можно получить, используя только однократное вычисление свертки. В самом деле, пусть $H(k)$, $k=0, \dots, L-1$ суть БПФ последовательности $\tilde{h}(n)$, полученное на шаге 2 описанной выше процедуры.

Сформируем комплексную последовательность

$$x(n) = x_1(n) + jx_2(n), \quad n=0, \dots, L-1.$$



Р е с . I

ДФ этой последовательности имеет вид

$$X(k) = \sum_{n=0}^{L-1} x_1(n) e^{-j(2\pi/L)nk} = \sum_{n=0}^{L-1} x_1(n) e^{-j(2\pi/L)nk} + j \sum_{n=0}^{L-1} x_2(n) e^{-j(2\pi/L)nk} = X_1(k) + j X_2(k).$$

Далее, как обычно, вычисляется комплексное произведение

$$X(k) \tilde{H}(k) = X_1(k) \tilde{H}(k) + j X_2(k) \tilde{H}(k).$$

Последовательность $y(n)$, $n=0, \dots, L-1$, которая соответствует свертке $x(n)$ и $\tilde{h}(n)$, можно получить, выполнив обратное преобразование Фурье произведения $X(k) \tilde{H}(k)$:

$$\begin{aligned} y(n) &= \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} X(k) \tilde{H}(k) e^{j(2\pi/L)nk} = \\ &= \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} X_1(k) \tilde{H}(k) e^{j(2\pi/L)nk} + j \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} X_2(k) \tilde{H}(k) e^{j(2\pi/L)nk} = \\ &= y_1(n) + j y_2(n). \end{aligned}$$

Последовательность $y(n)$ - комплексная. Эту последовательность необходимо разделить на две компоненты, соответствующие сверткам последовательностей $x_1(n)$, $\tilde{h}(n)$ и $x_2(n)$, $\tilde{h}(n)$. Нетрудно показать, что этими свертками являются

$$\left. \begin{aligned} y_1(n) &= \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} x_1(k) \tilde{H}(k) e^{j(2\pi/L)nk} \\ y_2(n) &= \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} x_2(k) \tilde{H}(k) e^{j(2\pi/L)nk} \end{aligned} \right\} n=0, \dots, L-1.$$

В самом деле, свертка двух действительных последовательностей $x_1(n)$ и $\tilde{h}(n)$ является последовательностью также действительной.

В комплексной последовательности $y(n)$ реальная часть - это $y_1(n)$, следовательно, $y_1(n)$ является сверткой $x_1(n)$ и $\hat{h}(n)$. Ясно, что $y_2(n)$ - это свертка $x_2(n)$ и $\hat{h}(n)$.

Таким образом, для разделения $y(n)$ на компоненты необходимо выполнить операции

$$y_1(n) = [y(n) + y^*(n)]/2;$$

$$y_2(n) = [y(n) - y^*(n)]/2,$$

где * - знак комплексно-сопряженной величины.

Обратимся к задаче обоснованного выбора размерности БПФ в методе фильтрации сигналов в частотной области. Пусть задан фильтр с импульсной характеристикой из N отсчетов и используются преобразования длины L . Тогда на каждом цикле итераций фильтруется только $L-N+1$ отсчетов. Следовательно, чтобы отфильтровать L отсчетов входного сигнала, необходимо выполнить $L/(L-N+1)$ циклов итерационной процедуры. Если число операций умножения в каждом цикле задается формулой (130), то полное число таких операций составит

$$Q_{\text{числ. полн.}} = \frac{L}{L-N+1} [4L \log_2 L + 1].$$

Как видно, при заданных M и N полное число операций умножения является функцией L .

Результаты расчета оптимального значения L в зависимости от длины импульсной характеристики N приведены в табл. I [1].

Т а б л и ц а I

Длина ИХ N	II	II-17	16-29	30-52	53-94
Оптимальное L	32	64	128	256	512
Длина ИХ N	95-171	172-310	311-575	576-1000	
Оптимальное L	1024	2048	4096	8192	

Анализируя содержание табл. I, нетрудно заметить, что оптимальное значение L растет с увеличением N не в прямой, а более высокой пропорции. Вместе с тем, как утверждается в работе [1], чис-

до операций умножения "не очень быстро" возрастает при отклонении выбранного значения L от оптимального. Поэтому, когда доступный объем памяти вычислителя недостаточен для оптимального L_{opt} , можно использовать субоптимальное значение без резкого снижения эффективности. Так например, если выбирается $L \approx 2N$, то число операций умножения возрастает лишь в 1,33 раза.

