

Министерство высшего и среднего специального образования  
Р С Ф С Р

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени авиационный  
институт имени академика С.П.Королева

ГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ  
РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИИ

Утверждено редакционно-  
издательским  
советом института  
в качестве  
методических указаний  
к лабораторной работе

В работе рассмотрены способы графической интерпретации результатов расчетов силовых конструкций, используемые в современных САПР и описана схема типового индивидуального задания.

Методические указания разработаны на кафедре конструкций и проектирования летательных аппаратов и предназначены для студентов 0535 специальности, изучающих курс "Применение САПР", а также могут быть использованы при обучении студентов других машиностроительных специальностей института, на ФК инженеров и преподавателей.

Авторы-составители: В.А.К о м а р о в, А.В.С о л о в о в

Рецензенты: А.А.К а л е н т ь е в, В.Я.Щ е г о л е в

**Ц е л ь р а б о т ы:** познакомить студентов с наглядными способами графического представления результатов расчета конструкций по методу конечных элементов (МКЭ). Привить им практические навыки использования этих способов при анализе напряженного и деформированного состояния плоских конструкций.

## 1. СПОСОБЫ ГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

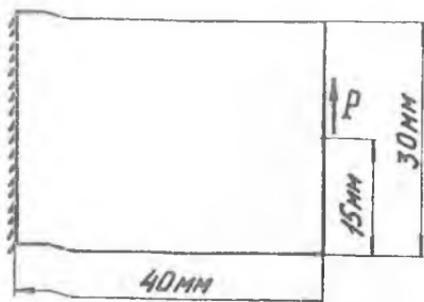
1.1. Необходимость графической интерпретации. Метод конечных элементов (МКЭ) дает возможность получать многочисленную и разнообразную информацию о напряженном и деформированном состоянии конструкции. По каждому узлу конечноэлементной модели (КЭМ) могут быть вычислены величины узловых смещений и узловых сил. По каждому элементу также может быть получено определенное количество числовой информации, характеризующей напряженное состояние элемента. Так, для одного из конечных элементов (КЭ) автоматизированной системы расчета и проектирования авиационных конструкций PHILAK предусмотрена выдача примерно 50 различных числовых характеристик напряженного состояния.

При проектировании реальных авиационных конструкций в настоящее время используют КЭМ, насчитывающие несколько тысяч узлов и несколько тысяч элементов. Объем результатов расчетов таких КЭМ составляет десятки и сотни тысяч чисел. Даже просто прочитать такой объем числовой информации, не говоря уже о том, чтобы его осмыслить, чрезвычайно затруднительно, так как средняя скорость восприятия (чтения) человеком алфавитно-цифровой информации составляет 400 бит/с (примерно 5-10 чисел/с). Выход - графическая интерпретация результатов расчета.

Скорость восприятия графической информации примерно на 4 порядка выше, чем скорость анализа символов. И не случайно поэтому современные системы автоматизированного проектирования трудно предста-

вить без применения технических и программных средств машинной графики. Однако машинная графика для графического отображения информации предоставляет лишь технические и инвариантные программные средства. Но необходимы еще и специальные проблемно-ориентированные способы графического представления различных цифровых данных. Ряд способов для представления результатов расчета напряженного и деформированного состояния конструкций по МКЭ разработан в Куйбышевском авиационном институте на кафедре конструкции и проектирования летательных аппаратов.

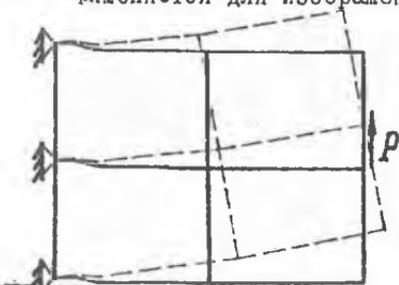
Рассмотрим эти способы. Их описание проиллюстрируем на КЭМ, моделирующих пластину, нагруженную силой в срединной плоскости (рис.1).



Р и с. 1. Исходная конструкция

Результатах расчетов обычно содержатся значения узловых перемещений в направлении осей общей системы координат. При графической интерпретации деформаций на схему КЭМ накладывается рисунок ее деформированного состояния для каждого случая нагружения. Для наглядности этот рисунок выделяется цветом или другим типом линий. Масштаб перемещений выбирается отличным от масштаба схемы КЭМ (рис.2).

