Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ордена ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени С. П. КОРОЛЕВА

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть I

Под редакцией доц., к. т. н. Е. Н. Курилова

Рассмотрен и утвержден редакционным советом
20 октября 1971 года

КУЙБЫШЕВ 1973

Предисловие

Практикум по курсу «Основы электротехники» составлен сотрудниками кафедры «Электротехника» КуАИ. Сборник предназначен для студентов специальности «Конструирование и производство радиоаппаратуры» и состоит из двух частей. В первую часть включены лабораторные работы по программе 6 семестра обучения, а во вторую часть — для 7 учебного семестра.

Практикум имеет целью помочь студентам усвоить теоретический материал, связать теорию с практикой и закрепить полученные знания.

В каждой работе приведены основные теоретические сведения, описание объекта исследования, последовательность выполнения работы, содержание отчета, контрольные вопросы и ссылки на учебники. Наличие теоретической части обусловлено тем, что лабораторные работы нередко опережают лекции.

Выполнение каждой работы рассчитано на два академических часа. За одно занятие должны быть сделаны две лабораторные работы. На протяжении всего семестра работы выполняются бригадой студентов по примерному плану, приведенному в приложении I. В бригаде должно быть не менее двух и не более четырех человек.

До занятия студенты обязаны ознакомиться с теорией, методикой предстоящей работы, с применяемыми приборами, произвести необходимые расчеты, подготовить план эксперимента и типовые таблицы, а также ответить на контрольные вопросы. Неподготовленные студенты к занятиям не допускаются.

Отчет о работах составляется в полном соответствии с требованиями, изложенными в каждой работе. В отчете должны быть указаны фамилия, инициалы студента, номер учебной группы и название лабораторной работы. Законченный отчет представляется к следующему занятию. Студент, неоформивший отчет о предыдущих работах, к последующим работам не допускается.

При подготовке к защите лабораторных работ целесообразно использовать соответствующие разделы учебников, учебных пособий и материалов курса лекций по данной дисциплине.

Работа № 1 написана Е. Н. Куриловым и Н. А. Кишякиным, №№ 2, 4, 5 — Н. К. Комаровой, № 3 — Н. К. Комаровой и Е. Н. Куриловым, №№ 6, 7, 8, 9 — Ю. Л. Бенькович.

Работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При расчете электрических цепей обычно определяют токи или напряжения на различных участках, если известны напряжения или токи на других участках цепи.

Однозначное решение для линейных электрических цепей может быть получено из уравнений, составленных по законам Кирхгофа. Однако для сложных электрических цепей системы алгебраических уравнений получаются громоздкими

Упростить анализ схемы можно различными методами. Например, методом наложения или контурных токов. Метод наложения, непосредственно вытекающий из свойств линейных уравнений, описывающих цепь, позволяет расчленить сложную задачу на ряд более простых. При этом в рассматриваемой сложной цепи поочередно исключают все источники э. д. с. (кроме одного), но внутреннее сопротивление, если оно имеется в ветви источника, всегда необходимо учитывать.

Суть метода наложения поясним на примере схемы, изображенной на рис. 1. Количество ветвей в схеме $N_В$ равно шести. Задавшись положительным направлением токов в ветвях схемы и обозначив их, $I_1, I_2, \ldots, I_6$ (рис. 1), составим по первому закону Кирхгофа уравнения для всех узлов:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \text{ для узла } a; \\ -I_1 + I_4 - I_5 &= 0 \text{ для узла } в; \\ -I_3 + I_5 - I_6 &= 0 \text{ для узла } c; \\ I_2 - I_4 + I_6 &= 0 \text{ для узла } d. \end{aligned} \tag{1}$$

Если сложить левые и правые части системы уравнений (1), то получим тождество $0 = 0$. Это свидетельствует о

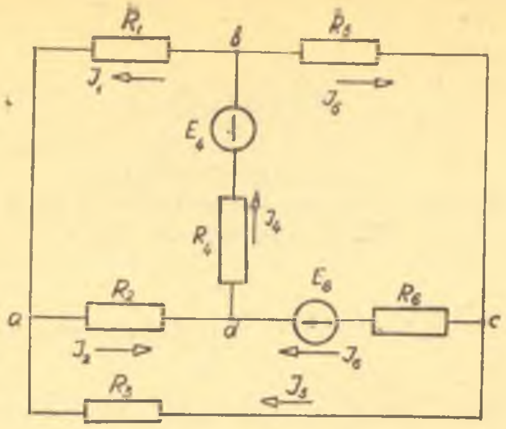


Рис. 1

том, что одно из уравнений зависимо (например, последнее). Таким образом, число независимых уравнений $K_{I\,з.\,к.}$, составляемых по первому закону Кирхгофа, меньше числа узлов $N_у$ на единицу, то есть

$$K_{I\,з.\,к.} = N_у - 1.$$

Следовательно, чтобы найти все неизвестные токи, необходимо еще составить $N_в - K_{I\,з.\,к.}$ недостающих независимых уравнений по второму закону Кирхгофа $K_{II\,з.\,к.}$, а именно:

$$K_{II\,з.\,к.} = N_в - K_{I\,з.\,к.} = N_в - (N_у - 1).$$

Составляемая по второму закону Кирхгофа система уравнений будет независимой, если каждый из контуров отличается от других по крайней мере одной новой ветвью. Число ветвей, входящих в замкнутый контур, должно быть, по возможности, минимальным.

Выбрав положительное направление обхода контуров, как обозначено на рис. 2, составляем остальные уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_1R_1 + I_2R_2 + I_4R_4 = E_4 \text{ для контура abda;} \\ I_4R_4 + I_5R_5 + I_6R_6 = E_4 + E_6 \text{ для контура bdcb;} \\ I_2R_2 + I_3R_3 - I_6R_6 = -E_6 \text{ для контура acda.} \end{cases} \quad (2)$$

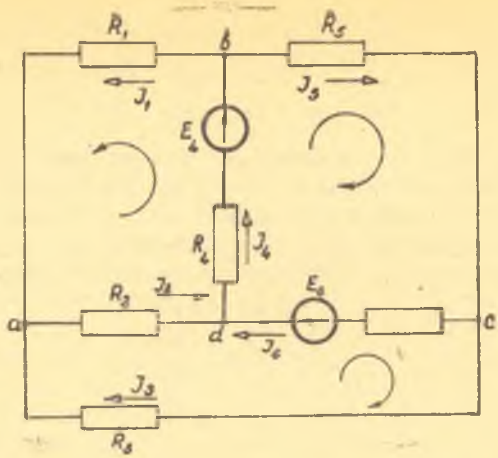


Рис. 2

Определяя из первых трех уравнений (1) токи в смежных ветвях I_2, I_4, I_6 и подставляя их значения в (2), получим:

$$\left.\begin{aligned} &I_1(R_1 + R_2 + R_4) + I_3R_2 + I_5R_4 = E_4; \\ &I_1R_2 + I_3(R_2 + R_3 + R_6) - I_5R_6 = -E_6; \\ &I_1R_4 - I_3R_6 + I_5(R_4 + R_5 + R_6) = E_4 + E_6. \end{aligned}\right| \qquad (3)$$

Из системы уравнений (3) видно, что токи I_1, I_3, I_5 как бы замыкаются в соответствующем из контуров. Такие токи называют контурными.

В большинстве случаев контурные токи не являются действительными, протекающими в замкнутых контурах токами, но применение их иногда существенно упрощает расчет сложных схем. Поскольку число независимых уравнений, составляемых по методу контурных токов $K_{\text{м. к. т.}}$, совпадает с количеством независимых контуров в схеме, то

$$K_{\text{м. к. т.}} = N_{\text{в}} - (N_{\text{у}} - 1) = K_{\text{н з. к.}}$$

Как видим, рассчитывая рассматриваемую схему по методу контурных токов, достаточно решить систему из трех независимых уравнений место системы из шести уравнений, составляемых по законам Кирхгофа. Для определенности обозначим контурные токи I_{I}, I_{III}, I_{V} (чтобы не путать с действительными токами ветвей). Тогда:

$$
\left.\begin{aligned}
I_I(R_1+R_2+R_4)+I_{III}R_2+I_V R_4 &= E_4;\\
I_I R_2+I_{III}(R_2+R_3+R_6)-I_V R_6 &= -E_6;\\
I_I R_4-I_{III}R_6+I_V(R_4+R_5+R_6) &= E_4+E_6.
\end{aligned}\right\} \qquad (4)
$$

В этой системе только три неизвестных контурных тока. Решив (4) относительно трех неизвестных контурных токов, найдем токи в несмежных ветвях $I_1=I_I$, $I_3=I_{III}$, $I_5=I_V$. Токи в смежных ветвях определяются алгебраическим сложением соответствующих контурных токов в ветвях, а именно:

$$
\begin{aligned}
I_4 &= I_I+I_V;\\
I_2 &= I_I+I_{III};\\
I_6 &= I_V-I_{III}.
\end{aligned}
$$

Для произвольной электрической цепи, имеющей n независимых контуров, можно по аналогии записать:

$$
\begin{aligned}
E_{11} &= \pm R_{11}I_1 \pm R_{12}I_2 \pm \ldots \pm R_{1n}I_n;\\
E_{22} &= \pm R_{21}I_1 \pm R_{22}I_2 \pm \ldots \pm R_{2n}I_n;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
E_{ii} &= \pm R_{i1}I_1 \pm R_{i2}I_2 \pm R_{ii}I_i \pm \ldots \pm R_{in}I_n;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
E_{nn} &= \pm E_{n1}I_1 \pm R_{n2}I_2 \pm \ldots \pm R_{nn}I_n,
\end{aligned} \qquad (5)
$$

где R_{ii} — собственное сопротивление замкнутого контура;

R_{in} — сопротивление смежной ветви i-го и n-го контуров;

E_{ii} — алгебраическая сумма э. д. с., действующих в i-ом контуре.

Знаки у соответствующих э. д. с. и токов будут положительными, если положительные направления токов и э. д. с. совпадают с выбранным направлением обхода контуров, и отрицательными в противоположном случае.

Общее решение системы уравнений (5) относительно любого из контурных токов, например I_i в контуре i, таково:

$$
I_i = \pm E_{11}\frac{\Delta_{i1}}{\Delta} \pm E_{22}\frac{\Delta_{in}}{\Delta} \pm \ldots \pm E_{nn}\frac{\Delta_{in}}{\Delta}. \qquad (6)
$$

Здесь Δ — определитеь системы уравнений (5), то есть

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11}, & R_{12}, \ldots, & R_{1n} \\ R_{21}, & R_{22}, \ldots, & R_{2n} \\ R_{n1}, & R_{n2}, \ldots, & R_{nn} \end{vmatrix},$$

Δ_{1i}, $\Delta_{i2} \ldots \Delta_{in}$ — алгебраические дополнения (адъюнкты) определителя Δ. Как известно, алгебраическое дополнение Δ_{k+m} определителя Δ может быть найдено из определителя Δ при вычеркивании k строки и m столбца и умножением полученного определителя (минора) на $(-1)^{k+m}$.

Выше отмечалось, что каждая из э. д. с. E_{ii} в (5) и (6) есть алгебраическая сумма э. д. с. контура i. Если в (6) представить E_{ii} суммой соответствующих э. д. с., действующих в различных ветвях, и сгруппировать сомножители с одинаковыми э. д. с., то можно получить выражение следующего вида:

$$I_i = \pm E_1 g_{i1} \pm E_2 g_{i2} \pm \ldots \pm E_i g_{ii} \pm \ldots \pm E_n g_{in}. \tag{7}$$

Таким образом, получено выражение для контурного тока I_i в виде алгебраической суммы составляющих токов, вызванных каждой из э. д. с.

Изложенное поясняет сущность метода наложения для произвольной схемы. Метод наложения применим не только для расчета любого контурного тока, но и для определения тока в любой ветви, поскольку всегда можно выбрать независимые контуры так, что интересующая ветвь войдет только в один контур.

При расчете методом наложения сложная схема разбивается на ряд (по числу источников питания) более простых. В этом заключается основная особенность расчета сложных конкретных схем с помощью метода наложения.

Таким образом, расчет сложных схем методом наложения сводится к последовательному вычислению токов в ветвях схемы при независимом, поочередном действии каждой из э. д. с. Действительные токи ветвей определяются алгебраическим суммированием отдельных составляющих токов ветви схемы.

В правой части уравнения (7) сомножители при э. д. с. имеют размерность проводимости. Каждый из множителей с двумя одинаковыми индексами (например g_{ii}) называется входной или собственной проводимостью ветви i, а любой из коэффициентов с различными индексами (g_{im}) — взаимной (передаточной) проводимостью между ветвями i и m.

Входные и взаимные проводимости ветвей схемы можно определить как расчетным, так и экспериментальным путем. Полагая значения э. д. с. всех ветвей схемы, кроме i -ой, равными нулю, имеем

$$I_i = E_i g_{ii} \quad \text{или} \quad g_{ii} = \frac{I_i}{E_i}. \tag{8}$$

Следовательно, входная (собственная) проводимость любой ветви определяется отношением тока в рассматриваемой ветви к э. д. с. в этой ветви при равных нулю э. д. с. в остальных ветвях схемы.

В общем случае э. д. с. E_i вызывает токи во всех ветвях схемы, и, в частности, ток в ветви m будет равен $I_m = E_i g_{mi}$. Откуда передаточная проводимость g_{mi} между ветвью m и i

$$g_{mi} = \frac{I_i}{E_i}. \tag{9}$$

Таким образом, под взаимной (передаточной) проводимостью двух любых ветвей понимают отношение тока в одной ветви к э. д. с. в другой при равных нулю э. д. с. в остальных ветвях.

Очевидно, что входные и взаимные проводимости численно равны току, если э. д. с. равны одному вольту. Для линейных электрических цепей взаимные проводимости с одинаковыми индексами вида g_{mi} и g_{im} равны, то есть $g_{mi} = g_{im}$.

Приводимый ниже пример расчета разветвленной электрической цепи иллюстрирует применение метода наложения при расчете конкретной схемы.

Пусть в схеме, изображенной на рис. 2, требуется определить токи $I_1, I_2, \ldots, I_6$, если $R_1 = R_2 = R_5 = R_6 = 10$ом, $R_3 = R_4 = 4$ом, $E_4 = 14$*в* и $E_6 = 28$*в*. В соответствии с методом наложения для токов в ветвях схемы имеем:

$$\begin{aligned}
I_1 &= g_{14}E_4 + g_{16}E_6;\\
I_2 &= g_{24}E_4 - g_{26}E_6;\\
I_3 &= g_{34}E_4 - g_{36}E_6;\\
I_4 &= g_{44}E_4 + g_{46}E_6;\\
I_5 &= g_{54}E_4 + g_{56}E_6;\\
I_6 &= g_{64}E_4 + g_{66}E_6.
\end{aligned} \tag{10}$$

Сначала определим проводимости g_{14}, g_{24}, g_{34}, g_{44}, g_{54} и g_{64}. Подставив в систему (4) численные значения сопротивлений и приняв $E_4 = 1 в$, а $E_6 = 0$, получим:

$$24I'_{\text{I}} + 10I'_{\text{III}} + 4I'_{\text{V}} = 1;$$
$$10I'_{\text{I}} + 24I'_{\text{III}} - 10I'_{\text{V}} = 0;$$
$$4I'_{\text{I}} - 10I'_{\text{III}} + 24I'_{\text{V}} = 1.$$

Последовательно исключая неизвестные (способ вычислений Гаусса), можно найти контурные токи I'_{I}, I'_{III}, I'_{V}.
Вычислив их значения,находим действительные токи в ветвях схемы:

$$I'_1 = I'_{\text{I}} = \frac{1}{28} a, \; I'_3 = I'_{\text{III}} = 0, \; I'_2 = I'_{\text{I}} + I'_{\text{III}} = \frac{1}{28} a,$$

$$I'_5 = I'_{\text{V}} = \frac{1}{28} a; \quad I'_4 = I'_{\text{I}} + I'_{\text{V}} = \frac{1}{14} a, \quad I'_6 = I'_{\text{V}} - I'_{\text{III}} = \frac{1}{28} a.$$

Поэтому соответствующие проводимости равны:

$$g_{14} = g_{24} = g_{54} = g_{64} = \frac{1}{28} \text{сим}, \quad g_{34} = 0, \quad g_{44} = \frac{1}{14} \text{сим}.$$

Проводимости

$$g_{16} = \frac{3}{280} \text{сим}, \; g_{26} = g_{56} = \frac{1}{40} \text{сим}, \; g_{36} = g_{46} = -\frac{1}{28} \text{сим}, \; g_{66} = \frac{17}{280} \text{сим}.$$

рассчитываются аналогично, когда $E_4 = 0$, а $E_6 = 1 в$.