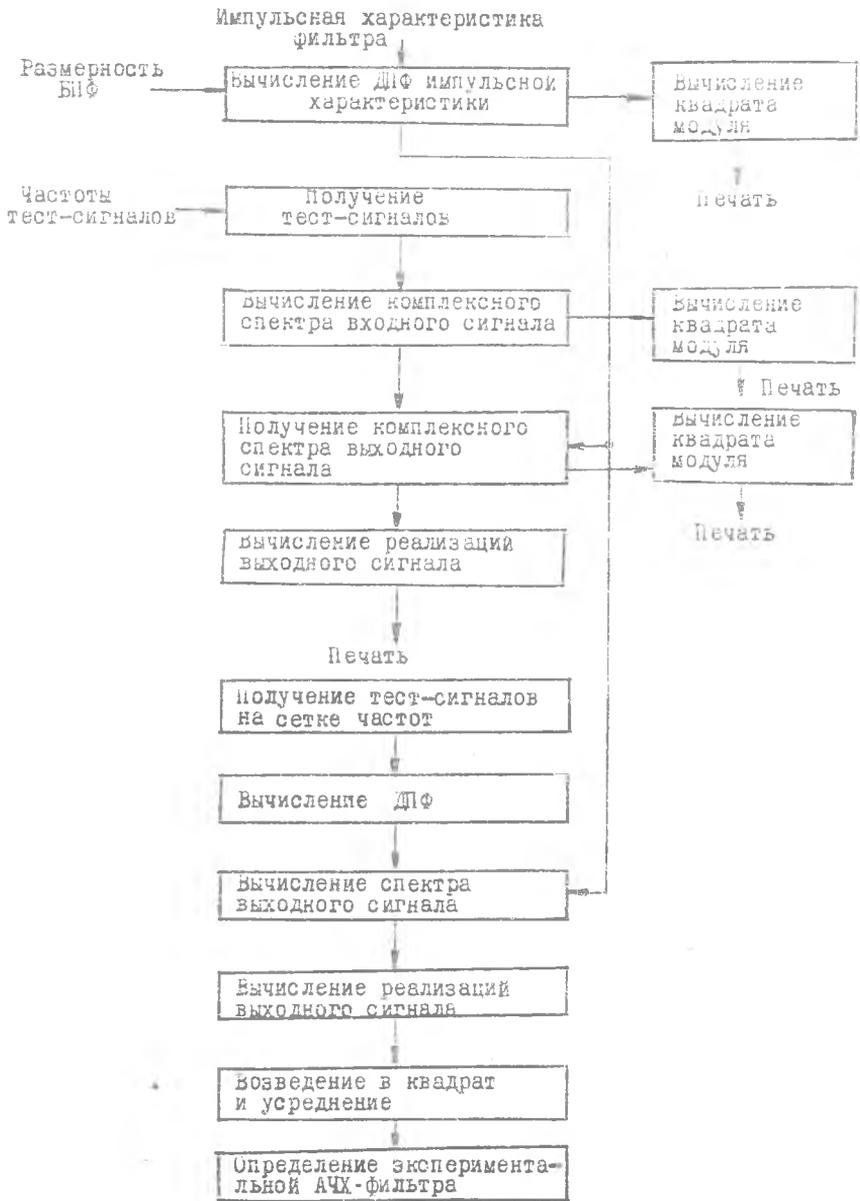
2. МАШИННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ И ПРОГРАММА

В настоящей работе исследование алгоритма фильтрации сигналов в частотной области выполняется на основе частотно-избирательного не-рекурсивного (КИХ) цифрового фильтра (нижних, верхних частот, полосевого или заградительного). Такое исследование проводится посредством машинного эксперимента, в процессе которого рассматривается прохождение сигналов через фильтр, а также определяются характеристики фильтра. В результате анализа данных, полученных в машинном эксперименте, студенты должны убедиться в соответствии "механизма" фильтрации теоретическим положением, или наоборот, установить наличие несоответствия экспериментальных данных ожидаемому теоретическим.

В эксперименте цифровой фильтр реализуется программным способом на ЕС ЭВМ. Программа цифровой модели, с помощью которой выполняется эксперимент, предлагается студентам в законченном виде. Приведем некоторые сведения о программе.

Для наглядности сущность машинного эксперимента раскрывается с помощью структурной схемы его алгоритма. Последовательность выполняемых операций приведена на рис.2. Рассмотрим работу цифровой модели по этой схеме. Как видно, эксперимент выполняется в два этапа: на первом исследуется прохождение сигналов через фильтр, на втором - определяется его амплитудно-частотная характеристика.