1.3. Расписывание на схемах КЭМ. Обычно этот простейший способ применяется для изображения компонентов напряженного состояния



конструкции. Так, на рис. 3 на схеме КЭМ расписаны величины напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ . Наглядность изображения можно улучшить, если для расписывания напряжений использовать различные цвета.

1.2. Изображение деформированного состояния.

В результатах расчетов обычно содержатся значения узловых перемещений в направлении осей общей системы координат. При графической интерпретации деформаций на схему КЭМ накладывается рисунок ее деформированного состояния для каждого случая нагружения. Для наглядности этот рисунок выделяется цветом или другим типом линий. Масштаб перемещений выбирается отличным от масштаба схемы КЭМ (рис.2).

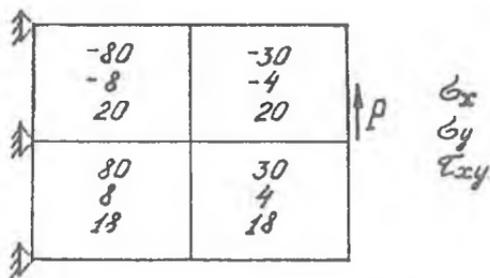
Обычно этот простейший способ применяется для изображения компонентов напряженного состояния конструкции. Так, на рис. 3 на схеме КЭМ расписаны величины напряжений  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ . Наглядность изображения можно улучшить, если для расписывания напряжений использовать различные цвета.

Р и с. 2. Деформированное состояние конструкции: масштаб КЭМ 1:1; масштаб перемещений 5:1

\* Такие же КЭ используют и при выполнении индивидуального задания.

#### 1.4. Построение эпюр. Один

из способов построения эпюр приведен на рис. 4, а. Величины напряжений откладываются в выбранном масштабе от линии, проведенной через центры элементов, указывается знак напряжений. Для большей наглядности эпюры заштриховываются, либо закрашиваются.



Другой способ (рис. 4, б) Рис. 3. Компоненты напряжений позволяет при построении эпюр повысить точность результатов, полученных при расчете конструкции. Для исходной конструкции из условий равновесия известно, что на свободном краю пластины напряжения  $\sigma_x = 0$ . Построение эпюр ведется от этого свободного края. Следовательно, появляется возможность изобразить не ступенчатый характер напряжений (см. рис. 4, а), а более естественный для конструкции кусочно-линейный закон изменения напряже-

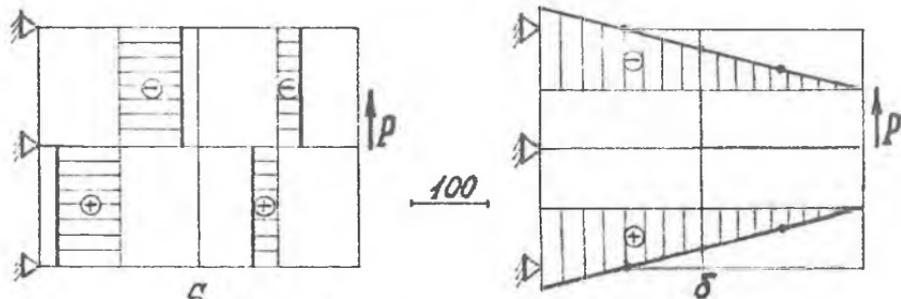
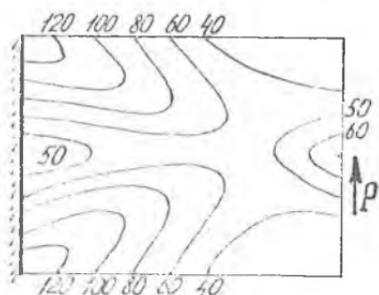


Рис. 4. Эпюры  $\sigma_x$ : а - построенные обычным образом; б - с уточнением результатов

ний. На элементах, граничащих со свободным краем, огибающая эпюры проводится через две точки: точку на свободном краю с нулевым значением напряжения и точку в центре элемента (значение  $\sigma_x$  из распечатки). Эта огибающая экстраполируется на границу следующего элемента с соседним КЭ. Таким образом определяется вторая точка для построения эпюры на соседнем КЭ. Через эту точку и точку со значением  $\sigma_x$  в центре КЭ проводится огибающая эпюры на следующем КЭ и т.д.