Подставив в уравнения (10) заданные значения э. д. с. $E_4 = 14 в$, $E_6 = 28$ и вычисленные величины всех проводимостей, находим все токи ветвей:

$$I_1 = \frac{1}{28} \cdot 14 + \frac{3}{280} \cdot 28 = 0{,}8 a;$$

$$I_2 = \frac{1}{28} \cdot 14 - \frac{1}{40} \cdot 28 = -0{,}2 a;$$

$$I_3 = 0 \cdot 14 - \frac{1}{28} \cdot 28 = -1 a;$$

$$I_4 = \frac{1}{14} \cdot 14 + \frac{1}{28} \cdot 28 = 2 a;$$

$$I_5 = \frac{1}{28} \cdot 14 + \frac{1}{28} \cdot 28 = 1{,}2 a;$$

$$I_6 = \frac{1}{28} \cdot 14 + \frac{17}{280} \cdot 28 = 2{,}2 a.$$

Отрицательный знак у I_2 и I_3 свидетельствует, что эти токи протекают в противоположном направлении по сравнению с указанным на рис. 2 положительным направлением.

ОПИСАНИЕ СТЕНДА И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Реостаты, амперметры, вольтметры и источники напряжения, необходимые для выполнения работы, смонтированы на стенде. На каждом из реостатов нанесен соответствующий номер. В работе используются два разных источника постоянного напряжения, выходные клеммы которых на силовом щитке обозначены «+» и «—».

Работу необходимо производить в следующей последовательности:

1. С помощью вольтметра и амперметра определить сопротивления реостатов (указав величину напряжения).

Примечание: 1. Сопротивления реостатов R_2 и R_4 необходимо устанавливать по согласованию с преподавателем.

2. Реостаты R_1, R_3 и R_5 включать в цепь, не используя подвижного контакта.

3. При измерениях учитывать возможные колебания напряжения сети.

Измеренные и вычисленные значения свести в табл. 1.

Таблица 1

№ реостата	U, В	I, В	Вычисленное значение сопротивления, *ом*

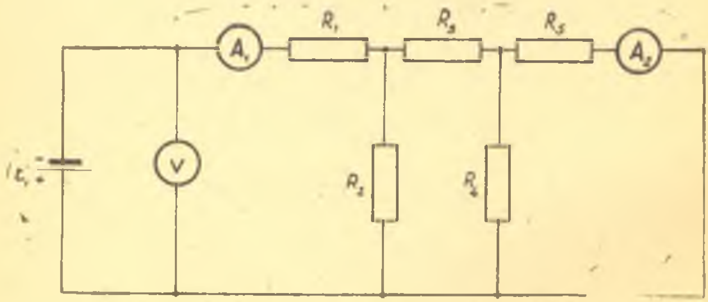


Рис. 3

2. Рассчитать токи в схеме, изображенной на рис. 3, методом контурных токов. Вычислить входную и взаимные проводимости схемы, используя выражения (8) и (9). При расчетах использовать данные табл. 1. Результаты записать в табл. 2.

Таблица 2.

$E_1 = . . .$B	I'_1, *a*	I'_2, *a*	I' , *a*	I'_4, *a*	I'_5, *a*
Расчетное значение					
Измеренное значение					

q_{11}, *сим*	q_{12}, *сим*	q_{13}, *сим*	q_{14}, *сим*	q_{15}, *сим*

3. Собрать схему согласно рис. 3 и для значений сопротивлений соответствующих реостатов, используемых при расчетах, проверить результаты вычислений экспериментом. Данные опыта сравнить с рассчитанными значениями токов.

4. Аналогично рассчитать токи и проводимости в схеме согласно рис. 4. Результаты занести в таблицу № 3.

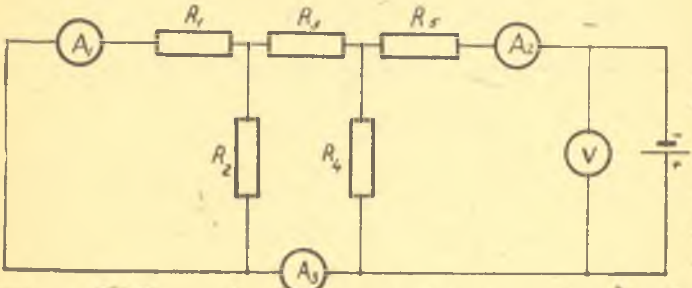


Рис. 4

5. Проверить результаты вычислений экспериментом для схемы рис. 4 и сравнить с рассчитанными значениями токов.

Таблица 3.

$E_2 = \ldots$ В	I_1'', *а*	I_2'', *а*	I_3'', *а*	I_4'', *а*	I_5'', *а*
Расчетное значение					
Измеренное значение					

g_{55}, *сим*	g_{54}, *сим*	g_{53}, *сим*	g_{52}, *сим*	g_{51}, *сим*

6. Определить наложением расчетное значение токов согласно схеме на рис. 5. Значения проводимостей и э. д. с. взять из табл. 2 и табл. 3. Результаты расчетов записать в табл. 4.

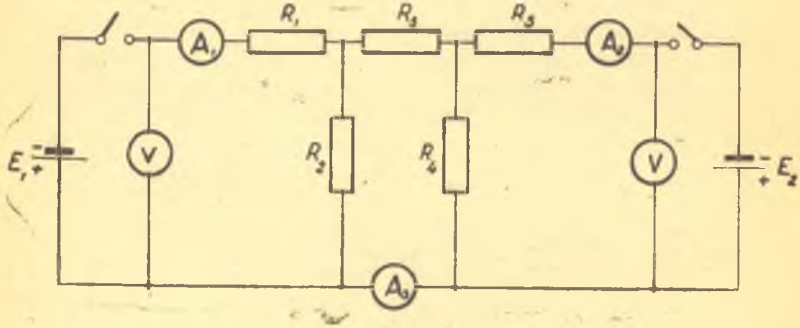


Рис. 5

Таблица 4.

	I_1, *а*	I_2, *а*	I_3, *а*	I_4, *а*	I_5, *а*
Расчетное значение					
Измеренное значение					

7. Собрать схему в соответствии с рис. 5 и проверить экспериментом рассчитанные значения токов I_1, I_3 и I_5.

Результаты измерений записать в табл. 4.

Предупреждение. Без разрешения преподавателя включать схему под напряжение ЗАПРЕЩАЕТСЯ.

8. Оценить и объяснить возможное расхождение между измеренными и рассчитанными значениями токов.

9. При включенных источниках напряжения E_1 и E_2 для схемы рис. 5 измерить потенциалы всех узлов относительно одного узла (например, относительно узла с амперметром A_3, потенциал которого условно принимается за нулевой).

10. Построить потенциальную диаграмму исследуемой цепи, т. е. график распределения потенциалов вдоль внешнего контура цепи в функции от величины сопротивления.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Принципиальная схема исследуемой цепи с указанием действительных величин и направлений токов.
2. Список измерительных приборов с указанием системы и класса точности.
3. Потенциальная диаграмма схемы рис. 5.
4. Выводы о проделанной работе (в произвольной форме).

Примечание: а) все измеренные и вычисленные величины представить в виде таблиц по приведенным формам;
б) объяснить возможные расхождения между вычисленными и измеренными значениями;
в) потенциальную диаграмму построить на миллиметровой бумаге.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как найти в схеме на рис. 3 входную проводимость ветви с сопротивлением R_1 и взаимную проводимость между 5-ой и 1-ой ветвью?

2. Можно ли рассчитать методом наложения мощность в ветви с сопротивлением R_2?

3. В чем заключается суть метода наложения для любой конкретной схемы?

4. Какие преимущества и недостатки метода наложения?

5. Как определить число независимых уравнений, составленных по I и II закону Кирхгофа и методу контурных токов?

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. Энергия, 1969, стр. 82—84, 88—91.

2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Высшая школа, 1969, стр. 19—26.

3. Зевеке Г. В., Ионкин П. А. Нетушил А. В. Страхов С. В. Основы теории цепей. Энергия, 1965, стр. 30—36, 37—39.

4. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Энергия, 1967, т. I, стр. 203—207, 212—214.

Работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ r, L И r, c ЦЕПИ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Цепь $r,\ L$

Рассмотрим цепь, состоящую из последовательно соединенных активного сопротивления r и индуктивности L (рис. 1). Предположим, что в цепи протекает ток

$$i = I_m \sin \omega t, \tag{1}$$

где ω — угловая частота переменного тока $\omega = 2\pi f$; f-частота переменного тока.

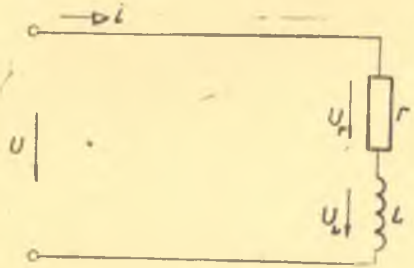


Рис. 1

Задавшись положительными направлениями для тока и напряжений на отдельных элементах цепи U_r и U_L, как указано на рис. 1, на основании второго закона Кирхгофа для мгновенных значений напряжений можно записать

$$u = u_r + u_L = ri + L\frac{di}{dt}. \tag{2}$$

Подставляя в (2) выражение (1), получим

$$u = I_m r \sin \omega t + I_m \omega L \cos \omega t = I_m r \sin \omega t + I_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3)$$

Из (2) видно, что отдельные составляющие напряжения представляют собой синусоиды, и, следовательно, суммарное напряжение также будет синусоидальным.

Любую синусоидально изменяющуюся во времени функцию можно изобразить вращающимся вектором, длина которого определяется амплитудой синусоиды.

На рис. 2 с помощью вращающегося относительно начала координат вектора U_{1m} изображено синусоидальное напряжение

$$u_1 = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) \quad (4)$$

для момента времени $t = 0$, причем ω —угловая скорость вращения вектора; ψ_1 — начальная фаза.

Если угол $(\omega t + \psi_1)$ отсчитывать от горизонтальной оси, то проекция вращающегося вектора на вертикаьную ось равна в избранном масштабе мгновенному значению синусоидального напряжения. В электротехнике за положительное направление принято вращение векторов против часовой стрелки.

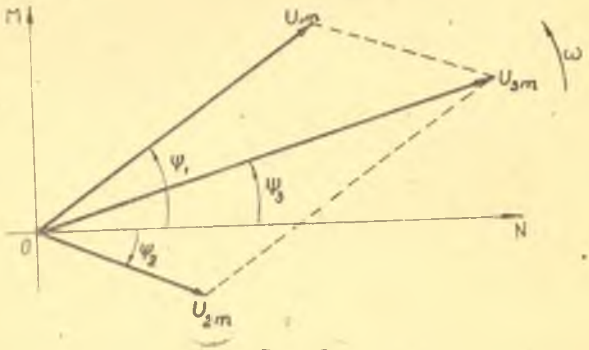


Рис. 2

На рис. 2 вектор U_{1m} изображает напряжение с положительной начальной фазой ψ_1, а вектор U_{2m} — напряжение $U_2 = U_{2m} \sin(\omega t - \psi_2)$, имеющее отрицательную начальную фазу.

Сумму напряжений $u = u_1 + u_2$ можно изобразить вращающимся вектором, равным геометрической сумме векторов U_{1m} и U_{2m} (см. рис. 2).

Совокупность векторов, построенных с соблюдением их взаимной ориентации по фазе, называется векторной диаграммой.

Векторные диаграммы строятся как для амплитуд, так и для действующих течений, которые в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем максимальное значение гармонической функции

$$\left(U = \frac{U_m}{\sqrt{2}};\ I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \text{и т. д.}\right).$$

На основании изложенного, зависимость (3) можно изобразить графически в виде векторной диаграммы, где ток и напряжения изображены в соответствующих масштабах (рис. 3). Направим вектор тока I так, как позакано на рис. 3. Тогда вектор падения напряжения на активном сопротивлении $U_r = Ir$ совпадет по направлению с вектором тока.

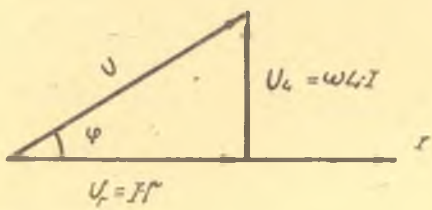


Рис. 3

Падение напряжения на индуктивности

$$u_L = I_m \omega L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

опережает по фазе ток на угол 90°. Следовательно, и на векторной диаграмме вектор U_L сдвинут относительно тока на угол + 90°. Результирующий вектор U изображает напряжение на входе схемы, которое опережает ток на угол φ, равный разности начальных фаз между напряжением и током.

Из диаграммы видно, что

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_L^2},$$

то есть в результате получается «треугольник напряжений». Напряжения $U_a = Ir$ и $U_p = I\omega L$ называют соответственно активной и реактивной составляющей напряжения U.

Из треугольника напряжений следует, что

$$U = \sqrt{U^2_a + U^2_p} = \sqrt{(Ir)^2 + (I\omega L)^2} = I\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}.$$

Откуда $I = \dfrac{U}{\sqrt{r^2+(\omega L)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{r^2+x^2_L}} = \dfrac{U}{z}$, (4)

где $z = \sqrt{r^2+x^2_L}$ — полное сопротивление цепи.

Величина $\omega L = x_L$ имеет размерность сопротивления и называется реактивным (в данном случае индуктивным) сопротивлением. Зависимость (4) есть математическая форма записи закона Ома для цепи переменного тока.

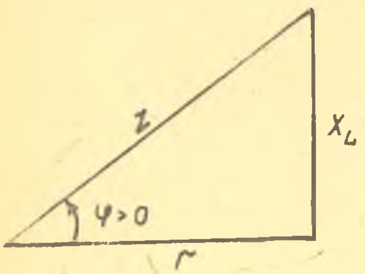


Рис. 4

Если разделить все стороны треугольника напряжений, с учетом масштабов, на значение тока, то получится треугольник сопротивлений (рис. 4).

Сдвиг по фазе между током и напряжением на входе можно определить из треугольника сопротивлений

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{r} = \frac{\omega L}{r}.$$

Для рассматриваемой цепи результирующее напряжение опережает ток, и, следовательно, $\varphi > 0$.

Цепь r, c.

Рассмотрим теперь цепь, состоящую из последовательно соединенных активного сопротивления r и емкости c (рис. 5). Задавшись положительным направлением тока i и напряжений на отдельных элементах цепи u_r и u_c, на основании второго закона Кирхгофа для мгновенных значений напряжений можно записать

$$u = u_r + u_c = ri + \frac{1}{c}\int i dt. \qquad (4)$$

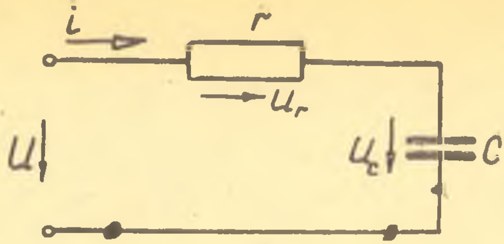


Рис. 5

Подставляя в (4) значение тока (1), получим

$$u = rI_m \sin\omega t - \frac{1}{\omega c} I_m \cos\omega t = I_m r \sin\omega t + I_m \frac{1}{\omega c} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (5)$$

Соотношение (5) можно изобразить графически в виде векторной диаграммы для действующих значений напряжений и тока (рис. 6).

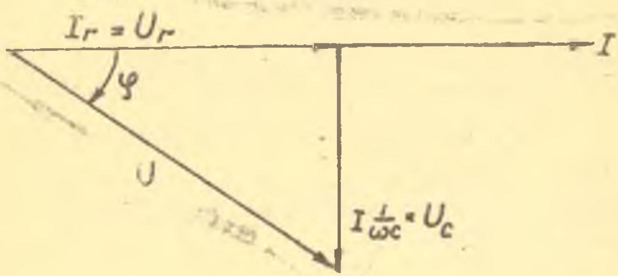


Рис. 6

Вектор падения напряжения на активном сопротивлении совпадает по фазе с током, а вектор реактивного напряжения $U_p = I\frac{1}{\omega c}$ отстает от тока на угол $\frac{\pi}{2}$.

Результирующий вектор напряжения U отстает от тока на угол φ, равный разности начальных фаз между напряжением и током. Из треугольника напряжений для рассматриваемой цепи видно, что

$$U = \sqrt{(Ir)^2 + \left(I\frac{1}{\omega c}\right)^2} = I\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega c}\right)^2} = I\sqrt{r^2 + x_c^2} = Iz,$$

где $z = \sqrt{r^2 + x_c^2}$ — полное сопротивление цепи.

Величина $\frac{1}{\omega c} = x_c$ имеет размерность сопротивления и называется емкостным сопротивлением цепи.

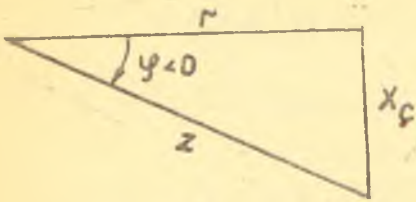


Рис. 7

Треугольник сопротивлений для последовательной r, c цепи представлен на рис. 7.

Таким образом,

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{x_c}{r} = \frac{1}{r \cdot \omega c}.$$

Итак, в цепи переменного тока, содержащей последовательно соединенные активные и реактивные элементы, полное сопротивление и полное напряжение определяются как геометрическая сумма составляющих.