Цифровой фильтр задается своей импульсной характеристикой. Способ расчета импульсной характеристики фильтра не рассматривается в настоящем пособии. Этот расчет может быть выполнен известными методами [1,2,3]. В частности, в качестве исходной можно взять импульсную характеристику, полученную в лабораторной работе "Расчет и исследование нерекурсивных (КИХ) цифровых фильтров". В программе используется метод секционирования свертки с запоминанием. Существенным моментом в реализации алгоритма этого метода является выбор размерности БПФ, составляю-



Р и с. 2

щей длину секции входного сигнала. Так как импульсная характеристика полагается заданной, и, следовательно, определена ее длина, для выбора размерности БПФ можно воспользоваться данными, помещенными в табл. 1.

Размерность БПФ N вводится через параметр M , связанный с величиной N соотношением $N = 2^M$. По максимуму размерность БПФ ограничивается выбранной в программе размерностью массивов чисел, в частности, должно выполняться условие $N \leq 128$ или $M \leq 7$.

Первым шагом эксперимента, как видно из структурной схемы (см. рис. 2), является вычисление ДПФ импульсной характеристики. Эта операция выполняется в ЭВМ. Попутно вычисляется квадрат модуля ДПФ импульсной характеристики $A(k) = [\operatorname{Re} H(k)]^2 + [\operatorname{Im} H(k)]^2$, где $\operatorname{Re} H$, $\operatorname{Im} H$ — реальная и мнимая части ДПФ. Массив чисел $A(k)$ $k = 0, 1, \dots, L-1$ выводится на печать. Нетрудно видеть, что дискретная функция $A(k)$ представляет собой квадрат амплитудно-частотной характеристики фильтра. Отсчеты этой характеристики выдаются с шагом по частоте $F = 1/(LT)$, где L — размерность БПФ. Ясно, что при шаге дискретизации по времени $T = 1$ величина $F = 1/L$. Функцию $A(k)$ следует рассматривать как расчетную частотную характеристику фильтра (по мощности), вычисленную по заданной импульсной характеристике. В отличие от этого, ниже будет определена экспериментальная АЧХ фильтра, основанная на сравнении амплитуд выходных и входных сигналов при различных значениях частоты этих сигналов.

Характер преобразования сигналов при их прохождении через фильтр определяется при гармонических входных сигналах. Таких сигналов формируется два на разных частотах. Частота одного из них берется в пределах полосы пропускания фильтра, другого — в полосе непропускания. Длительность отрезков этих дискретных синусоид выбирается произвольно. Однако для реализации секционирования свертки эта длительность должна заметно превышать, например, в 4–8 раз размерность БПФ (длительность одной секции). Максимальная длительность реализаций сигнала также ограничивается выбранной в программе размерностью массива чисел и не должна превышать 512 отсчетов.

В программе реализации гармонических тест-сигналов формируются с помощью цифрового синус-косинусного генератора [4]. Прохождение сигналов разных частот через фильтр моделируется раздельно. В программе последовательно реализуются все шаги алгоритма секционирования свертки с накоплением (см. п.1.3 и рис.2). Вначале выполняется ДПФ над секцией входного сигнала и вычисляется таким образом его комплекс-

ный спектр. Затем вычисляется комплексный спектр секции выходного сигнала как произведение входного спектра на ДПФ импульсной характеристики фильтра. Далее выполняется обратное ДПФ и вычисляется секция выходного сигнала. Эти операции циклически повторяются до тех пор, пока не закончится обработка всей реализации входного сигнала и не будет получена полная реализация выходного сигнала. Попутно вычисляется квадрат модуля спектров входного и выходного сигналов. На печать выводятся реализация входного сигнала (200 отсчетов), квадрат модуля спектра входного сигнала и спектра сигнала на выходе и реализация выходного сигнала (также 200 отсчетов). Данные, выводимые на печать, используются для анализа работы фильтра. Заметим, что моделирование сигналов двух частот, одна из которых, как отмечалось, берется в полосе прозрачности фильтра, а другая - вне этой полосы, позволяет уяснить прохождение сигналов через фильтр в этих двух характерных случаях.

Описанная процедура составляет первую часть машинного эксперимента, в которой исследуется фильтрация сигналов в частотной области. Во второй части эксперимента определяется амплитудно-частотная характеристика фильтра. Способ измерения этой характеристики подобен общепринятому. На вход фильтра подается гармоническое колебание. Ясно, что выходной сигнал по завершении переходного процесса также будет гармоническим колебанием. Это колебание возводится в квадрат и усредняется. Нетрудно видеть, что операции квадратурования и усреднения эквивалентны квадратичному амплитудному детектированию. Величина полученного таким образом сигнала пропорциональна коэффициенту передачи фильтра по мощности на частоте входного сигнала.

Для получения амплитудно-частотной характеристики частота входного сигнала скачкообразно изменяется с некоторым шагом и на каждой частоте определяется коэффициент передачи фильтра. Ясно, что получаемая таким образом частотная характеристика является экспериментальной, так как она определяется в результате анализа амплитуд сигналов, "пропускаемых" через фильтр. В программе гармонические входные тест-сигналы в этом случае, как и ранее, формируются с помощью цифрового синус-косинусного генератора.