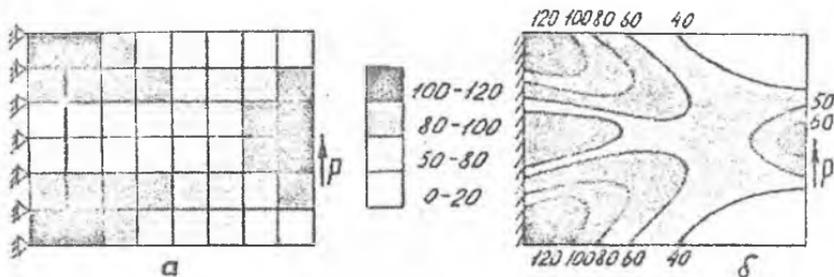
1.5. Линии равного уровня. изображения линий равного уровня могут быть показаны для любых характеристик напряженного состояния КЭ,

струкция. Мысленно на сеть КЭМ натягивается непрерывная поверхность, высота которой в центре каждого элемента равна величине изображаемой характеристики на данном КЭ. Линии, образованные пересечением горизонтальных плоскостей с этой поверхностью, и будут являться линиями равного уровня. На каждой из линий указывается соответствующая ей величина изображаемой характеристики. При построении линии равного уровня не следует жестко "привязываться" к сети КЭ. Важно правильно показать градиенты поверхности изменяющейся характеристики, "холмы", "впадины" и "гребни" этой поверхности. В качестве примера показаны линии равного уровня эквивалентных напряжений (рис.5) .



Р и с. 5. Линии равного уровня *бэжв*

1.6. Тоновая и цветографическая формы визуализации. Часто при анализе результатов расчетов необходимо иметь не количественную, а наглядную качественную картину распределения силовых факторов во всей конструкции. В этом случае можно использовать тоновые изображения. Так, на рис. 6, а изображена качественная картина распределения эквивалентных напряжений. Подобную качественную картину

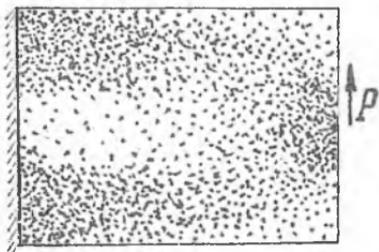


Р и с. 6. Тоновые изображения *бэжв* :  
 а) на сетке КЭМ; б) - на линиях равного уровня

можно получить, окрашивая элементы по цветам спектра. При увеличении величины изображаемой характеристики цвет окраски меняется от фиолетового до красного.

Тоновые или цветографические изображения могут накладываться на линии равного уровня (например, рис. 6, б, полученный наложением рис. 5 и рис. 6, а). При этом хорошая наглядность тонового изображения сочетается с количественной подробностью линий равного уровня.

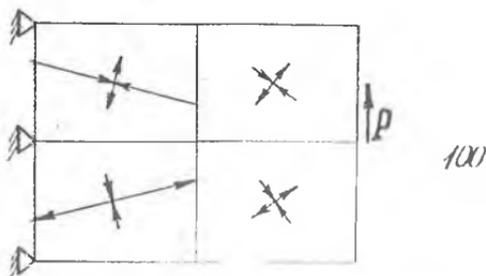
1.7. Точечные изображения. Для анализа распределения каких-либо величин весьма наглядные картины можно получить при использовании точечных изображений [1]. Каждый элемент сетки КЭМ заполняется определенным количеством точек, число которых пропорционально величине изображаемой характеристики на данном элементе. Так, на рис. 7 представлена точечная картина распределения эквивалентных напряжений\*. Подобные картины обладают той же наглядностью, что и тоновые изображения, но для их получения в системах автоматизированного проектирования можно использовать простые и дешевые графические дисплеи, в то время как для получения тоновых изображений требуется сложное и дорогостоящее оборудование.