Мощность

Мгновенная мощность цепи переменного тока равна произведению мгновенных значений напряжения и тока

$$p = ui = U_m \sin(\omega t \pm \varphi) I_m \sin \omega t.$$

Активной или средней мощности цепи, содержащей активные и реактивные элементы, называют среднее значение мгновенной мощности за период T

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p dt = \frac{1}{T}\int_0^T ui dt = UI\cos\varphi = I^2 r.$$

Активная мощность измеряется в ваттах (вт). Эта мощность рассеивается в виде тепла на активных сопротивлениях цепи. Сопротивление r может быть определено как коэффициент пропорциональности между средней мощностью и квадратом действующего значения тока $r = \frac{P}{I^2}$.

Множитель $\cos\varphi$ называется коэффициентом мощности.

Для реактивных элементов можно записать

$$p_x = u_p i = xI_m \cos\omega t \cdot I_m \sin\omega t = \frac{xI^2_m}{2}\sin 2\omega t. \qquad (6)$$

Среднее значение P_x равно нулю, т. е. активной мощности идеальные реактивные элементы не потребляют. Мгновенная мощность, поступающая в реактивные элементы, изменяется синусоидально с частотой 2ω. В течение четверти периода цепь запасает энергию, поступающую от источника в магнитное поле катушки или в электрическое поле конденсатора. За время следующей четверти периода эта энергия возвращается источнику.

Амплитуда синусоиды (6) называется реактивной мощностью Q

$$Q = I^2 x \ [\text{Вар}].$$

Единицей измерения реактивной мощности является вольт-ампер реактивный (сокращенное обозначение вар). Полная мощность цепи определяется соотношением

$$S = UI = I^2 z = \sqrt{P^2 + Q^2} \ [\text{Ва}].$$

Полная мощность измеряется в вольт-амперах (сокращенно ва).

Если все стороны треугольника сопротивлений, с учетом масштаба, умножить на общий множитель I^2, то получится подобный ему треугольник мощностей (рис. 8).

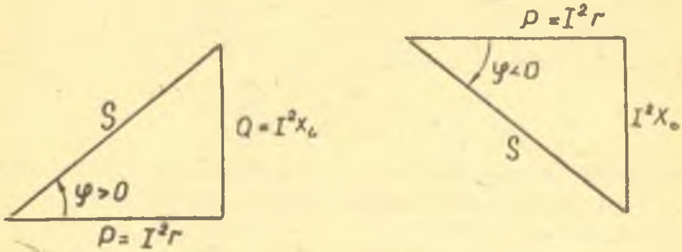


Рис. 8

Из треугольника мощностей следует, что $Q = UI \sin\varphi$. Реактивная мощность положительна при $\varphi > 0$ и отрицательна при $\varphi < 0$.

При выполнении данной лабораторной работы необходимо учитывать, что реальная катушка индуктивности обладает не только реактивным, но и активным сопротивлением. В таком случае сопротивление r во всех приведенных формулах складывается из активного сопротивления реостата $r_{реост}$ и активного сопротивления катушки $r_{кат}$, то есть

$$r = r_{реост} + r_{кат}.$$

Векторная диаграмма для реальной r, L цепи представлена на рис. 9.

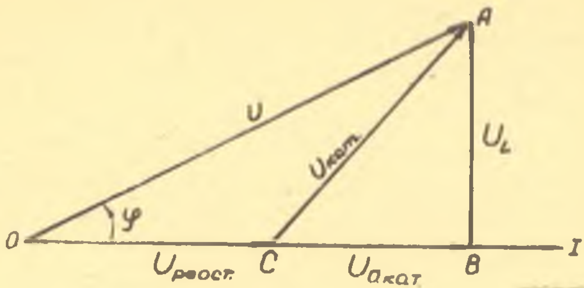


Рис. 9

Напряжения U, $U_{реост}$ и $U_{кат}$ можно измерить вольтметром и построить с помощью циркуля в масштабе напряжений треугольник OAC. Отрезок AC изображает полное напряжение на катушке, которое можно разложить на активную $U_{a\,кат}$ и реактивную U_L составляющие. Зная реактивную составляющую напряжения на катушке, можно определить ее индуктивность:

$$\frac{U_L}{I} = x_L; \quad L = \frac{x_L}{\omega}.$$

Во второй части работы, при исследовании последовательной r, c цепи, можно считать, что конденсаторы не обладают активными потерями, т. е. являются в нашем случае чисто реактивными элементами. Поэтому векторная диаграмма для реальной последовательной r, c цепи будет соответствовать диаграмме, приведенной на рис. 6.

Последовательность выполнения работы

1. Собрать цепь, изображенную на рис. 10.
2. Измерить ток I в цепи и напряжение U на входе схемы. Убедиться в справедливости закона Ома для цепей переменного тока

$$I = \frac{U}{r_{реост}}.$$

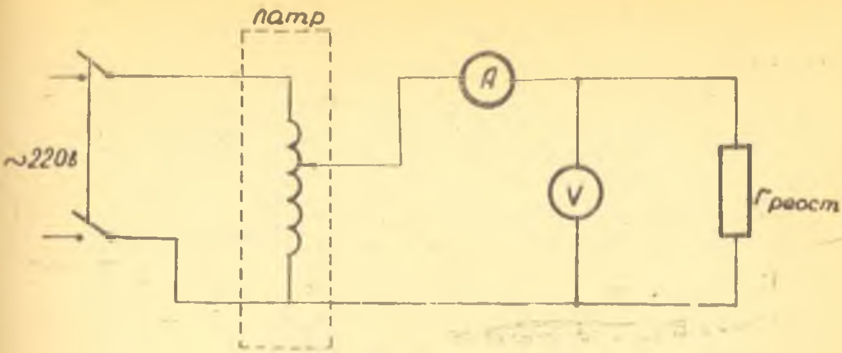


Рис. 10

Номинальное значение $r_{реост}$ указано на реостате.

3. Собрать схему согласно рис. 11.

4. Определить по амперметру и ваттметру ток I и активную мощность P, расходуемую в цепи. С помощью вольтметра со щупами измерить напряжение U на входе схемы, на реостате $U_{реост}$ и на катушке индуктивности $U_{кат}$. Убедиться в том, что арифметическая сумма указанных напряжений не равна приложенному к схеме напряжению, а превышает его, то есть

$$U_{реост} + U_{кат} > U.$$

5. Изменяя положение движка реостата, повторить измерения по пункту 4 для трех значений тока.

Примечание. Предельное значение тока в цепи не должно превышать номинального тока реостата.

6. Собрать схему согласно рис. 12.

7. Измерить ток I, мощность P и напряжение U на входе схемы, на реостате $U_{реост}$ и на батарее конденсаторов U_c.

8. Изменяя положение движка реостата, повторить измерения по пункту 7 для трех значений тока.

Данные всех экспериментов свести в соответствующие таблицы по приведенным формам.

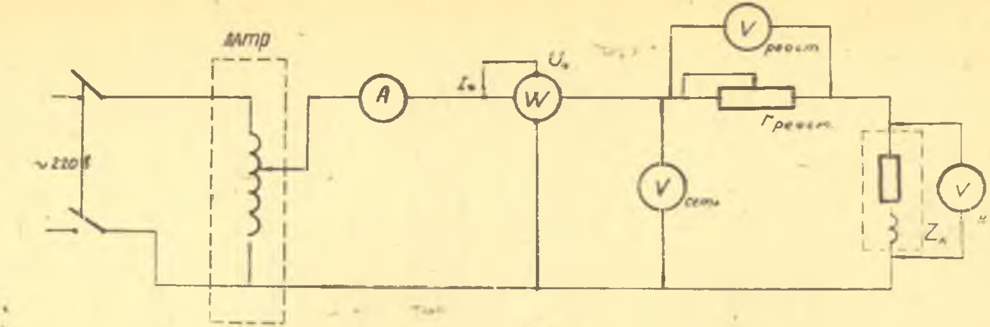

ЛАТР
~220В
A
$I_н$
W
$U_н$
V
реост
$r_{реост}$
V сети
V
$Z_к$

Рис. 11.

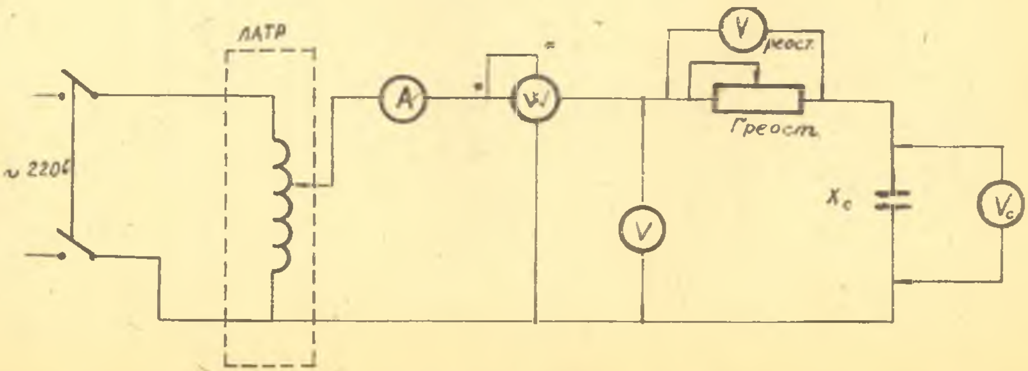

ЛАТР
~ 220В
A
W
V
реост.
$r_{реост}$
V
X_c
V_c

Рис. 12.

Таблица 1

Измеренные величины

№№	U	$U_{реост}$	$U_{кат}$	$U_с$	I	P
	В	В	В	В	*а*	В*т*

Таблица 2

Расчетные величины (для цепи r, L)

№№	$z_к = \frac{U_к}{I}$	$r = \frac{P}{I^2}$	$r_{реост} = \frac{U_p}{I}$	$r_{кат} = r - r_{реост}$	$x_{кат} = \sqrt{z_к^2 - r_{кат}^2}$	$L = \frac{x_L}{\omega}$	$\cos\varphi = \frac{P}{UI}$	$Q = I^2 x_L$	$S = UI$	$r_{\substack{кат\\сред.}} = \frac{r_{k1} + r_{k2} + r_{k3}}{3}$	$L_{ср} = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{3}$
	ом	ом	ом	ом	ом	гн	—	вар	ва	ом	гн

Таблица 3

Расчетные величины (для цепи r, L)

№№	$x_c = \frac{U_c}{I}$	$C = \frac{1}{x_c\omega}$	$\cos\varphi = \frac{P}{UI}$	$Q = I^2 x_c$	$S = UI$	$c_{ср} = \frac{c_1 + c_2 + c_3}{3}$
	ом	Ф	—	вар	ва	Ф

Таблица 4

Из векторных диаграмм

$r_k = \frac{U_{кат}}{I}$	$x_k = \frac{U_L}{I}$	$L = \frac{x_L}{\omega}$	$x_c = \frac{U_c}{I}$	$C = \frac{1}{x_c\omega}$
ом	ом	гн	ом	Ф

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Таблицы измеренных и расчетных величин.
2. Векторные диаграммы для цепей *r, L* и *r, c*.
3. Треугольники сопротивлений и мощностей, построенные для цепи *r, L* и *r' c*.

Примечания: а) активное сопротивление, индуктивность катушки и емкость конденсаторов определить из соответствующих векторных диаграмм;
б) объяснить возможные расхождения между измеренными и рассчитываемыми величинами.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как, пользуясь векторной диаграммой, определить параметры катушки или конденсатора?
2. Чем отличается активное сопротивление от омического и как они измеряются?
3. В каких пределах может изменяться угол сдвига фаз между напряжением на входе и током для цепи *r, L* и для цепи *r, c*?
4. Что понимают под активной, реактивной и полной мощностью? Назовите единицы измерения активной, реактивной и полной мощности и их стандартное обозначение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Основы теории цепей, ч. 1. Энергия, 1969, стр. 28—39, 44—46.
2. Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей. Энергия, 1965, стр. 126—130.
3. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Энергия, 1967, стр. 155—156, 159—162, 173—177.
4. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Высшая школа, 1967, стр. 113—115, 118—122, 127—128, 132—127, 141—142, 153—154, 45—46.

Работа № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В различных электротехнических устройствах встречаются цепи, которые обмениваются электрической энергией. Обмен энергией между цепями может осуществляться при различных видах связи, например, через магнитное и электрическое поле. Если при изменении тока, и, следовательно, при изменении магнитного поля тока, в одной из цепей наводится э. д. с. на каком-либо участке другой цепи, то имеет место так называемая индуктивная связь.

Явление наведения э. д. с. в электрической цепи при изменении потокосцепления в другой цепи называют взаимной индукцией. Наведенная электродвижущая сила есть э. д. с. взаимоиндукции. Индуктивная связь обусловлена явлением взаимной **индукции**. Иногда индуктивно связанные **электрические** цепи еще **называют** магнитно-связанными.

Э. д. с. взаимной индукции может одновременно наводиться в нескольких цепях (контурах). Будем рассматривать только два контура, удаленных на некоторое, достаточно близкое расстояние друг от друга (рис. 1). Пусть токи i_1 и i_2 контура *I* и *II* создают магнитные потоки Φ_1 и Φ_2 соответственно. Допустим, что

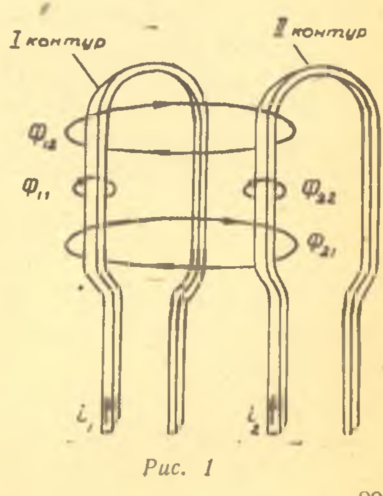


Рис. 1

магнитный поток Φ_1 в основном связан с контуром I и лишь частично пересекает контур II. Соответствующие части потока Φ_1 обозначим Φ_{11} и Φ_{21}. Рассуждая аналогично по отношению ко второму контуру, для составляющих магнитного потока Φ_2, создаваемого током i_2 введем обозначения Φ_{22} и Φ_{21}. На рис. 1 изображено по одному витку каждого контура и по одной соответствующей магнитной силовой трубке. Поэтому

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12};$$

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}.$$

Если к тому же предположить для общности, что в первом контуре число витков w_1, а во втором w_2, то полное потокосцепление контуров ψ_1 полн. и ψ_2 полн., т. е. общее потокосцепление, связанное с первым и вторым контуром.

$$\psi_{1\,\text{полн}} = w_1(\Phi_1 + \Phi_{21}) = w_1(\Phi_{11} + \Phi_{12} + \Phi_{21}) = \psi_1 + \psi_{21}$$

$$\psi_{2\,\text{полн}} = w\,(\Phi_2 + \Phi_{12}) = w\,(\Phi_{22} + \Phi_{21} + \Phi_{12}) = \psi_2 + \psi_{12}$$

Причем $\psi_1 = w(\Phi_{11} + \Phi_{12})$ и $\psi_2 = w(\Phi_{22} + \Phi_{21})$— потокосцепления самоиндукции, а $\psi_{21} = w_1\Phi_{21}$ и $\psi_{12} = w_2\Phi_{21}$ — потокосцепления взаимоиндукции.

Здесь и далее первый индекс обозначает контур, в котором изменяется ток (причина), а второй — контур, где наводится э. д. с. взаимоиндукции (следствие) или самоиндукции.

Однако потокосцепления взаимоиндукции могут не только усиливать потокосцепления самоиндукции, как изображено на рис. 1, но и ослаблять. Это, в частности, зависит как от направления намотки витков, так и от направления токов в витках. Следовательно, в общем случае:

$$\psi_{1\,\text{полн}} = \psi_1 \pm \psi_{21};$$

$$\psi_{2\,\text{полн}} = \psi_2 \pm \psi_{12}.$$

В рассматриваемом случае потокосцепление ψ_1 пропорционально величине тока i_1, а ψ_{12} пропорционально току i_2.