Как видно, частотная характеристика получается в дискретных точках частотной шкалы, на частотах, на которые "настраивается" синус-косинусный генератор. Ясно, что точность определения, "детальность" получаемой амплитудно-частотной характеристики зависит от шага по частоте, с которым перестраивается генератор. Для возможности управ-

ления шагом по частоте в программе предусмотрено разбиение всего частотного диапазона на три поддиапазона. В качестве исходных данных задаются граничные частоты поддиапазонов и количество точек в каждом из поддиапазонов.

Отметим возможность получения качественно различных результатов в рассматриваемом способе определения АЧХ и на основе дискретного преобразования Фурье импульсной характеристики. ДПФ импульсной характеристики дает значения частотной характеристики в дискретных точках частотной шкалы с равномерным шагом $F = 1/(LT)$. При этом вынести какое-либо суждение о характере частотной характеристики на промежуточных частотах, отличных от $f_k = kF$, $k = 0, \dots, L-1$, невозможно. В экспериментальном методе, варьируя шагом изменения частоты входного гармонического тест-сигнала, можно определить частотную характеристику в произвольных точках частотной шкалы. Полученная частотная характеристика нормируется и выводится на печать.

Общее представление о программе модели, ее сложности можно получить по распечатке, приведенной в приложении. Программа написана на языке Фортран и состоит из основной программы и трех подпрограмм типа *SUBROUTINE*, имеющих имена *FILTER*, *FPT*, *GENER*. В подпрограмме *FPT* запрограммированы алгоритмы прямого и обратного БПФ. Основное отличие этих алгоритмов от других, получивших широкое распространение, состоит в том, что в них не используется представление сигналов в виде комплексных чисел.

В подпрограмме *GENER* реализуется цифровой синус-косинусный генератор гармонических колебаний.

В подпрограмме *FILTER* запрограммирован алгоритм секционирования свертки с накоплением. В основной программе сосредоточены операторы ввода-вывода, а также выполняются вспомогательные операции, обеспечивающие выполнение машинного эксперимента.

3. ПОДГОТОВКА НАБОРА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ЭВМ

"Техническая" часть настоящей работы состоит в подготовке на основе выбранных исходных параметров набора входных данных для ЭВМ, вводе этого набора в ЭВМ, прогоне программы и последующей обработке выходных данных по полученной распечатке результатов. Ясно, что любая неточность в значениях входных данных или формате их представления приводит к ошибочному решению или аварийному завершению задачи, поэтому рассмотрим организацию ввода данных подробно.

В программе используется форматный способ ввода данных. Операторы ввода и сопутствующие им операторы *FORMAT* имеют следующий вид

```

READ 3, NGR, FAM
3 FORMAT (I4, 12A1)
READ 5, LS, LH, M, FT, FGR, NK, LIN
5 FORMAT (3I4/6F7.3/4I4)
READ 10, (HRE(I), I=1, 44)
10 FORMAT (22(5F12.10/))

```

В табл. 2 перечислены идентификаторы, встречающиеся в операторах ввода; приведены их тип, формат и смысловое содержание. При подготовке набора данных различаются случаи линейной и нелинейной разностной характеристики (ФЧХ) фильтра. При линейной ФЧХ, в силу симметрии импульсной характеристики, нет необходимости вводить повторяющиеся значения отсчетов импульсной характеристики. Поэтому при $L/N=1$ вводится только половина длины их, включая центральный отсчет при четном LH . Рассмотрим структуру набора данных на конкретном примере. Предположим, что

Т а б л и ц а 2

Идентификатор	Тип и формат	Смысловое содержание
<i>NGR</i>	Целое, <i>I4</i>	Номер академической группы
<i>FAM</i>	Литературная строка длиной не более 12 символов, <i>12A1</i>	Первые 12 букв фамилии студента
<i>LS</i>	Целое, <i>I4</i>	Длина реализации сигнала
<i>LH</i>	Целое, <i>I4</i>	Длина импульсной характеристики
<i>M</i>	Целое, <i>I4</i>	Параметр, характеризующий размерность БИФ
<i>FT(2)</i>	Одномерный массив, вещественные числа с фиксированной точкой, <i>F7.3</i>	Частоты двух тест-сигналов
<i>FGR(4)</i>	Одномерный массив, вещественные числа с фиксированной точкой, <i>F7.3</i>	Граничные частоты трех частотных поддиапазонов, в которых определяется частотная характеристика фильтра

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МАШИННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Результаты эксперимента выводятся на печать. Соответствующая распечатка, полученная при прогоне программы, выдается студентам. Анализ полученных результатов рекомендуется провести в следующей последовательности.