Р и с. 7. Точечное изображение эквив

1.8. Потоки главных усилий. Хорошей наглядностью при анализе генеральных путей передачи усилий в конструкциях обладают потоки главных усилий (ПГУ). Их величины представляют собой главные напряжения\*\* $\times \times$ , умноженные на толщины мембранных элементов [2]. ПГУ изображают на схеме КЭМ в центре каждого элемента в виде двух векторов (рис. 8).

Положительный угол откладывают от оси  $x$  против часовой стрелки, а отрицательный - по часовой стрелке. Длина каждого вектора в выбранном масштабе соответствует величине силового потока. Сходящиеся стрелки означают сжатие, расходящиеся - растяжение.



Р и с. 8. Потоки главных усилий

\* Эквивалентные напряжения определяют по четвертой теории прочности:

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

\*\* Главные напряжения вычисляют по формуле

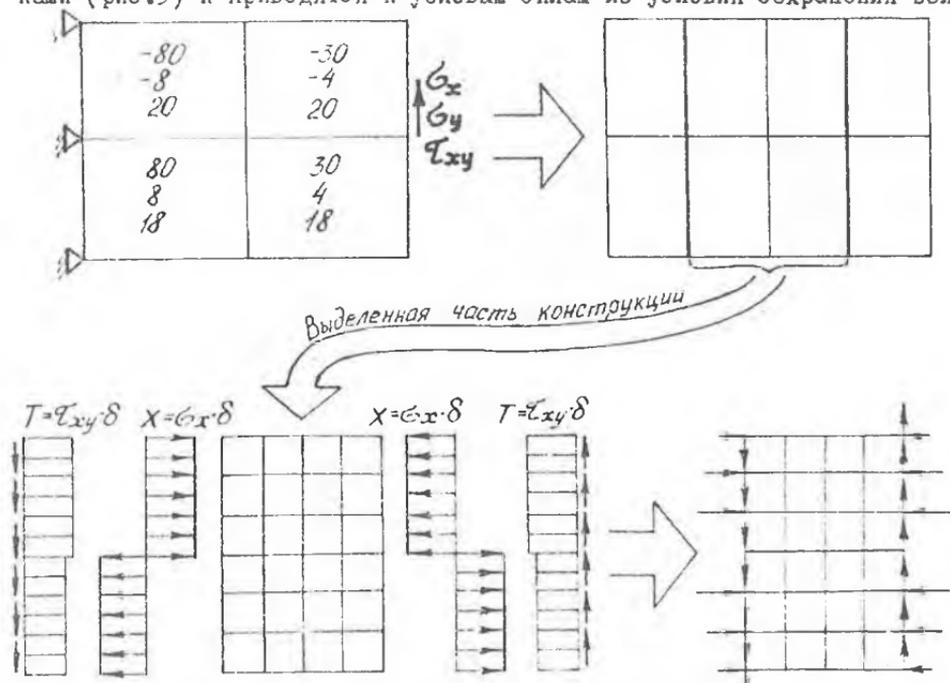
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

Примечание. На всех графических картинах, помимо результатов расчетов, необходимо показывать закрепления и нагрузки, что позволяет более четко представлять закономерности силовой работы конструкции.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК НА ВЫДЕЛЕННУЮ ЧАСТЬ КОНСТРУКЦИИ

Нередко точность полученных результатов не удовлетворит конструктора. Появляется необходимость уточнить результаты по какой-либо зоне конструкции. В этом случае можно не делать повторный расчет всей конструкции с измельченной сетью КЭ, следует выделить и измельчить КЭМ лишь в той зоне конструкции, в которой необходимо определить более точно напряжения.

Значения нагрузок на выделенную часть конструкции можно получить, используя результаты предыдущего, менее точного расчета. Так, в исходной конструкции, потоки усилия  $X$  и  $T$ , полученные в предыдущем расчете, являются для новой КЭМ внешними распределенными нагрузками (рис.9) и приводятся к узловым силам из условия сохранения вели-



Р и с.9. К определению нагрузок на выделенную часть конструкции

чины и положения равнодействующей на элементе (см. указания к лабораторной работе "Моделирование авиационных конструкций в САПР").

Следует иметь в виду, что выделенная часть конструкции должна находиться в равновесии. Это условие можно использовать для итоговой проверки правильности вычисления узловых нагрузок.