Поэтому:

$$\psi_1 = L_1 i_1,$$

$$\psi_{21} = M_{12} i_2.$$

и аналогично:

$$\psi_2 = L_2 i_2;$$

$$\psi_{12} = M_{21} i_1.$$

Коэффициенты пропорциональности L_1 и L_2 есть индуктивность соответственно первого и второго контура. Что касается коэффициентов пропорциональности M_{12} и M_{21}, то их принято называть взаимной индуктивностью. Точнее, M_{12} — взаимная индуктивность между первым и вторым контуром, а M_{21} — между вторым и первым контуром. Но для линейных электрических цепей

$$M_{12} = M_{21} = M.$$

Тогда полная э. д. с., индуктируемая в первом контуре,

$$e_{1\,\text{полн}} = -\frac{d\psi_{1\,\text{полн}}}{dt} = -\frac{d}{dt}(\psi_1 \pm \psi_{21}) =$$

$$= -L_1\frac{di_1}{dt} \mp M\frac{di_2}{dt} = e_{1L} + e_{1\text{м}}, \tag{1}$$

а для второго контура

$$e_{2\,\text{полн}} = -L_2\frac{di_2}{dt} \mp M\frac{di_1}{dt} = e_{2L} + e_{2\text{м}}. \tag{2}$$

Здесь e_{1L}, e_{2L} э. д. с. самоиндукции. Соответствующие э. д. с. взаимоиндукции равны:

$$e_{1\text{м}} = \mp M\frac{di_2}{dt}; \tag{3}$$

$$e_{2\text{м}} = \mp M\frac{di_1}{dt}. \tag{4}$$

Если бы ток изменялся во времени в одном из контуров (например, в первом), а второй бы оставался незамкнутым, то

$$e'_{1\,\text{полн}} = e_{1L} = -L_1\frac{di_1}{dt}, \tag{5}$$

и во втором контуре наводилась бы только э. д. с. взаимоиндукции

$$e'_{2\,\text{полн}} = e_{2\text{м}} = \mp\frac{di_1}{dt}. \tag{6}$$

Знак «минус» или «плюс» в зависимостях (1)—(6) свидетельствует о том, что в реальной, физически существующей цепи эта э. д. с. стремится вызвать токи так, чтобы воспрепятствовать любому изменению магнитного потока или потокосцепления.

Таким образом, в индуктивно связанных электрических цепях э. д. с. взаимоиндукции может учитываться как с положительным, так и с отрицательным знаком.

С целью однозначного суждения о знаке э. д. с. взаимоиндукции рассмотрим далее некоторые конкретные электрические цепи.

Прежде всего необходимо различать согласно или встречно направлены магнитные потоки взаимоиндукции и самоиндукции. Для этого надо знать направление намотки провода контура (катушки) на каркасе или в каком порядке закреплены витки между собой (при бескаркасном исполнении контура), как расположены катушки относительно друг друга в пространстве, а также задаться положительным направлением тока в обмотках.

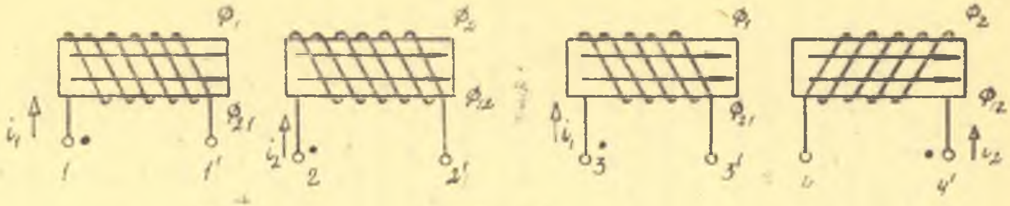
Как известно, положительное направление магнитного потока какого-либо тока может быть определено по правилу правоходового винта.

Условимся понимать под согласно связанными катушками (контурами) такие, когда магнитные потоки самоиндукции и взаимоиндукции складываются. Иными словами, у согласно связанных катушек (разумеется при условии, что они расположены достаточно близко друг к другу) результирующий магнитный поток, т. е. поток, который связывает контуры магнитным полем, должен усиливаться, а не ослабляться. На рис. 2 изображена согласная связь, а на рис. 3 — встречная связь индуктивно связанных катушек.

Из рис. 2, в частности видно, что магнитные потоки самоиндукции ($\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$) и взаимоиндукции Φ_{21}, как и соответственно ($\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$) и Φ_{12}, суммируются. Поэтому такая связь и названа согласной.

На электрических схемах обычно не принято изображать — с целью упрощения чертежа и наглядности — направление намотки обмоток, но, чтобы не возникало недоразумений (усиливается или ослабляется магнитный поток связи), условились выделять одноименные зажимы (точками или звездочками).

Под одноименными зажимами (полюсами) принято понимать такие, когда одинаково ориентированные по отношению



Φ_1
Φ_{21}
i_1
1
1'
Φ_2
Φ_{12}
i_2
2
2'
Φ_1
Φ_{21}
i_1
3
3'
Φ_2
Φ_{12}
i_2
4'

Рис. 2

Φ_1
Φ_2
i_1
Φ_1
Φ_2
i_1
i_2

Рис. 3

к ним токи усиливают магнитный поток, сцепленный с каждым из индуктивно связанных контуров.

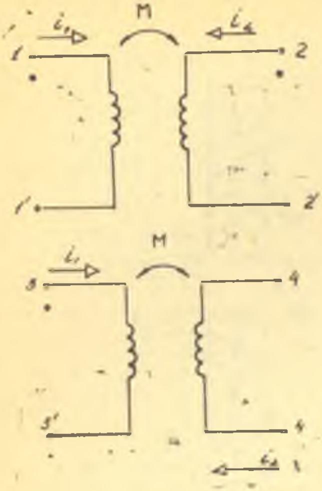


Рис. 4

Кроме того, связь контуров через магнитное поле условно обозначают изогнутой двухсторонней стрелкой с указанием взаимной индуктивности (рис. 4). Рис. 2 и рис. 4 равноценны, поскольку у соответствующих контуров одинаковые одноименные зажимы *1* и *2*, *3* и *4* и подразумевается одинаковая согласная связь через магнитное поле.

Если к одному из одноименных зажимов индуктивно связанных катушек подвести ток, возрастающий по величине, то при этом увеличится потенциал на одноименном зажиме второй катушки. На этом свойстве и основано экспериментальное определение одноименных зажимов. Для этого необходимо, чтобы катушки были индуктивно связаны. Для опыта требуется аккумулятор или батарея химических элементов с определенной э. д. с. и достаточно чувствительный вольтметр или амперметр постоянного тока (например, магнитоэлектрической или электромагнитной системы). Тогда (см. рис. 5), при известной полярности источника э. д. с., один зажим катушки, непосредственно подсоединяемый к зажиму «плюс» источника, будет считать одноименным (верхний на рис. 5). Если к тому же стрелка измерительного прибора сразу после включения ключа *К* отклонится в правую сторону, то ко-

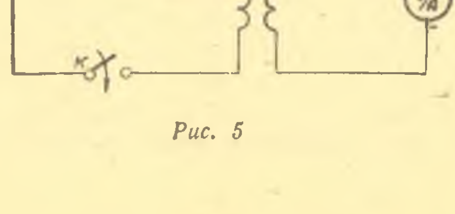


Рис. 5

нец второй катушки, подсоединенный к клемме прибора, обозначенной знаком «+», будет тоже одноименным. В противном случае — при отклонении стрелки прибора влево — вторым одноименным зажимом будет конец катушки, соединенный с клеммой прибора «—».

Рассмотрим более сложную связь, когда помимо магнитной имеется также электрическая, так называемая «гальваническая», кондуктивная связь (рис. 6). В этом случае обмен энергией между контурами дополнительно осуществляется непосредственно через часть общего для цепи тока i_1. На рис. 6 токи i_1 и i_2 одинаково ориентированы относительно одноименных зажимов (оба направлены в одноименные полюсы). Следовательно, имеет место согласное соединение магнитно-связанных катушек.

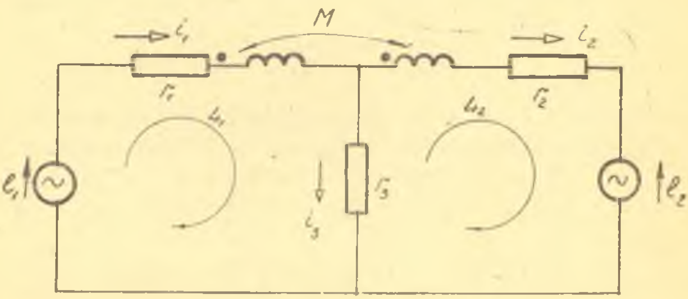


Рис. 6

Выбрав независимые контуры и положительное направление обхода контуров, как обозначено на рис. 6, составляем по второму закону Кирхгофа уравнения для мгновенных значений напряжений:

$$r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} + r_3 i_3 = e_1;$$

$$L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} + r_3 i_3 = -e_2.$$

Падения ннапряжения на первой $L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$ и второй катушке $L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt}$,

обусловленные э. д. с. самоиндукции и э. д. с. взаимоиндукции, взяты с одинаковыми знаками, т. к. токи i_1 и i_2 одинаково ориентированы по отношению к одноименным зажимам и совпадают по направлению с выбранным положительным направлением обхода контуров.

Если положительное направление, например, для тока i_2, было выбрано противоположным указанному на рис. 6, то, поскольку ток i_2 оказался бы неодинаково ориентированным по отношению к одноименному зажиму, имело бы место встречное соединение индуктивно связанных катушек, при котором (при прочих одинаковых обозначениях):

$$-L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} - r_3 i_3 = -e_2;$$

или

$$r_1 i_1 + L\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} + r_3 i_3 = e_1;$$

$$L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} + r_3 i_3 = e_2.$$

Следовательно, э. д. с. самоиндукции и взаимоиндукции первой и второй встречно соединенных катушек будут равны:

$$L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt};$$

$$L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt}.$$

Конечно, выбор положительного направления для какого-либо тока не влияет на результирующее действие индуктивно-связанных катушек друг на друга. В этом можно убедиться в результате расчетов. Однако с помощью одноименных зажимов, положительных направлений токов удается добиться однообразия при составлении уравнений и для цепей с взаимной индуктивностью и, таким образом, получить правильный результат при меньшей затрате времени в целом.

В заключение рассмотрим последовательное соединение двух индуктивно-связанных катушек. На рис. 7 изображено согласное соединение, а на рис. 8 — встречное. Через обе катушки протекает одинаковый ток. Поэтому:

$$u_{\text{согл}} = (r_1 + r_2)i_1 + (L_1 + L_2 + 2M)\frac{di_1}{dt};$$

$$u_{\text{встр}} = (r_1 + r_2)i_2 + (L_1 + L_2 - 2M)\frac{di_2}{dt}.$$

Откуда общая индуктивность катушек при согласном и встречном соединениях равна:

$$L_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}} = L_1 + L_2 + 2M; \quad (7)$$

$$L_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}} = L_1 + L_2 - 2M. \quad (8)$$

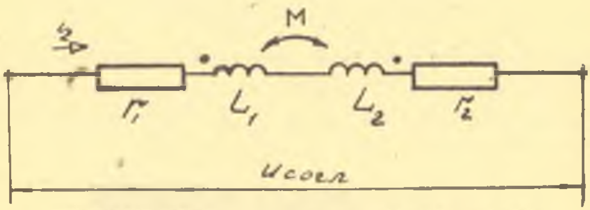


Рис. 7

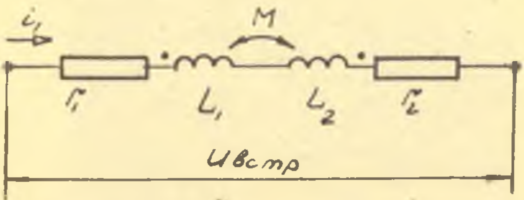


Рис. 8

Как видим из (7) и (8), при согласном включении $L_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}}$ оказывается больше суммарной индуктивности каждой из катушек, а при встречном $L_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}}$ — меньше на удвоенное значение взаимной индуктивности катушек M. Естественно, что и сопротивление переменному току согласно и встречно соединенных одних и тех же катушек будет неодинаковым. На этой особенности и основано экспериментальное определение взаимной индуктивности M индуктивно связанных катушек.

Степень индуктивной связи двух катушек характеризуется коэффициентом связи k

$$k = \sqrt{\frac{\Phi_{12} \cdot \Phi_{21}}{\Phi_{12} \cdot \Phi_{22}}}. \quad (9)$$

Если перейти к параметрам L_1, L_2 и M, то

$$k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}.$$

Из формулы (9) видно, что коэффициент связи всегда меньше единицы (т. к. $\frac{\Phi_{12}}{\Phi_{11}} < 1$ и $\frac{\Phi_{21}}{\Phi_{22}} < 1$).

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

На стенде установлены две катушки индуктивности на общем стальном стержне. С помощью штурвала 1, укрепленного на панели стенда, катушка 2 может перемещаться по стержню (см. рис. 9).

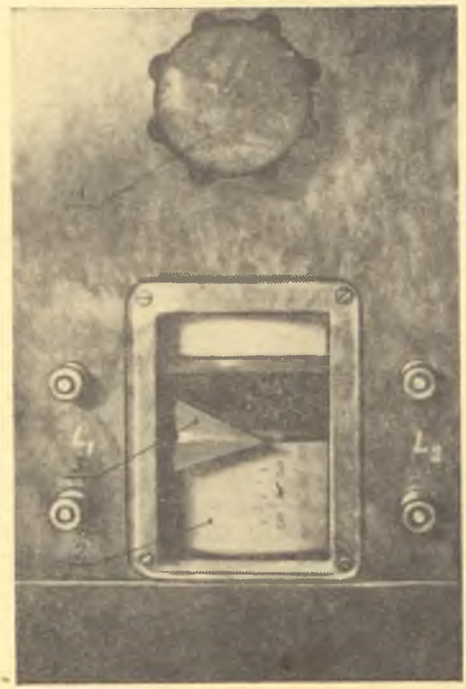


Рис. 9

Расстояние между катушками указывает стрелка 3, перемещающаяся по шкале в соответствии с движением катушки 2.

Показания стрелки на шкале пропорциональны расстоянию между катушками.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать схему, как на рис. 10.

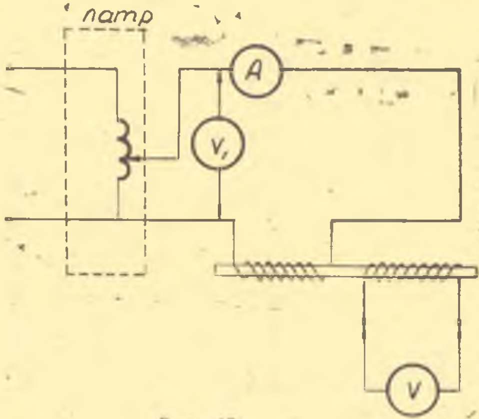


Рис. 10.

2. Изменяя с помощью ЛАТРа напряжение на первой катушке U_1, измерить значения U_1 и E_2 при неизменном расстоянии между катушками. Результаты измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

U_1, в					
E_2, в					

3. При неизменном напряжении (схема рис. 10) измерить E_2 при различных расстояниях между катушками. Результаты измерений занести в табл. 2.

Таблица 2

E_2, в							
l, мм							

4. Собрать схему, изображенную на рис. 11.

5. Изменяя расстояние между катушками 5—6 раз, измерить P, I, U_0, U_I и U_{II} для согласного и встречного включения катушек.

Примечание. Во время опыта ток в цепи необходимо поддерживать постоянным с помощью ЛАТРа.

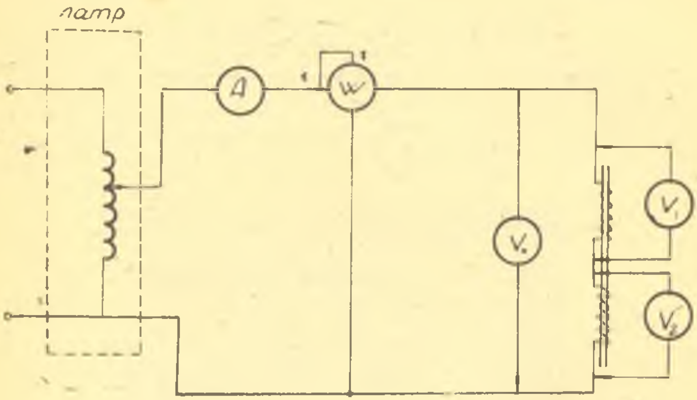


Рис. 11.

Результаты измерений свести в табл. 3.

Таблица 3

l	I	Согласное включение				Встречное включение			
		P	$U_{\text{общ согл}}$	$U_{I\ \text{согл}}$	$U_{II\ \text{согл}}$	$P_{\text{встр}}$	$U_{\text{общ встр}}$	$U_{I\ \text{встр}}$	$U_{II\ \text{встр}}$
см	*а*	*вт*	*в*	*в*	*в*	*вт*	*в*	*в*	*в*

Рассчитываемые величины занести в табл. 4.

Таблица 4

$\cos\varphi_{\text{встр}}$	$\cos\varphi_{\text{согл}}$	$z_{\text{общ согл}}$	$z_{\text{общ встр}}$	$L_{\text{общ согл}}$	$L_{\text{общ согл}}$	M	L_I	L_{II}	k
—	—	*ом*	*ом*	*гн*	*гн*	*гн*	*гн*	—	

Расчет производится по формулам:

$$z_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}} = \frac{U_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}}}{I}; \qquad z_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}} = \frac{U_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}}}{I};$$

$$\cos \varphi_{\text{согл}} = \frac{P_{\text{согл}}}{U_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}} I}; \qquad \cos \varphi_{\text{встр}} = \frac{P_{\text{встр}}}{U_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}} I};$$

$$L_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}} = z_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}} \cdot \sin \varphi_{\text{согл}} \cdot \frac{1}{\omega} \qquad L_1 + L_2 + 2M = L_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}}$$

$$L_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}} = z_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}} \cdot \sin \varphi_{\text{встр}} \cdot \frac{1}{\omega} \qquad L_1 + L_2 - 2M = L_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}}$$

$$M = \frac{L_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}} - L_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}}}{4} \qquad k = \frac{|M|}{\sqrt{L_{\text{I}} \cdot L_{\text{II}}}}.$$

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схемы электрических соединений.
2. Таблицы измеренных и расчетных данных.
3. Графики зависимостей $E_2 = f(U_1)$ при $l = \text{const}$ (п. 2)

$E_2 = f(l)$ при $U = \text{const}$ (п. 3)

$L_{\substack{\text{общ}\\ \text{согл}}} = f(l)$; $L_{\substack{\text{общ}\\ \text{встр}}} = f(l)$; $M = f(l)$; $k = f(l)$ (п. 5)

Контрольные вопросы

1. Какие цепи называются магнитно-связанными?
2. Что такое коэффициент связи k?
3. Что понимают под одноименными зажимами?
4. Как экспериментально определить одноименные зажимы?