1. Рассмотреть расчетную амплитудную характеристику фильтра (квадрат модули БПФ импульсной характеристики). Определить полосу пропускания фильтра по уровню - 3дБ, частоту среза. Выбрать (по собственному усмотрению) граничную частоту полосы не пропускания и определить минимальное затухание, вносимое фильтром в этой полосе. Определить также другие характерные параметры фильтра, в частности, наличие и уровень пульсаций АЧХ.

2. По АЧХ определить коэффициент передачи фильтра на частотах тест-сигналов.

3. Рассмотреть входные и выходные тест-сигналы. Определить соответствие фактического значения частоты тест-сигналов заданным величинам, определить величины амплитуд и фаз выходных сигналов (входные сигналы имеют единичную амплитуду и нулевую начальную фазу). Определить коэффициенты передачи тест-сигналов как отношение выходных и входных амплитуд. Проверить соответствие значений этих коэффициентов передачи величинам, полученным ранее из АЧХ.

4. Рассмотреть спектры входных сигналов. Предварительно, учитывая выбранные размерности БПФ и шаг дискретизации по времени, определить величину шага дискретизации по частоте F . Определить номер отсчета массива чисел БПФ (как отношение частоты сигнала к величине шага F), предположительно соответствующего максимальной энергии в спектре входного сигнала. Проверить соответствие фактического номера отсчета с максимальной энергией в спектре вычисленному номеру.

Из теории сигналов известно, что спектр неограниченного по длительности гармонического колебания частоты f_0 имеет вид дельта-функции Дирака $\delta(f-f_0)$. Исходя из этого можно было бы предположить, что в БПФ гармонического сигнала только один отсчет имеет существенное значение, а остальные близки к нулю. Однако практически часто наблюдается "растекание" спектра. Проверить, наблюдается ли в спектре тест-сигналов упомянутое растекание, и, если наблюдается, то, учитывая свойства БПФ, объяснить причину.

5. Рассмотреть спектрограммы выходных сигналов. Определить соотношение спектров выходных и входных сигналов в полосах прозрачно-

ти и затухания фильтров. Сравнить соотношение спектральных компонент со значениями АЧХ на соответствующих частотах.

6. Сравнить преобразование спектров двух выбранных тест-сигналов в фильтре. Показать предметно на основании фактических данных существование фильтрации сигналов.

7. Сравнить амплитудную характеристику, полученную в результате анализа прохождения сигналов через фильтр, с расчетной характеристикой (квадратом модуля БИФ импульсной характеристики). Дать свое суждение о причинах расхождения этих характеристик, если таковое имеется.

Для наглядности рекомендуется построить графики частотных характеристик и спектров. Все графики следует совместить на одном чертеже. Необходимо сделать заключение по сути работы. В отчет по работе следует включить постановку задачи, исходные данные и основания для их выбора, анализ полученных результатов и заключение, а также машинную распечатку.

Вопросы для самопроверки

1. Какова сущность алгоритма фильтрации сигналов в частотной области?
2. Какие существуют методы вычисления цифровой свертки?
3. Каким образом можно обеспечить тождественность линейной и круговой свертки?
4. Какова процедура цифровой фильтрации сигналов в частотной области?
5. Каковы достоинства и недостатки метода фильтрации сигналов в частотной области?
6. В чем сущность семплирования свертки методом перевертки с накоплением?
7. Какова возможность увеличения скорости вычисления свертки при действительных входных сигналах и какими образом она реализуется?
8. Как вычисляется размерность БИФ в методе фильтрации сигналов в частотной области?

Библиографический список

1. Кашпелкин В., Константинович А., Эмиляни И. Цифровые фильтры и их применение: Пер. с англ. - М.: Энергостроиздат, 1985. - 368 с.