### 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

3.1. Общая схема проведения занятия. Студенты предварительно, во внеаудиторное время, изучают данное руководство и выполняют индивидуальное задание по обработке результатов расчета конструкции, исходные данные для которого были подготовлены во время выполнения лабораторной работы "Подготовка исходных данных для расчета плоских конструкций в учебной САПР".

Продолжительность аудиторных занятий – 4ч. Во время первого 2-часового занятия преподаватель знакомит студентов с образцами графических картин, полученных на чертежных автоматах, и со способами визуализации графических данных на графических дисплеях. Каждому студенту преподаватель указывает часть конструкции для выделения ее из исходной КЭМ и вычисления узловых нагрузок.

На втором аудиторном занятии студенты заканчивают оформление отчетов по индивидуальным заданиям и сдают их преподавателю. При приеме отчетов преподаватель контролирует правильность и самостоятельность выполненных заданий, обращая особое внимание на понимание механики деформированного и напряженного состояния анализируемых конструкций.

3.2. Демонстрация на графических дисплеях. Демонстрируется цветотрафический и точечный способы визуализации результатов. Демонстрация проводится в следующей последовательности:

вызывается программа СЛАЙД

◀: СТ, СЛАЙД ▶ :

вызываются демонстрационные примеры (файлы БАЛКА и СЕКТОР);

вызывается программа ЗОДИАК

( ◀: СТ, ЗОДИАК ▶ );

считываются файлы БАЛКА и СЕКТОР (параметры точечного изображения могут задаваться при этом ◀3,250,1.3▶).

3.3. Схема выполнения индивидуального задания. В процессе обработки результатов расчетов студент должен выполнить следующие задания:

изобразить деформированное состояние конструкции;

построить схему КЭМ и написать на ней величины  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ;  
построить эпюры  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ;  
изобразить линии равного уровня  $\sigma_{\alpha\beta}$ ;  
нарисовать цветографическую, тоновую и точечную картины  $\sigma_{\alpha\beta}$ ;  
начертить потоки главных усилий.

Каждое изображение воспроизводят на отдельном листе II формата. Там, где это необходимо указывают масштаб; штриховыми линиями или другим цветом показывают нагрузки и закрепления.

В соответствии с указанием преподавателя студент выделяет часть конструкции, которую следует разбить примерно в два раза более мелкой сетью КЭ, чем исходная КЭМ. Определяются узловые нагрузки на эту КЭМ, полученные из предыдущего расчета. Для них проводится проверка равновесия  $\sum P_x = 0$ ;  $\sum P_y = 0$ ;  $\sum M = 0$ .

Все материалы, включая рисунок исходной КЭМ с нумерацией узлов и элементов, распечатки исходных данных и результатов расчетов и все графические картины оформляют в виде отчета, который сдают преподавателю.

**П р и м е ч а н и е.** Если отчет сдается с опозданием, то за каждую неделю опоздания студент должен выполнить дополнительно в следующей последовательности: эпюры  $\sigma_{\alpha\beta}$ ; линии равного уровня  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  тоновые картины  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ; точечные изображения  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ .

## Л и т е р а т у р а

1. Соловов А.В., Черепашков А.А. Точечный способ отображения на графических дисплеях дискретно-непрерывных параметров математических моделей. Депонированная рукопись. М.: ВИНТИ, 1984, Юс.

2. Комаров В.А. О рациональных силовых конструкциях крыльев малого удлинения. - В кн.: Проектирование оптимальных конструкций. - Куйбышев: Куйбышевский авиационный институт, 1968; с. 6-26.

Авторы - составители: Валерий Андреевич К о м а р о в  
Александр Васильевич С о л о в о в

ГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ  
РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ

Редактор Е.Д.А н т о н о в а  
Техн.редактор Н.М.К а л е н ю к  
корректор С.С.Р у б а н

Подписано в печать 8.01.85 г.  
Формат 60x84 1/16. Бумага оберточная белая.  
Оперативная печать. Усл.п.л. 0,7. Уч.-изд.л. 0,65.  
Т. 500 экз. Заказ 26 Бесплатно.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С.П.Королева,  
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Тип.им.В.И.Маги,г. Куйбышев,ул. Венцека,60.