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. Энергия, 1962, стр. 106—109.

2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Высшая школа, 1967, стр. 96—97; 155—159.

3. Зевеке Г. В., Ионкин П. Л., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей. Энергия, 1965, стр. 154—158.

Работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯЖЕНИЙ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Расчеты достаточно сложных электрических цепей переменного тока в тригонометрической форме или графически громоздки и сложны. Для упрощения расчетов пользуются методом комплексных амплитуд или символическим методом.

Известно, что каждая точка на комплексной плоскости определяется радиус-вектором этой точки. Тогда радиус-вектор $\bar{U}_m$ можно изобразить на комплексной плоскости (рис. 1) и представить в виде комплексного числа в алгебраической, тригонометрической или показательной форме

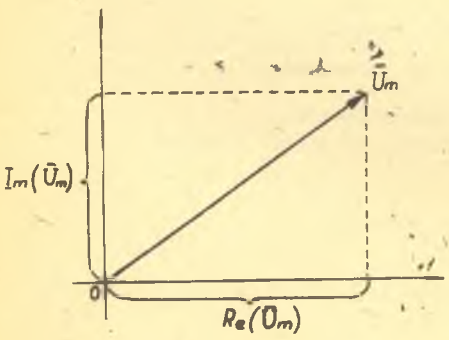


Рис. 1

$$\bar{U}_m \doteq U_m e^{j(\omega t + \psi)} = U_m[\cos(\omega t + \psi) + j\sin(\omega t + \psi)] = Re(\bar{U}_m) + jI^m(\bar{U}_m). \quad (1)$$

В выражении (1) $j = \sqrt{-1}$; U_m — модуль вектора, $(\omega t + \psi)$ — его аргумент. Это комплексное число можно записать и так:

$$U_m e^{j(\omega t + \psi)} = \dot{U}_m e^{j\omega t},$$

где $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi}$ — комплексная амплитуда, представляющая данный вектор в момент $t = 0$; $e^{j\omega t}$ — оператор вращения (означает поворот вектора $\dot{U}_m$ на угол ωt в положительном направлении). За положительное направление принято направление вращения вектора против часовой стрелки. Соответственно

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} = U e^{j\psi}$$

называют комплексным действующим значением.

Умножение вектора $\dot{U}$ на „$+j$" соответствует его повороту против часовой стрелки на $+90°$. Умножение на „$-j$" означает поворот на $90°$ в отрицательном (по часовой стрелке) направлении.

Итак, символический метод позволяет заменить оригиналы — синусоиды — комплексными изображениями — символами, откуда и произошло название метода.

Дифференцированию оригинала соответствует умножение на $j\omega$ его изображения, интегированию — деление на $j\omega$. Следовательно, интегродифференциальному уравнению для мгновенных значений соответствует алгебраическое уравнение для изображений.

Проанализируем установившийся режим в простейшей последовательной r, L, C цепи на синусоидальном токе (рис. 2). Задавшись положительными направлениями для тока i и напряжений на отдельных элементах цепи u_r, u_L, u_C, на основании второго закона Кирхгофа для мгновенных значений напряжений можно записать

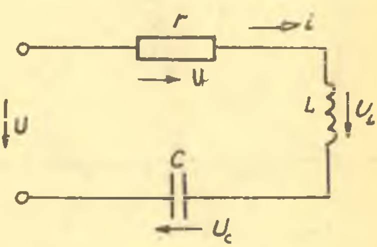


Рис. 2

$$u = u_r + u_L + u_c = ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt. \tag{2}$$

Или, переходя к комплексным амплитудам,

$$r\dot{I}_m + j\omega L\dot{I}_m + \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_m = \dot{U}_m,$$

а для действующих значений

$$r\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = \dot{U}. \tag{3}$$

Откуда комплексное изображение тока

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\dot{U}}{r + j(x_L - x_C)} = \frac{\dot{U}}{r + jx}. \qquad (4)$$

Выражение (4) можно рассматривать как закон Ома в символической форме записи.

Знаменатель

$$Z = r + jx = z\cos\varphi + jz\sin\varphi = z.e^{j\varphi} \qquad (5)$$

может рассматриваться как полное комплексное сопротивление Z. Его модуль z равен полному сопротивлению цепи, его аргумент φ — сдвигу фаз между напряжением и током цепи $z = \sqrt{r^2 + x^2}$.

Векторная диаграмма этой цепи показана на рис. 3.

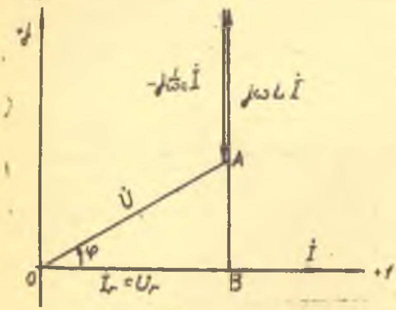


Рис. 3

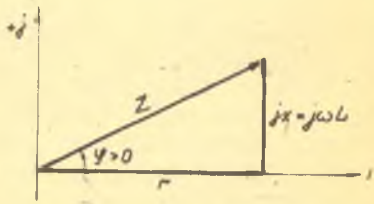


Рис. 4

Треугольник сопротивлений, подобный треугольнику напряжений OAB (рис. 4), является геометрической интерпретацией уравнения (5). Активное сопротивление r откладывается на комплексной плоскости в положительном направлении действительной оси, а реактивное сопротивление в зависимости от его знака откладывается в положительном ($x > 0$) или отрицательном ($x < 0$) направлении мнимой оси.

Сдвиг по фазе между током и напряжением определяется зависимостью

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{x}{r}.$$

Параметры цепи L, c или ω можно подобрать таким образом, что полное комплексное сопротивление цепи z будет чисто активным:

$$Z=r+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)=r, \text{ если } j\omega L=\frac{1}{j\omega C}.$$

В этом случае сдвиг по фазе между током и напряжением равен нулю ($\varphi=0$).

Режим работы электрической цепи, содержащей последовательно соединенные индуктивность L и емкость C, при котором входное напряжение совпадает по фазе с током, называется резонансом напряжений.

Итак, условием возникновения резонанса является равенство индуктивного и емкостного реактивных сопротивлений:

$$j\omega L=\frac{1}{j\omega C}; \quad jx=0. \tag{6}$$

Угловая частота, при которой наступает резонанс, называется резонансной угловой частотой. Из условия (6) следует, что

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Векторная диаграмма цепи для случая резонанса представлена на рис. 5. Резонансное значение тока или емкости, например, обычно обозначают I_0, C_0 и т. д., причем согласно (6) и (4):

$$I_0=\frac{U}{r}; \quad C_0=\frac{1}{\omega_0^2 L};$$

$$L_0=\frac{1}{\omega_0^2 C}.$$

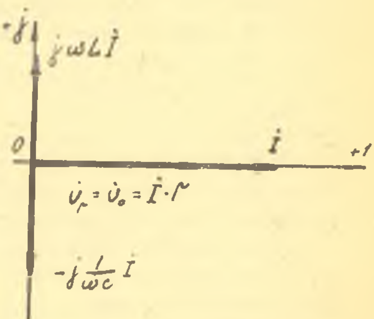


Рис. 5

Если активное сопротивление цепи меньше, чем реактивные $r < x_c = x_L$, то при резонансе падения напряжений на реактивных элементах цепи могут превосходить по величине подводимое напряжение.

Важнейшими параметрами резонансного контура являются характеристическое (волновое) сопротивление ρ, добротность Q и затухание d. Выясним, что понимают под этими величинами.

Индуктивное и емкостное сопротивление при резонансе есть величина постоянная для данного контура и зависит только от соотношения L и C

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{\sqrt{CL}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Это сопротивление называют характеристическим и обозначают через ρ, т. е.

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Под добротностью контура Q понимают отношение напряжения на индуктивности (емкости) при резонансе к напряжению источника

$$Q = \frac{U_{L_0}}{U} = \frac{\omega_0 L I_0}{r I_0} = \frac{\omega_0 L}{r},$$

$$\text{или} \quad Q = \frac{\rho}{r}.$$

По добротности контура можно определить во сколько раз волновое сопротивление (или индуктивное при резонансе) больше активного.

Величину, обратную добротности, называют затуханием контура и обозначают через d.

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{r}{\rho} = \frac{r}{\omega_0 L} = \frac{U}{U_{C_0}} = \frac{U}{U_{L_0}}.$$

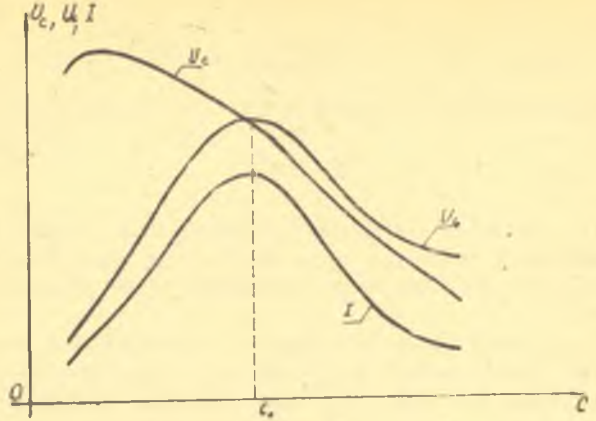
Зависимости I, U_C, U_L, коэффициента мощности $\cos\varphi$, напряжения на катушке индуктивности U_k и т. д. при фиксированной частоте при изменении L или C называются настроечными характеристиками (рис. 6).

Зависимости тока и напряжения на отдельных элементах цепи от частоты называют резонансными кривыми. На рис. 7 изображены типовые резонансные кривые r, L, C последовательного контура.

Полосу частот вблизи резонанса, на границах которой ток снижается в $\frac{1}{\sqrt{2}}$ раз по сравнению с максимальным (резонансным) значением, условились называть полосой пропускания резонансного контура.

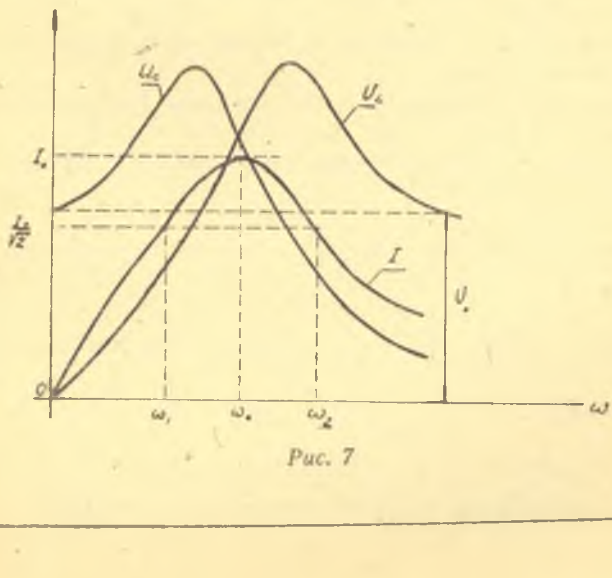
Мощность P_0 при резонансе, рассеиваемая в виде тепла в сопротивлении r, подсчитывается по формуле

$$P = r I_0^2. \qquad (7)$$



U_c, U, I
U_c
U_L
I
0
C_0
C

Рис. 6



U_c
U_L
I_0
$\frac{I_0}{\sqrt{2}}$
I
U
0
ω_1
ω_0
ω_2
ω

Рис. 7

Определим мощность в активном сопротивлении при значении тока $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$, т. е. на границах полосы пропускания

$$P = rI^2 = r\left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} r I_0^2. \qquad (8)$$

Сравнивая (7) и (8), имеем

$$P = \frac{P_0}{2}.$$

То есть активная (средняя) мощность в сопротивлении r на граничных частотах ω_1 и ω_2 полосы пропускания в два раза меньше наибольшей мощности при резонансной частоте ω_0.

Резонансный контур обладает селективными, т. е. избирательными свойствами. Если частота передаваемого по цепи сигнала близка к ω_0, то сопротивление резонансного контура сигналу мало отличается от активного сопротивления. И, наоборот, если частота сигнала будет существенно отличаться от резонансной, то полное сопротивление контура

$$Z = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

окажется весьма большим, и сигнал через контур практически не пройдет.

Избирательные свойства контура тем лучше, чем острее резонансная кривая.

Рассмотрим зависимость от частоты относительного значения тока $\frac{\dot I}{\dot I_0}$, где I_0 — ток при резонансе. Имеем

$$\frac{\dot I}{\dot I_0} = \frac{\dot U}{Z} : \frac{\dot U}{r} = \frac{r}{z} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega_0 L}{r}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}. \qquad (9)$$

Величину $Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \xi$ называют обобщенной расстройкой контура

$$\xi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r} = \frac{x}{r} = \operatorname{tg}\varphi.$$

Отношение $\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \delta$ принято называть относительной расстройкой контура.

Частотная зависимость модуля $\frac{I}{I_0}$ приведена на рис. 8. Чем выше добротность цепи, тем острее становится резонансная кривая.

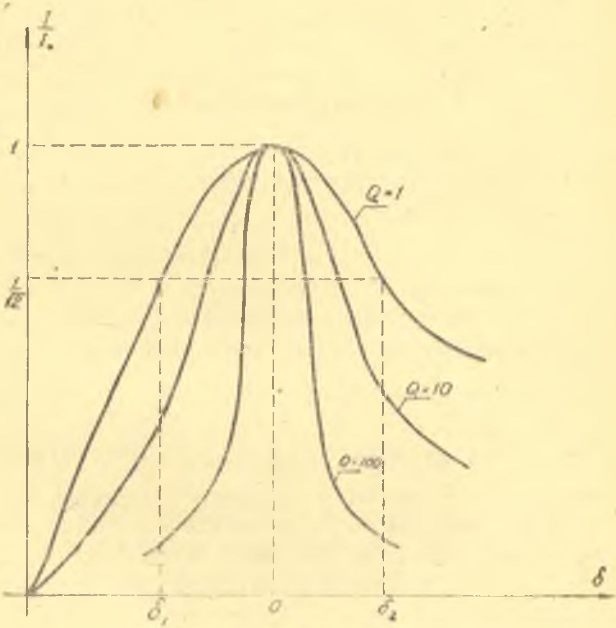


Рис. 8

Из (9) следует, что модуль

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}.$$

Но на границах полосы пропускания $\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, т. е. на граничных частотах полосы пропускания, обобщенная расстройка равна единице ($\xi = 1$).

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать схему в соответствии с рис. 9. Выставить на батарее конденсаторов значение емкости $C = 100$ *мкф*.

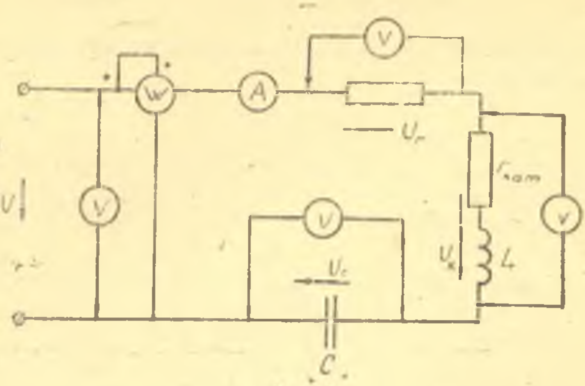


Рис. 9

2. Изменяя емкость C, измерить U, U_c, U_r, U_k при двух-трех значениях тока до резонанса напряжений $\left(\omega L < \frac{1}{\omega C}\right)$, при резонансе $\left(\omega L = \frac{1}{\omega C},\ I = I_{max}\right)$ при двух-трех значениях после резонанса $\left(\omega L > \frac{1}{\omega C}\right)$. Рассчитать $\cos\varphi$ для резонанса. Если $\cos\varphi$ окажется меньше, чем 0,98, то опыт следует повторить и выставить резонанс более точно. Опыт проделать дважды при двух значениях сопротивления $r = r_1$ и $r = r_2$. Результаты экспериментов свести в таблицу 1.

3. Увеличить индуктивность цепи, для чего подключить еще одну катушку индуктивности. Повторить предыдущий опыт и занести результаты измерений в таблицу 1.