2. Антонью А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1983. - 320 с.
3. Кузенков В.Д. Методы цифровой обработки сигналов. - Куйбышев: КуАИ, 1983. - 94 с.
4. Голд Б., Рейдер Ч. Цифровая обработка сигналов: Пер. с англ. - М.: Сов. радио, 1973. - 368 с.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

```

//FFILTЯ JOB (S1318-RTJ),MSGLEVEL=(2,0),REGION=108K
// EXEC FORTCCLG,PARM='NOXREF,NO$SOURCE'
//FCFT,SISIN DD *
С  ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ МЕТОДОМ
С  СЕКЦИОНИРОВАННОЙ СВЕРТКИ
С  LIN=1-ПРИЗНАК ЛИНЕЙНОСТИ ФАЗЫ
С  ЕСЛИ LIN=1, ВВОДИТЬ ПОЛЗВМУ ИМПУЛЬСНОЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ,
С  ВКЛЮЧАЯ СРЕДНИЙ СЧЕТ.
DIMENSION SIG(512),HRE(1:8),HIM(128),XRE(128),XIM(128),FGR(4)
DIMENSION OF(3),A(128),B(128),FT(2),VM(3,25),A1(128),B1(128)
INTEGER NK(3),FA(112)
READ 10,NSY
16 FORMAT(11)
DO 1000 JS=1,NSY
DO1 I=1,512
1 SIG(I)=0.
DO2 I=1,128
HRE(I)=0.
HIM(I)=0.
XRE(I)=0.
2 XIM(I)=0.
HEAD 5,NGR,FA
3 FORMAT(14,12A1)
HEAD 5,LS,LH,M,FT,FGR,NK,LIN
5 FORMAT(3)4/6F7,3/414)
LL=LH
IF(LIN.EQ.1) LL=LH-LH/2
READ 10,(HRE(I)),I=1,LL)
10 FORMAT(22(5F12,10/1)
PRINT 6
PRINT 6
6 FORMAT(1X,128(1H*))
PRINT 9
9 FORMAT(1H ,9X,'K У Б И',9X,'K А Ф Е Р А',9X,'Р А Д И О Т Е Х Н И
' Ч Е С К И Х',9X,'У С Т Р О Я С Т В',/ ' ')
PRINT 4
4 FORMAT(1H0,128(1H*))
PRINT 7
7 FORMAT(1H ,4X,'М Е Т О Д М',6X,'У',6X,'- С Т Р О Я С Т В А',6X,'Ц
И Ф Р В О Д Я',6X,'О Б Р А Б О Т К И',6X,'С И Г Н А Л О В',/ ' ')
PRINT 4
PRINT 8
8 FORMAT(1H0,20X,'РАБОТА: ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ
'Е ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ')
PRINT 17,NGR,FA
17 FORMAT(1H0,1X,'ГРУППА F,14,1X,12A1)

```

```

PRINT 11
11 FORMAT(1W0,35X,'ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ1')
PRINT 12,LS,LM,N,LLIN,PT,FGRI,CK
12 FORMAT(1W0,19X,'ДЛИНА СИГНАЛА LS=',I3/20X,'ДЛИНА ИЧП. ХАР.ЛН=',
+I3/20X,'РАДИАЧЕ?Р Б?О Ч?=',I3/20X,'ПРИЗНАК ЛИНЕЙНОСТИ ЧИХ LINC=',I1/
+20X,'ЧАСТОТЫ ТЕСТ СИГНАЛА FT=',2F6.3/20X,
+ 'ГРАНИЧНЫЕ ЧАСТОТЫ ПЛАС?С ЛЧХ FGR=',4F6.3/20X,'ЧИСЛО ОТСЧЕТОВ В ПР?
+ДЕЛАХ КАЖДОЙ ПОЛОСЫ ЧК=',3I3)
PRINT 14,(WRE(I),I=1,LL)
14 FORMAT(1W0,25X,'ОТСЧЕТЫ АМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ?'
+26(18X,5(F12.18,2X)/1)
N=2**M
IF(LIN.NE.I) GOTO 20
L2=L/2
DO15 I=1,L2
15 WRE(LN-I+1)=WRE(I)
20 CONTINUE
В ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ АМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
CALL FFT(WRE,M,N,M,1)
KN=1
DO25 I=1,N
25 A(I)=WRE(I)*WRE(I)*M(I)*M(I)
PRINT 30
30 FORMAT(1W0,35X,'КВАДРАТ ЧОДУЛЯ Д?О АМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФАЛЬТ
+РА?')
PRINT 35,(A(I),I=1,N)
35 FORMAT(1W0,10(1X,E11.3))
DO 40 I=1,N
40 A(I)=0.
DO55 J=1,2
F=FFT(J)
CALL GENER(L9,F,BIG)
PRINT 121,F
121 FORMAT(1W0,35X,'ВХОДНОЕ СИГНАЛ НА ЧАСТОТЕ F=',F6.3)
PRINT 120,(SIG(I),I=1,200)
120 FORMAT(1W0,20(1X,F5.2))
DO 130 I=1,N
XRE(I)=SIG(I)
130 XIM(I)=0.
CALL FFT(XRE,XIM,N,M,1)
DO 140 I=1,N
140 A1(I)=XRE(I)*XRE(I)*X(I)*X(I)=XIM(I)
PRINT 35,(A1(I),I=1,N)
CALL FFILT(SIG,LS,XRE,XIM,WRE,M,N,M,L4,KN,A,B,A1,B1)
PRINT 151,F
151 FORMAT(1W0,35X,'ВХОДНОЕ СИГНАЛ НА ЧАСТОТЕ F=',F6.3)
PRINT 150,(SIG(I),I=1,200)
150 FORMAT(1W0,10(1X,E11.3))
PRINT 45,F
45 FORMAT(1W0,35X,'СПЕКТР ВХОДНОГО СИГНАЛА НА ЧАСТОТЕ F=',F6.3)
PRINT 35,(A1(I),I=1,N)
PRINT 35,(A1(I),I=1,4)
PRINT 50,F
50 FORMAT(1W0,35X,'СПЕКТР ВЫХОДНОГО СИГНАЛА НА ЧАСТОТЕ F=',F6.3)
PRINT 35,(g(I),I=1,N)
PRINT 35,(B1(I),I=1,4)
55 CONTINUE

```

```

С      ПОЛУЧЕНИЕ ДЧК ФИЛЬТРА
      KN=2
      DOB2 J=1,3
      DF(J)=(FGR(J+1)-FGR(J))/WK(J)
      F=FGR(J)
      KK=WK(J)
      DO78 I=1,KK
      F=F*OF(I)
      CALL GENER(LS,F,SIG)
      CALL FFILTR(SIG,LS,XRE,XIM,HRE,MIM,N,N,LW,KN,A,B,A1,B1)
      SUM=0.
      DO65 K=1,LS
65     SUM=SUM+ABS(SIG(K))
78     VH(J,I)=SUM/L3
84     CONTINUE
      VMAX=0.
      DO85 J=1,3
      KK=WK(J)
      DO85 I=1,KK
85     IF(VMAX.LT.VH(J,I)) VMAX=VH(J,I)
      DO98 J=1,3
      KK=WK(J)
      DO98 I=1,KK
98     VH(J,I)=VH(J,I)/VMAX
      DO118 J=1,3
      PRINT 99,J,FGR(J),FGR(J+1),DF(J),WK(J)
95     FORMAT(1X,20X,'ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА НА ИНТЕРВАЛЕ',I2/
      ' 1X, ДИАПАЗОН ЧАСТОТ ОТ',F7.3,' ДО',F7.3,' ШАГ',F7.3,
      ' ЧИСЛО ОТЧЕТОВ ',I3)
      KK=WK(J)
      PRINT 100,(VH(J,I),I=1,KK)
100    FORMAT(1X,20F6.3)
110    CONTINUE
1000   CONTINUE
      STOP
      END
      SUBROUTINE FFILTR(SIG,LS,XRE,XIM,HRE,MIM,N,N,LW,KN,A,B,A1,B1)
      СЕКЦИОНИРОВАНИЕ СВЕРТКА МЕТОДОМ ПЕРЕКРЫТИЯ С ЗАПОМНАНИЕМ
      SIG=МАССИВ ОТЧЕТОВ ЭХОСОНДА СИГНАЛА
      HRE=МАССИВ КОЭФИЦИЕНТОВ ФИЛЬТРА
      LS=ЧИСЛО ОТЧЕТОВ СИГНАЛА
      KN=РАЗМЕРНОСТЬ БПФ
      LW=ЧИСЛО (ДЛИНА) ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
      СИМЕНСИОН SIG(512),XRE(128),XIM(128),HRE(128),MIM(128),A(128),
      B(128),XRE1(128),XIM1(128),XRE2(128),XIM2(128),A1(128),B1(128)
      LL=LW+1
      L2=LW-1
      RN=N
      DO18 I=1,N
      XRE1(I)=0.
      XRE2(I)=0.
      XIM1(I)=0.
      XIM2(I)=0.
      A(I)=0.
      B(I)=0.
      A1(I)=0.
18     B1(I)=0.
      K=0