Таблица 1

C	Измеренные величины					
	I	U	U_c	U_r	U_k	P

Продолжение

C	Расчетные величины											
	$z = \frac{U_1}{I}$, *ом*	$r_{общ} = \frac{P}{I^2}$, *ом*	$r_p = \frac{U_r}{I}$, *ом*	$r_k = r_0 - r_p$, *ом*	$z_k = \frac{U_k}{I}$, *ом*	$x_L = \sqrt{z_k^2 - r_k^2}$, *ом*	$L = \frac{x_L}{\omega}$, *гн*	$x_c = \frac{U_c}{I}$, *ом*	$C = \frac{1}{\omega x_c}$, Ф	$\cos\varphi = \frac{P}{UI}$	$\cos\varphi_k = \frac{r_k}{z_k}$	$Q = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{L}{C}}$

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Принципиальная схема исследуемой цепи и технические данные измерительных приборов.

2. Таблица расчетных и измеренных величин.

3. Графики зависимостей $I = I(C)$; $U_c = U_c(C)$, $U_k = U_k(C)$ и зависимость $\cos\varphi$ в функции от C при совмещенных осях координат согласно измерениям по п. п. 2 и 3.

4. Векторные диаграммы для случая $x_L > x_c$; $x_L = x_c$; $x_L < x_c$ по п. 2.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В какой цепи может возникнуть резонанс напряжений?
2. Каково условие возникновения резонанса напряжений?
3. Что такое избирательные свойства контура?
4. Каким образом определяется полоса пропускания резонансного контура?
5. Что понимают под добротностью, затуханием и характеристическим сопротивлением контура?
6. Что называют относительной и обобщенной расстройкой колебательного контура?

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. Энергия, 1969, стр. 39—41; 122—131; 48—52.
2. Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей. Энергия, 1969, стр. 117—199; 147—150.

3. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. I. Энергия, 1967, стр. 163—168; 241—247.

4. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. Энергия, 1965, стр. 95—99; 147—151.

5. Зернов Н. В., Карпов В. Г. Теория радиотехнических цепей. Энергия, 1965, стр. 159—180.

Работа № 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ r, L, c ЦЕПИ И РЕЗОНАНСА ТОКОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

До сих пор мы рассматривали цепи переменного тока при последовательном соединении приемников. Проанализируем режим работы цепи, состоящей из параллельно соединенных элементов (рис. 1).

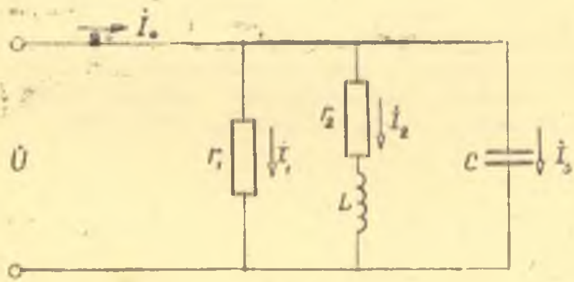


Рис. 6

По первому закону Кирхгофа для комплексных действующих значений токов можно записать

$$\dot I_0 = \dot I_1 + \dot I_2 + \dot I_3 = \frac{\dot U}{r_1} + \frac{\dot U}{r_2 + j\omega L} + \frac{\dot U}{\frac{1}{j\omega c}} =$$

$$= \dot U\left(\frac{1}{r_1} + \frac{r_2 - j\omega L}{r_2 + \omega^2 L^2} + j\omega C\right) = \dot U(Y_1 + Y_2 + Y_3), \quad (1)$$

где $\dot{Y}_1 = \frac{1}{r_1}$ — комплексная проводимость первой ветви (в данном случае чисто активная);

$\dot{Y}_2 = g_2 - jb_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + \omega^2 L^2} - j\frac{\omega L}{r_2^2 + \omega^2 L^2}$ — комплексная проводимость второй ветви, которая имеет активную (g_2) и реактивную (b_2) составляющие;

$\dot{Y}_3 = j\omega C$ — чисто реактивная проводимость третьей ветви. Тогда полная проводимость всей цепи

$$\dot{Y}_0 = \dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3 = g_0 + jb_0.$$

Из выражений (1) видно, что ток $\dot{I}_1$ в сопротивлении r_1 совпадает по фазе с напряжением на входе схемы. Ток через емкость $\dot{I}_3$ опережает напряжение на угол $\frac{\pi}{2}$. Вторая ветвь обладает активной и реактивной (индуктивной) проводимостью, и поэтому ток $\dot{I}_2$ отстает по фазе от напряжения $\dot{U}$ на угол φ_2, меньший 90°. $\varphi_2 = \operatorname{arctg}\frac{B_2}{g_2}$.

Ток $\dot{I}_0$ в общем случае может отставать, опережать или совпадать по фазе с входным напряжением, так как он зависит от характера полной проводимости.

Векторная диаграмма рассматриваемой цепи для случая, когда проводимость индуктивности больше, чем проводимость третьей ветви, представлена на рис. 2.

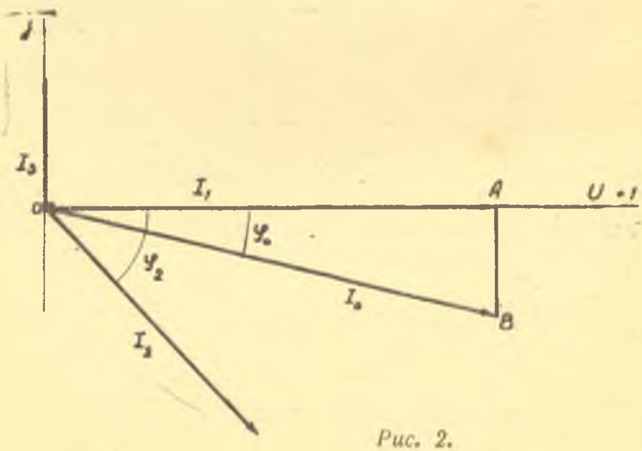


Рис. 2.

Ток I_0 на диаграмме определяется как геометрическая сумма токов в ветвях

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{U}Y_0 = \dot{U}(g_0 + jb_0).$$

Вектор OA на рис. 2 изображает активную составляющую тока I_0, а вектор AB — его реактивную составляющую. От треугольника токов OAB можно перейти к подобному треугольнику проводимостей (рис. 3а). Условимся отсчитывать фазу от действительной оси. Тогда, если в цепи преобладает индуктивная проводимость, то угол отрицательный. Если же преобладает емкостная проводимость, то угол $\varphi > 0$ (рис. 3б):

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b_0}{g_0}.$$

Из треугольника проводимостей следует, что

$$y_0 = \sqrt{g_0^2 + b_0^2}.$$

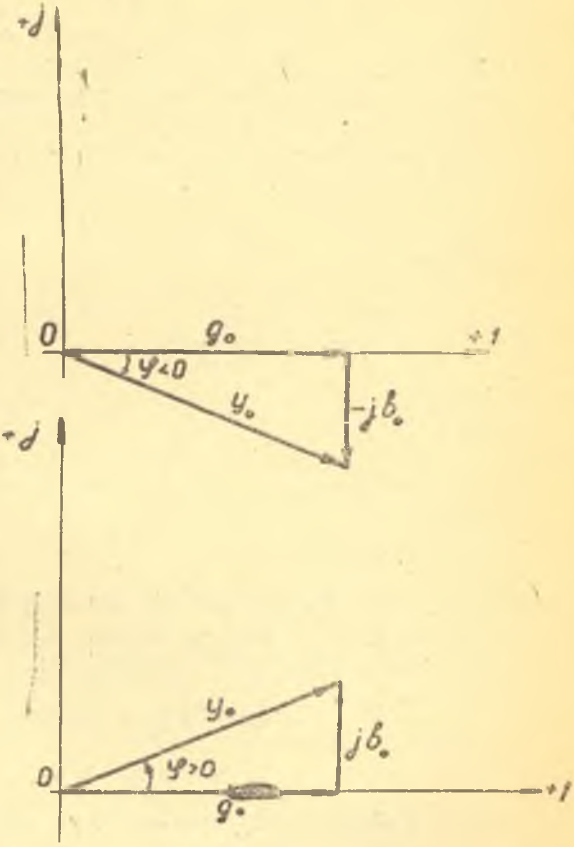


Рис. 3

Наибольший интерес представляет цепь, состоящая из чисто реактивных ветвей, так как катушки индуктивности обычно изготовляют с высокой добротностью. При этом $r \ll \omega L$. Поэтому рассмотрим цепь на рис. 4.

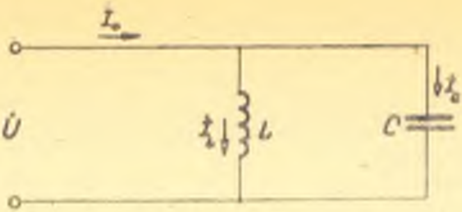


Рис. 4.

На основании первого закона Кирхгофа можно записать

$$\dot I_0 = \dot I_L + \dot I_c = \dot U(-jb_L) + \dot U \cdot jb_c = \dot U\left(-j\frac{1}{\omega L} + j\omega C\right).$$

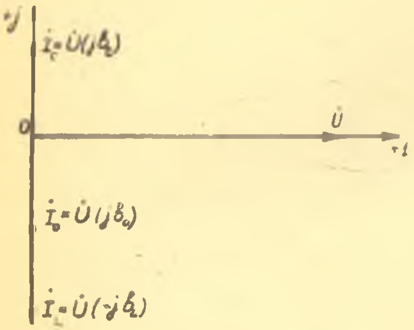


Рис. 5.

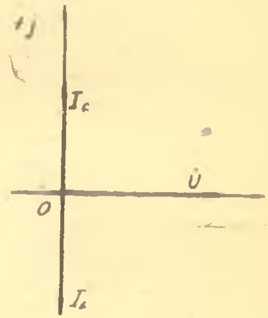


Рис. 6

Векторная диаграмма этой схемы изображена на рис. 5. Параметры цепи L, C или ω можно подобрать таким образом, что будут выполняться равенства:

$$y_0 = -j\frac{1}{\omega L} + j\omega C = 0.$$

$$b_L = b_c \qquad (2)$$

Режим работы электрической цепи, при котором реактивная проводимость всей цепи равна нулю, называют резонансом токов.

Выражение (2) является условием возникновения резонанса токов.

В идеальном контуре при резонансе ток до разветвления равен нулю, так как

$$y_0 = jb_0 = 0.$$

Векторная диаграмма параллельного контура для случая резонанса показана на рис. 6.

Из условия резонанса токов (2) можно определить резонансную частоту ω_0 для рассматриваемой цепи

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

При частотах ниже резонансной ($\omega < \omega_0$) проводимость цепи имеет индуктивный характер, при частотах больших, чем ω_0, в цепи преобладает емкостная проводимость.

Настроечные характеристики параллельного резонансного контура приведены на рис. 7.

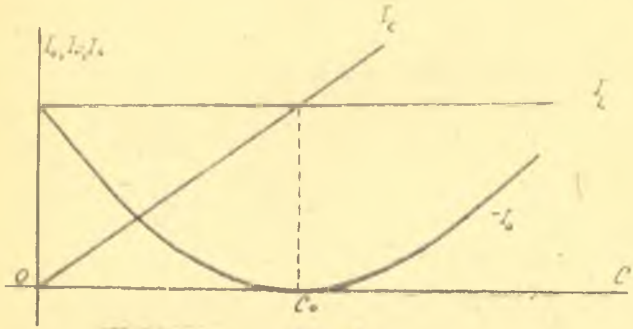


Рис. 7.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать цепь в соответствии с рис. 8.

2. Измерить напряжение U, токи в ветвях I_0, I_1, I_2, I_3, активную мощность всей цепи P_0 и мощности в ветвях P_1 и P_2

Примечание. Ключи K_1 и K_2 служат для измерения активной мощности в схеме с помощью одного ваттметра.

3. Для двух различных значений r_1 и r_2 повторить измерения п. 2. Результаты измерений занести в табл. I.

Таблица I

Измеренные величины							
U	I_0	I_1	I_2	I_3	P_0	P_1	P_2
в	а	а	а	а	вт	вт	вт

Таблица 2

Расчетные величины											
$I_1=\frac{P_1}{U}$	$I_{2a}=\frac{P_2}{U}$	$I_{2p}=\sqrt{I^2_2-I^2_{2a}}$	$y_1=g_1=\frac{I_1}{U}$	$g_2=\frac{I_{2a}}{U}$	$b_2=\frac{I_{2p}}{U}$	$b_3=\frac{I_3}{U}$	$g_0=g_1+g_2$	$b_0=b_2-b_3$	$Y_0=g_0-jb_0$	$\dot{I}_0=\dot{U}Y_0=I_{0a}+jI_{0p}$	$I_0=\sqrt{I^2_{0a}+I^2_{0p}}$
a	a	a								a	a

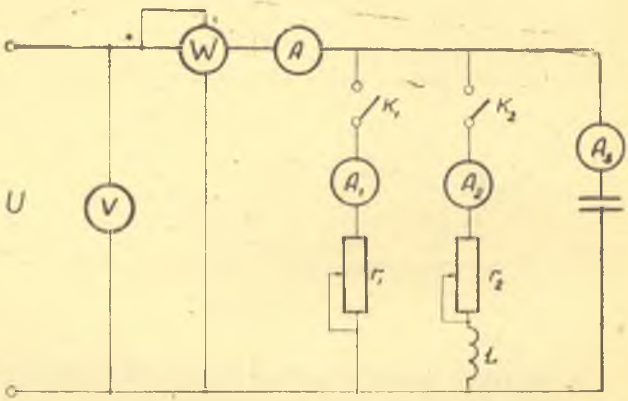


Рис. 8.

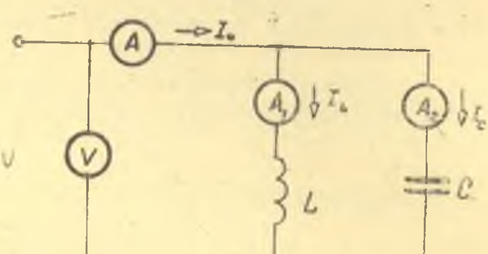


Рис. 9.

4. Собрать схему, изображенную на рис. 9 (в качестве емкости использовать магазин емкостей).

5. Выставить значение емкости $C = 5 \div 10$ *мкф.*

6. Увеличивая емкость до 50 *мкф*, измерить напряжение сети U, токи в ветвях I_0, I_L и I_c при двух-трех значениях емкости до резонанса токов ($b_L > b_c$), при резонансе токов ($I_0 = 0$; $b_L = b_c$) и при двух-трех значениях после резонанса ($b_c > b_L$). Результаты измерений занести в табл. 3.

Таблица 3

U	I_0	I_L	I_c	$x_c = \frac{U}{I_c}$	$C = \frac{1}{\omega x_c}$
в	*а*	*а*	*а*	*ом*	*ф*

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Принципиальные схемы исследуемых цепей и технические данные измерительных приборов.

2. Таблицы рассчетных и измеренных величин.

3. Векторные диаграммы по п. 2 и п. 6. для случая $b_L > b_c$; $b_L = b_c$; $b_L < b_c$.

4. Графики токов I_0, I_L и I_c в функции от величины емкости C.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под активной, реактивной и полной проводимостью параллельно соединенных ветвей?

2. В каких случаях результирующий ток будет отставать или опережать приложенное напряжение?

3. В какой цепи может возникнуть резонанс токов? Чем характеризуется этот режим?

4. По какому признаку можно определить, что цепь находится в состоянии резонанса токов?

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Основы теории цепей. Энергия, 1969, стр. 52—54; 131—132.

2. Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей. Энергия, 1969, стр. 122—125; 150—153.

3. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. I. Энергия, 1967, стр. 191—195; 248—249.

4. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Высшая школа, 1964, стр. 126—127; 146—148.

Работа № 6

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАССИВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В сложной электрической цепи иногда требуется определить токи и напряжения только на некоторых участках. Например, на выходных зажимах источника или на каком-либо другом участке цепи. При этом токи и напряжения в ветвях остальной части схемы, представляемой в виде четырехполюсника (рис. 1), могут быть неизвестными. Из рис. 1 видно, что в данном случае четырехполюсник — промежуточная часть схемы между источником питания и нагрузкой $Z_н$.

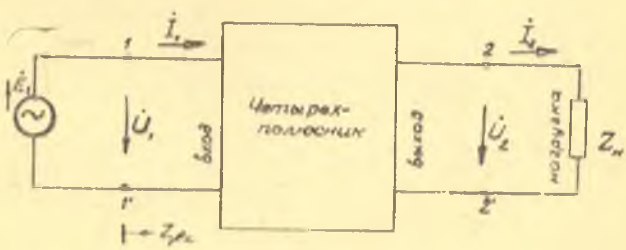


Рис. 1.

Четырехполюсник называют пассивным, если в нем отсутствуют источники электрической энергии. Пассивным четырехполюсником можно представить фильтр, трансформатор, электрический мост и т. п.

У любого пассивного четырехполюсника между комплексными действующими значениями напряжения и тока на входных и выходных зажимах (рис. 1) имеется следующая зависимость:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Систему уравнений (1) называют основными уравнениями четырехполюсника. В этих уравнениях A, B, C, D — коэффициенты четырехполюсника. Они зависят от величины и от способа соединения отдельных элементов, составляющих четырехполюсник, а также от частоты источника питания. Причем A и D — безразмерные величины, коэффициент B имеет размерность сопротивления, C — проводимости. Коэффициенты четырехполюсника в общем случае — комплексные числа, удовлетворяющие условию

$$AD - BC = 1. \qquad (2)$$

Таким образом, только три любых коэффициента в уравнениях (1) являются независимыми, а четвертый коэффициент определяется однозначно из (2). Если нагрузку и источник питания поменять местами (рис. 2), то основные уравнения четырехполюсника для такой схемы примут вид:

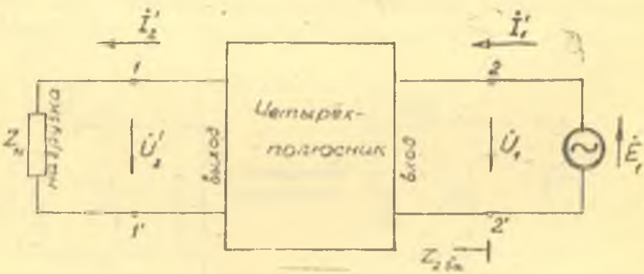


Рис. 2.

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= D\dot{U}_2^1 + B\dot{I}_2^1; \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2^1 + A\dot{I}_2^1. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Сравнивая системы уравнений (1) и (3) видим, что коэффициент A заменен на D, а D – на A.

Симметричным называют четырехполюсник, у которого при перемене местами источника энергии и нагрузки не изменяются входные и выходные токи и напряжения. У такого четырехполюсника, очевидно, $A = D$ и $A^2 - BC = 1$, т. е. два коэффициента независимы.

Коэффициенты четырехполюсника могут быть определены по измеренным (вычисленным) значениям входных сопротивлений в режиме холостого хода и короткого замыкания. Входное сопротивление $Z_{1\text{вх}}$ (см. рис. 1) согласно зависимости (1)

$$Z_{1\text{вх}} = \frac{\dot U_1}{\dot I_1} = \frac{A\dot U_2 + B\dot I_2}{C\dot U_1 + D\dot I_2} = \frac{AZ_\text{н} + B}{CZ_\text{н} + D}, \qquad (4)$$

а входное сопротивление $Z_{2\text{вх}}$ (рис. 2), как это следует из системы уравнений (3),

$$Z_{2\text{вх}} = \frac{\dot U_1}{\dot I_1'} = \frac{D\dot U_2' + B\dot I_2'}{C\dot U'_2 + A\dot I'_2} = \frac{DZ_\text{н} + B}{CZ_\text{н} + A}. \qquad (5)$$

Из (4) и (5) видно, что соответствующее входное сопротивление четырехполюсника зависит от нагрузки $Z_\text{н}$ и коэффициентов A, B, C, D.

В частном случае для схемы рис. 1 входное сопротивление Z_{1x} при холостом ходе на зажимах 2—2′ ($\dot I_2 = 0$) и входное сопротивление Z_{1k} при коротком замыкании зажимов 2—2′ ($\dot U_2 = 0$) равны:

$$Z_{1x} = z_{1x}\, e^{j\varphi_{1x}} = \frac{A}{C}; \qquad (6)$$

$$Z_{1k} = z_{1k}\, e^{j\varphi_{1k}} = \frac{B}{D}. \qquad (7)$$

Аналогично для схемы на рис. 2 при холостом ходе и коротком замыкании зажимов 1—1′ входные сопротивления Z_{2x} ($\dot I_2' = 0$) и $Z_{2k}(\dot U' = 0)$ равны:

$$Z_{2x} = z_{2x}\, e^{j\varphi_{2x}} = \frac{D}{C}; \qquad (8)$$

$$Z_{2k} = z_{2k}\, e^{j\varphi_{2k}} = \frac{B}{A}. \qquad (9)$$

Из выражений (6) — (9) следует, что входные сопротивления при холостом ходе и коротком замыкании Z_{1x}, Z_{1k}, Z_{2x} и Z_{2k} характеризуют собственно четырехполюсник, т. к. зависят только от его коэффициентов, Разделив (6) на (7) и (8) на (9), получим соотношение, связывающее между собой эти величины:

$$\frac{Z_{1x}}{Z_{1k}} = \frac{Z_{2x}}{Z_{2k}},$$

т. е. из соответствующих опытов холостого хода и короткого замыкания достаточно определить три из них (определение четвертой может служить для контроля). Поэтому расчет четырех коэффициентов можно провести по трем любым из (6)÷(9) выражениям и условию (2). Так, для определения A, B, C, D из (2, 6, 8, 9) можно получить следующие формулы:

$$A = \pm\sqrt{\frac{Z_{1x}}{Z_{2x} - Z_{2k}}};\quad B = AZ_{2k};\quad C = \frac{A}{Z_{1x}};\quad D = CZ_{2x}. \qquad (10)$$

Следовательно, коэффициенты четырехполюсника могут иметь два значения (со знаком плюс или минус), аргументы которых отличаются на 180°. Выбор того или другого значения коэффициента зависит от разметки вторичных зажимов четырехполюсника, т. е. от принятого положительного направления напряжения U_2. Разметка зажимов четырехполюсника, исследуемого в данной лабораторной работе, такова, что при расчете коэффициента по формуле (10) перед корнем следует брать знак плюс. Комплексное входное сопротивление $Z_{вх} = z_{вх}\, e^{j\varphi_{вх}}$ может быть определено при помощи амперметра, вольтметра и ваттметра. Модуль комплексного входного сопротивления находится по показаниям вольтметра и амперметра

$$z_{вх} = \frac{U_{вх}}{I_{вх}},$$

а аргумент $\varphi_{вх}$ — из показаний ваттметра $P_{вх}$, амперметра $I_{вх}$ и вольтметра $U_{вх}$.

$$\varphi_{вх} = \arccos\frac{P_{вх}}{U_{вх} I_{вх}}. \qquad (11)$$

Выражение (11) не позволяет определить знак угла φ, так как $\cos(-\varphi) = \cos\varphi$. Знак угла φ можно определить с помощью дополнительной емкости C (рис. 3). Если при подключении емкости показание амперметра A уменьшается, то входное сопротивление четырехполюсника имеет индуктивный характер. Этот случай иллюстрирует векторная диаграмма на рис. 4. Если же показания амперметра после подключения емкости C возрастут, то входное сопротивление имеет емкостный характер (см. векторную диаграмму на рис. 5). В обоих случаях предполагается, что ток емкости меньше реактивной составляющей тока четырехполюсника $I_c < I_p$.

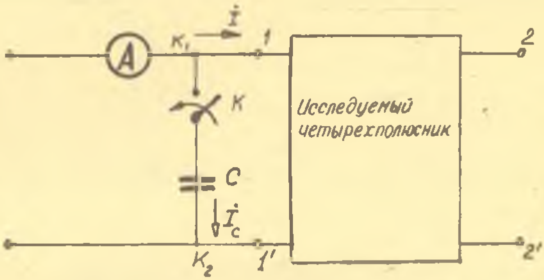


Рис. 3

На рис. 4 и 5 обозначено: $\dot{I}$—ток через четырехполюсник, $\dot{I}_c$ — ток через емкость, $\dot{I}'$ — ток через амперметр A после подключения емкости.

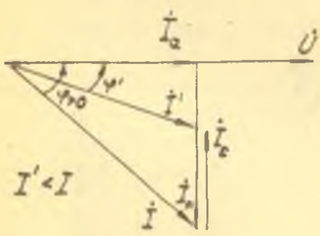


Рис. 4.

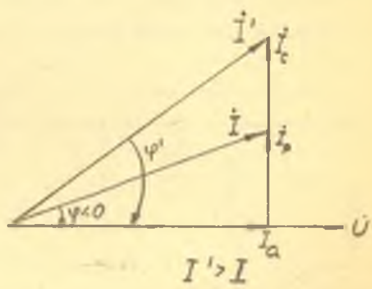


Рис. 5.

Любой пассивный четырехполюсник может быть представлен T или $П$ — образной схемой замещения (рис. 6). Если известны коэффициенты четырехполюсника, то параметры соответствующей схемы замещения вычисляются по следующим формулам:

$$Z_{1т} = \frac{A-1}{C}; \quad Z_{2т} = \frac{D-1}{C}; \quad Z_{3т} = \frac{1}{C};$$
$$Z_{1п} = \frac{B}{D-1}; \quad Z_{2п} = B; \quad Z_{3п} = \frac{B}{A-1}. \tag{19}$$

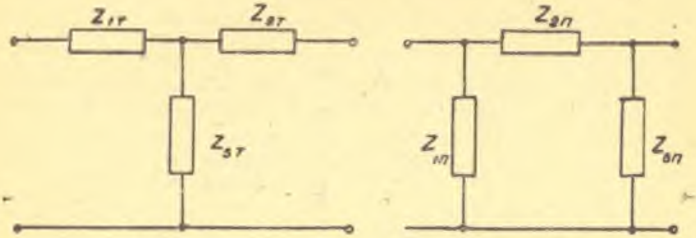


Рис. 6

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

На лицевой панели стенда расположены входные (1—1′) и выходные (2—2′) клеммы четырехполюсника (рис. 7), ключ *К* и переключатель $П_р$, которым можно изменять схему и параметры четырехполюсника (переключатель $П_р$ на рис. 7 не обозначен). При выполнении лабораторной работы переключатель $П_р$ устанавливается в положение, указанное преподавателем. Дополнительная емкость *С* находится внутри стенда. Она подключена к клеммам *С*, которые также укреплены на лицевой панели стенда.

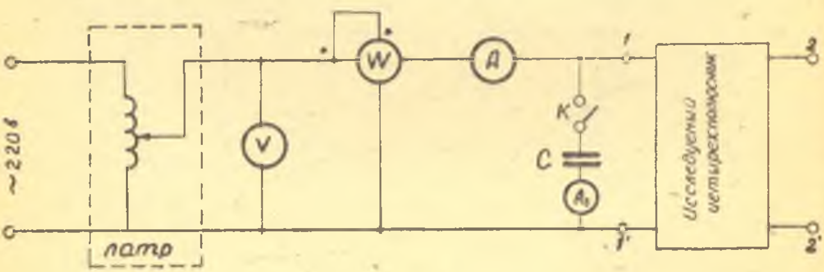


Рис. 7.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать схему согласно рис. 7. Провести опыт холостого хода на зажимах *2—2*. Лабораторным автотрансформа-

тором (ЛАТРом) установить такое напряжение, чтобы показание амперметра при разомкнутом ключе *К* не превышало *2а*. Показания всех приборов при разомкнутом ключе *К* занести в табл № 1. Замкнуть ключ *К*. Показание обоих амперметров занести в табл № 1.

Таблица 1

Режимы работы четырехполюсника	Измеренные величины					Расчетные величины					
			без емкости	с емкостью			без емкости		с емкостью		
	U	P	I	I'	I_c	$z = \frac{U}{I}$	$\cos\varphi = \frac{P}{UI}$	φ	$\cos\varphi' = \frac{P}{UI'}$	φ'	$Z = ze^{j\varphi}$
—	в	вт	а	а	а	ом	—	град.		град.	ом

2. При питании четырехполюсника со стороны зажимов *2—2'* провести опыт холостого хода на зажимах *1—1'*. Для этого, не разбирая схемы, собранной в предыдущем опыте, отключить концы от зажимов *1—1'* четырехполюсника и перенести их на зажимы *2—2'*. Проделать измерения, указанные в п. 1. Измеренные величины внести в табл. 1.

3. При питании четырехполюсника со стороны зажимов *2—2'* провести опыт короткого замыкания на зажимах *1—1'*. Для этого в схеме, собранной в п. 2, закоротить проводником зажимы 1—1'. Проделать измерения, указанные в п. 1. Результаты измерений занести в табл. 1.

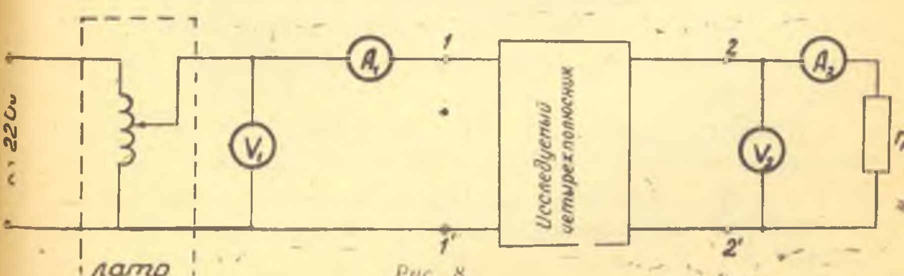


Рис. 8.

4. Собрать схему в соответствии с рис. 8 (величина нагрузки $r_н$ должна быть согласована с преподавателем). При токе на входе четырехполюсника не более $2a$ снять показания всех приборов и занести в табл. 2.

Таблица 2

Измеренные величины				Расчетные величины	
U_1	I_1	U_2	I_2	U_1	I_1
в	*а*	*в*	*а*	*в*	*а*

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Расчет входного сопротивления четырехполюсника по результатам опытов, согласно п.п. 1, 2, 3. Для определения знака аргумента входного сопротивления построить в масштабе векторные диаграммы токов. Результаты вычислений внести в табл. 1.

2. Расчеты коэффициентов A, B, C, D четырехполюсника по формулам (10). Проверить правильность вычислений по условию (2).

3. Расчет тока $\dot{I}_1$ и напряжения $\dot{U}_1$ на входе четырехполюсника по измеренным в п. 4 значениям напряжения $\dot{U}_2$ и тока $\dot{I}_2$ на выходе четырехполюсника. При расчете по уравнениям (1) использовать коэффициенты четырехполюсника, рассчитанные в п. 2. Сравнить модули рассчитанного тока $\dot{I}_1$ и напряжения $\dot{U}_1$ с измеренными. Результаты расчета внести в табл. 2.

4. Расчет параметров T и $П$ — образных схем замещения четырехполюсника по коэффициентам, определенным в п. 2.

5. T и $П$ — образные схемы замещения четырехполюсника с указанием вычисленных значений параметров элементов схемы.

Контрольные вопросы

1. Какие преимущества при расчете дает представление части схемы в виде четырехполюсника?

2. Что понимают под пассивным четырехполюсником?

3. Какой четырехполюсник называется симметричным?

4. От чего зависит величина коэффициентов четырехполюсника и как их определить?

5. Как рассчитать параметры схемы замещения четырехполюсника?

6. Как определить знак аргумента входного сопротивления четырехполюсника, если вместо дополнительной емкости подключать катушку индуктивности?

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники, ч. 1. Энергия, 1970, стр. 252—258, 260—268.

2. Жуховицкий Б. Я., Негневицкий И. Б. Теоретические основы электротехники, ч. 2, «Энергия», 1965, стр. 9—17, 19, 25—26, 29.

3. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. 1. «Энергия», 1967, стр. 388—395.

4. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Высшая школа, 1967, стр. 167—174, 145—146.

Работа № 7

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА В СВЯЗАННЫХ КОНТУРАХ

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Два контура называют связанными, если колебание энергии в одном контуре оказывает влияние на токораспределение в другом. Связь между контурами может осуществляться через общий для контуров магнитный поток — индуктивная или трансформаторная связь (рис. 1а) или через общее сопротивление (так называемое сопротивление связи) (рис. 1б, 1в, 1г). Если сопротивление связи является индуктивным $z_{св} = \omega L_{св}$ (рис. 1б), то связь называется автотрансформаторной или кондуктивной, если $z_{св} = \frac{1}{\omega C_{св}}$ — связь емкостная. При $z_{св} = r_{св}$ связь между контурами гальваническая.

Степень влияния первичного и вторичного контуров друг на друга характеризуется коэффициентом связи K

$$k = \frac{x_{св}}{\sqrt{x_1 \cdot x_2}},$$

где $x_{св}$ — сопротивление связи; x_1 и x_2 — одноименные с $x_{св}$ сопротивления соответственно первичного и вторичного контуров, включающие и сопротивление общей ветви.