```

```

      K1=0
25  DO35 I=1,N
      K=K+1
      IF(K.GT,LS) GOYO 30
      XRE(I)=SIG(K)
      GOYO 35
30  XRE(I)=0.
35  CONTINUE
      K=K+L2
      DO45 I=1,N
      IF(MN.EQ,1) GOYO 40
      K=K+1
      IF(K.GT,LS) GOYO 40
      XIM(I)=SIG(K)
      GOYO 45
40  XIM(I)=0.
45  CONTINUE
C   ФИЛЬТРАЦИЯ СЕГМЕНТА СИГНАЛА
      CALL FFY(XRE,XIM,N,K,1)
      IF(MN.GE,2) GOYO 49
      DO46 I=1,N
      XRE1(I)=XRE1(I)+XRE(I)
      XIM1(I)=XIM1(I)+XIM(I)
46  A1(I)=A1(I)+XRE1(I)+XRE(I)+XIM1(I)+XIM(I)
49  DO50 I=1,N
      XR=XRE(I)+XR(I)+XIM(I)+XIM(I)
      XIM(I)=XRE1(I)+XIM1(I)+XIM(I)+XR(I)
50  XRE1(I)=XR
      IF(MN.GE,2) GOYO 54
      DO51 I=1,N
      XR2(I)=XR2(I)+XRE(I)
      XIM2(I)=XIM2(I)+XIM(I)
51  B1(I)=B1(I)+XR2(I)+XR2(I)+XIM1(I)+XIM(I)
54  CALL FFY(XRE,XIM,N,K,2)
C   РЕКОМБИНАЦИЯ СИГНАЛА НА ВЫХОДЕ ФИЛЬТРА
      DO55 I=LW,N
      K1=K+1
      IF(K1.GT,LS) GOYO 65
55  SIG(K1)=XRE(I)
      IF(MN.EQ,1) GOYO 61
      DO60 I=LW,N
      K1=K1+1
      IF(K1.GT,LS) GOYO 65
60  SIG(K1)=XIM(I)
61  CONTINUE
      IF(K.GE,LS) GOYO 45
      K=K+L2
      GOYO 25
65  K1=K1+1
      DO67 I=1,N
      A1(I)=A1(I)+XRE1(I)+XR2(I)+XIM1(I)+XIM(I)
67  B1(I)=B1(I)+XR2(I)+XR2(I)+XIM2(I)+XIM(I)
      IF(K1.GT,LS) RETURN
      DO70 I=K1,LS
70  SIG(I)=0.
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE FFT(X,Y,N,M,IND)
C БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ
C X-ВРЕМЯВЕННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ МАССИВА
C Y-МНИМНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ
C N-РАЗМЕРНОСТЬ БЧФ
C M-ПОКАЗАТЕЛЬ СТЕПЕНИ ЧИЗММН
C IND-ИНДИКАТОР =1 ДНО, 02 ДД70
DIMENSION X(128),Y(128)
PI=3.1415926535897932
NY2=N/2
NM1=N-1
J=1
DO20 I=1,NM1
IF(I GE.J) GO TO 10
Y1=Y(J)
Y2=Y(I)
X(I)=X(I)
Y(I)=Y(I)
X(I)=Y1
Y(I)=Y2
10 K=NY2
15 IF(N GE.J) GO TO 20
J=J+K
K=K/2
GO TO 15
20 J=J+K
DO40 L=1,N
LE=2*L
LE1=LE/2
U1=1.
U2=0.
ARG=PI/L*LE1
COS=COS(ARG)
SIN(S)=SIN(ARG)
DO40 J=1,LE1
DO30 I=J,N,LE
IP=I+LE1
Y1=X(IP)+U1*Y(IP)=U2
Y2=X(IP)+U2*Y(IP)=U1
X(IP)=X(I)+Y1
Y(IP)=Y(I)+Y2
X(I)=X(I)+Y1
30 Y(I)=Y(I)+Y2
U3=U1+C-U2+S
U2=U1+S-U2+C
40 U1=U3
IF(IND.EQ.1) GO TO 60
DO50 I=1,N
X(I)=X(I)/N
50 Y(I)=Y(I)/N
60 RETURN
END
SUBROUTINE GENER(LS,P,SIG)
DIMENSION SIG(512)
PI=3.1415926535897932
ONEC=2.*PI*P
ACEN=COS(ONEC)
BCEN=SIN(ONEC)
CS=1.

```

Окончание прил.

```
SN=0.  
DO 10 I=1,L$  
  OSIP=OCEN=SN+ACEN=CS  
  SN1=ACEN=SN+OCEN=CS  
  SIC(1)=SN  
  CS=CS1  
10 SN=SN1  
  RETURN  
  END  
/*  
//CO.SYSIN DD *  
!  
0551HBAHOB  
  256 24 6  
  F,04 0.25 0.0 0.00 0.16 0.5  
  10 10 10 1  
0.00239200620.01902056400.01103667400.0028066640-.0153561027  
-.0339030295-.0304369571-.01534599640.03937494320.1151339730  
0.10004675500.2343264110  
/*  
//
```

Составитель Виктор Дмитриевич К у з е н к о в

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА
ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ
В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Редактор Е.Д.А н т и п о в а
Техн.редактор Н.М.К а л е н я к
Корректор Е.Г. Ф и л и п п о в а

Подписано в печать 14.12.87г
Формат 60x84 1/16. Бумага оберточная белая.
Печать оперативная. Усл.п.л. 1,86. Уч.-изд.л. 1,8.
Т. 250 экз. Заказ № 9. Бесплатно.

Куйбычевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт имени академика С.П.Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Участок оперативной полиграфии КуАИ, г.Куйбышев,
ул. Ульяновская, 18.