Таким образом, при индуктивной связи

$$k = \frac{\omega|M|}{\sqrt{\omega L_1 \cdot \omega L_2}} = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}; \quad (1)$$

при автотрансформаторной связи

$$k = \frac{\omega L_{св}}{\sqrt{\omega L_1 \cdot \omega L_2}} = \frac{L_{св}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}};$$

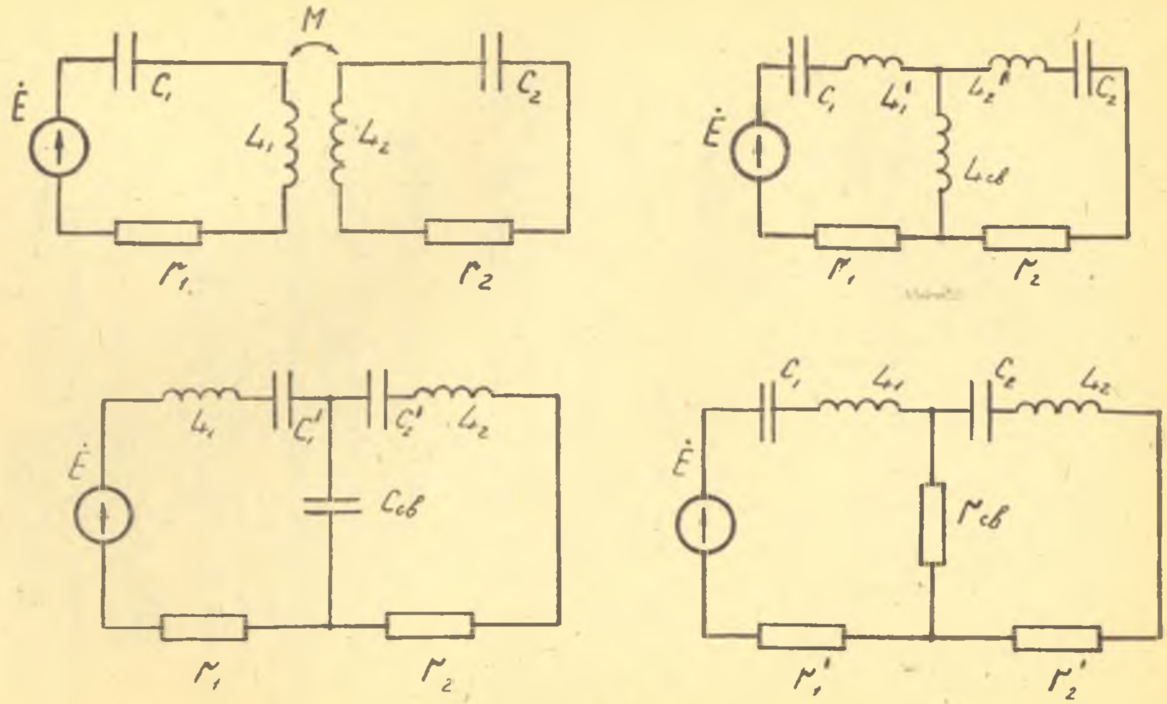


Рис. 1.

при емкостной связи

$$k = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_{св}}.$$

Здесь $L_1 = L_1' + L_{св}$, $L_2 = L_2' + L_{св}$; $C_1 = \frac{c_1' \cdot c_{св}}{C_1' + C_{св}}$;

$$C_2 = \frac{c_2' \cdot c_{св}}{C_2' + C_{св}}.$$

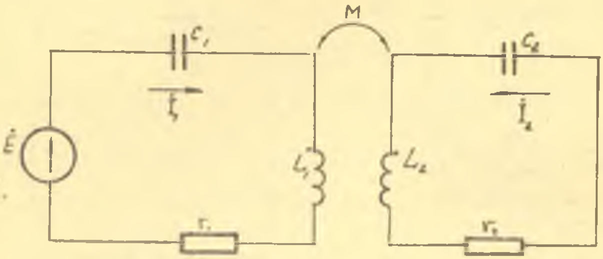


Рис. 2.

Резонансные явления в системе связанных контуров рассмотрим на примере контуров с индуктивной связью (рис. 2). Если катушки индуктивно-связанных контуров включены согласно рис. 2, то по второму закону Кирхгофа можно составить следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{I}_1 r_1 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2; \\ O &= \dot{I}_2 r_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)\dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1. \end{aligned} \qquad (2)$$

Совместное решение этих уравнений позволяет определить ток первого контура

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{(r_1 + r_{вн}) + j(x_1 + x_{вн})},$$

где $r_{вн} = \frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + x_2^2} \cdot r_2 = \frac{x^2_{св}}{z^2_2} r_2$; $x_{вн} = \frac{\omega^2 M^2}{r^2_2 + x^2_2} \cdot x_2 = \frac{x^2_{св}}{z^2_2} \cdot x_2$.

Сопротивления $r_{вн}$ и $x_{вн}$ называются вносимыми (из второго контура в первый) активным и реактивным сопротивлениями соответственно.

Полное вносимое сопротивление

$$z_{вн} = \sqrt{r^2_{вн} + x^2_{вн}} = \frac{X^2_{св}}{z_2}. \qquad (3)$$

Представим уравнения (2) в виде:

$$\dot{E} = \dot{I}_1 r_1 + j(x_1 - x_{св})\dot{I} + jx_{св}(\dot{I} + \dot{I});$$
$$0 = \dot{I}_2 r_2 + j(x_2 - x_{св})\dot{I}_2 + jx_{св}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2). \qquad (4)$$

Уравнениям (4) соответствует Т-образная схема замещения магнитно-связанных контуров, изображенная на рис. 3, при указанных положительных направлениях токов.

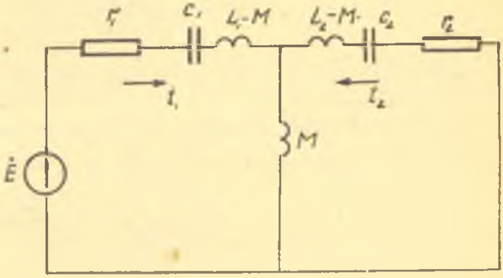


Рис. 3

Таким образом, индуктивно-связанные контуры можно заменить схемой замещения с автотрансформаторной связью.

Если обозначить сопротивление одиночного первого контура (т. е. при разомкнутом втором контуре) (рис. 2) Z_1, а сопротивление второго контура Z_2, то

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_1 Z_{св}}{(Z_2 - Z_{св}) + Z_{св}} = \frac{\dot{E} Z_{св}}{[(r_1 + r_{вн}) + j(x_1 + x_{вн})]z_2}. \qquad (5)$$

Следовательно, при неизменных э. д. с., частоте ω, r_1 и r_2 ток I_2 зависит от сопротивлений x_1, x_2, $x_{св}$. Подбор оптимальных значений этих сопротивлений обеспечит получение максимального тока I_2.

Из выражения (5) видно, что для увеличения тока I_2 необходимо выполнение равенства $x_1 + x_{вн} = 0$, при этом ток I_2 будет равен

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E} Z_{св}}{(r_1 + r_{вн})Z_2} = \frac{\dot{E} x_{св}}{\left(r_1 + \frac{x^2_{св}}{Z^2_2} r_2\right) Z_2}. \qquad (6)$$

Дальнейшего увеличения тока I_2 можно достичь изменением сопротивления связи $x_{св}$.

Чтобы определить оптимальное значение сопротивления связи $x_{св_{опт.}}$, при котором ток I_2 достигает максимальной величины, нужно продифференцировать выражение (6) по $x_{св}$ и производную приравнять нулю. Тогда

$$x_{св\ опт.} = z_2 \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}. \tag{7}$$

Подставив (7) в (6), получим

$$I_{2mm} = \frac{\dot{E}}{2\sqrt{r_1 \cdot r_2}}. \tag{8}$$

Это значение тока I_2 является предельным (максимум максиморум), так как оно уже не может быть увеличено регулировкой реактивных параметров системы.

Преобразуем выражение (5) с учетом (3)

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E} z_{св}}{(z_1 + z_{вн}) z_2} = \frac{\dot{E} x_{св}}{z_1 z_2 + x^2_{св}}. \tag{9}$$

Полагаем, что резонансные частоты обоих одиночных контуров одинаковы, т. е. $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$.

Полное сопротивление первого одиночного контура

$$Z_1 = r_1 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) = r_1 + j\omega_0 L_1\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) =$$

$$= r_1\left[1 + jQ_1\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right],$$

где ω_0 и Q_1 — соответственно резонансная частота и добротность первого контура.

Для частот, близких к резонансной частоте,

$$Z_1 \approx r_1\left(1 + jQ_1 2\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = r_1(1 + j\xi_1). \tag{10}$$

Здесь $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ — расстройка контура по частоте; ξ_1 — обобщенная расстройка первого контура.

Аналогично полное сопротивление одиночного второго контура Z_2 может быть представлено в виде

$$Z_2 \approx r_2(1 + j\xi_2). \tag{11}$$

Если подставить в (9) вместо Z_1 и Z_2 их значения согласно (10) и (11), то получим

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}x_{св}}{r_1 r_2(1+j\xi_1)(1+j\xi_2)+x^2_{св}} = \frac{\dot{E}\dfrac{x_{св}}{r_1 \cdot r_2}}{(1+j\xi_1)(1+j\xi_2)+\dfrac{x^2_{св}}{r_1 \cdot r_2}}. \quad (12)$$

На частотах, близких к резонансной частоте, выражение (1) для коэффициента связи можно приближенно заменить выражением

$$k \approx \frac{x_{св}}{\sqrt{\rho_1 \cdot \rho_2}},$$

где ρ_1 и ρ_2 — характеристические сопротивления первого и второго одиночных контуров. В этом случае отношение, входящее в (12), равно

$$\frac{x_{св}}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}} = \frac{x_{св}}{\sqrt{\rho_1 \cdot \rho_2}} \cdot \frac{\sqrt{\rho_1 \cdot \rho_2}}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}} \approx k\sqrt{Q_1 \cdot Q_2}. \quad (13)$$

Тогда с учетом (8) и (13) выражение (12) приводится к виду

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{2mm}\frac{2k\sqrt{Q_1 \cdot Q_2}}{1+j(\xi_1+\xi_2)-\xi_1\xi_2+k^2Q_1Q_2}.$$

Если добротности контуров одинаковы, т. е. $Q_1 = Q_2 = Q$, то ток I_2 равен

$$I_2 = I_{2mm}\frac{2kQ}{\sqrt{(1+k^2Q^2)^2+2\xi^2(1-k^2Q^2)+\xi^4}}. \quad (14)$$

Уравнение резонансной кривой тока I_2 имеет вид

$$\frac{I_2}{I_{2mm}} = \frac{2kQ}{\sqrt{(1+k^2Q^2)^2+2\xi^2(1-k^2Q^2)+\xi^4}}. \quad (15)$$

Из выражения (15) видно, что форма резонансной кривой зависит от величины произведения kQ. Для определения частот, на которых ток I_2 принимает экстремальные значения, возьмем производную по ξ от знаменателя выражения (15) и приравняем ее нулю. Получим

$$4\xi(1-k^2Q^2)+4\xi^3 = 0,$$

откуда $\xi_1 = 0;$

$$\xi_2 = \sqrt{k^2Q^2-1}; \quad (16)$$

$$\xi_3 = -\sqrt{k^2Q^2-1}.$$

Если $kQ < 1$, то резонансная кривая тока I имеет один максимум при $\xi = 0$, т. е. при частоте ω_0, совпадающей с резонансными частотами контуров $\omega_0 = \omega_{01} = \omega$. Значение тока I_2 на резонансной частоте ω_0 I_{2p} — можно определить из (14) при $\xi = 0$

$$I_{2p} = \frac{2kQ}{1 + k^2Q^2} I_{2mm}. \tag{17}$$

Чем меньше произведение kQ, тем меньше резонансный ток I_{2p} (рис. 4).

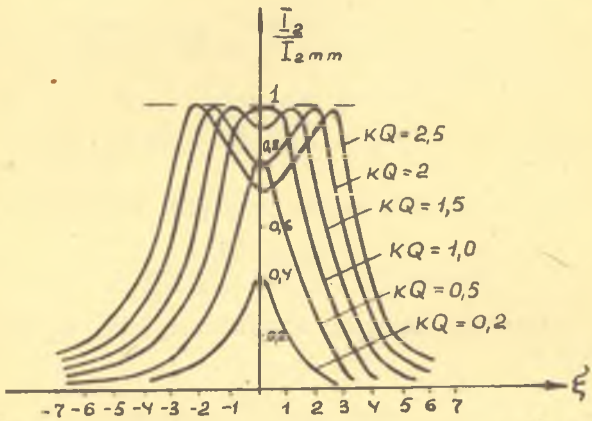


Рис. 4.

При $kQ > 1$ резонансная кривая имеет два максимума (2 «горба»): один при $\xi_2 > 0$, а другой при $\xi_3 < 0$, т. е. при частотах $\omega_1 > \omega_0$ и $\omega_2 < \omega_0$. Ток I_2 на этих частотах $I_{2г}$ найдем, подставив в формулу (14) значения ξ_2 и ξ_3 из выражения (16). Получим

$$I_{2г} = I_{2mm}.$$

На частоте $\xi_1 = 0$ кривая тока I_2 имеет минимум (рис. 4).

Чем больше произведение kQ, тем больше отличаются частоты ξ_2 и ξ_3, на которых ток I_2 максимален, от резонансой частоты одиночного контура ($\xi = 0$). При этом уменьшается значение тока I_2 на резонансной частоте (17). Если $kQ = 1$, то ток I_2 при $\xi = 0$ имеет один максимум, при этом $I_{2p} = I_{2mm}$ (рис. 4). Коэффициент связи, соответствующий. условию $kQ = 1$, называется критическим. Отсюда следует, что критический коэффициент связи системы идентичных контуров равен затуханию контура:

$$k_{кр} = \frac{1}{Q} = d.$$

Если $k < k_{кр}$ — связь слабая.
Если $k > k_{кр}$ — связь сильная.

Итак, при слабой связи резонансная кривая системы контуров имеет один максимум, при сильной связи — два.

Под полосой пропускания системы связанных контуров условно понимают область частот, на границах которой ток I_2 снижается до $\frac{1}{\sqrt{2}}$ от максимального значения. Для критической и слабой связи это условие с учетом (14) и (17) может быть записано

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2kQ}{(1+k^2Q^2)} = \frac{2kQ}{\sqrt{(1+k^2Q^2)^2 + 2\xi^2_{гр}(1-k^2Q^2) + \xi^4_{гр}}},$$

откуда

$$\xi_{гр} = \sqrt{-(1-k^2Q^2) \pm \sqrt{2+2k^4Q^4}}. \tag{18}$$

При очень слабой связи $kQ \ll 1$

$$\xi_{гр} = \sqrt{-1+\sqrt{2}} \approx 0{,}64.$$

Следовательно, при очень слабой связи полоса пропускания системы связанных контуров меньше полосы пропускания одиночного контура. Если связь критическая $kQ = 1$, то

$$\xi_{гр} = \sqrt{2} = 1{,}41,$$

т. е. полоса пропускания системы контуров больше полосы пропускания одиночного контура. С ростом kQ увеличивается значение обобщенной расстройки на границе полосы пропускания.

Предельное значение $\xi_{гр}$ принято определять для резонансной кривой, у которой ток во впадине меньше максимального тока в $\frac{1}{\sqrt{2}}$ раз (рис. 5).

Для такой кривой kQ можно определить из формулы (17), приравняв левую часть $\frac{1}{\sqrt{2}}$:

$$\frac{I_{2p}}{I_{2mm}} = \frac{2kQ}{1+k^2Q^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Произведя расчет, получим

$$kQ_{\text{пр}} = 2{,}41.$$

Подставив это значение kQ в (15), найдем, что $\xi = 3{,}1$, т. е. предельная ширина полосы пропускания системы связанных контуров в 3,1 раза больше, чем у одиночного колебательного контура.

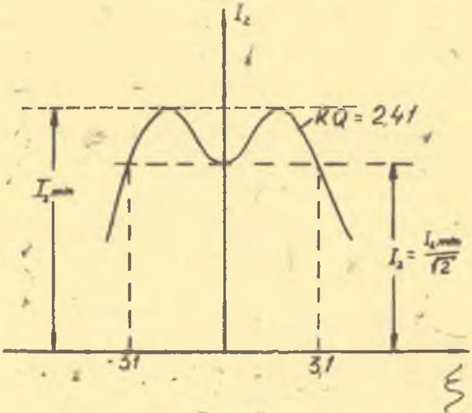


Рис. 5.

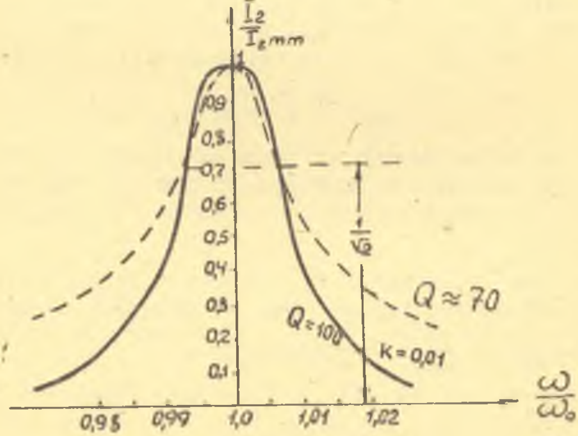


Рис. 6

Связанные контуры широко применяются в радиотехнике, т. к. они имеют большую избирательность, чем одиночный резонансный контур. Это видно из рис. 6, на котором построены резонансные кривые системы связанных контуров при критической связи (сплошная линия) и одиночного контура с $Q \approx 70$ (пунктирная линия). Полосы пропускания в обоих случаях одинаковы. Но у системы контуров область частот, в которой $\frac{I_1}{I_{1mm}}$ остается постоянной, шире, а за пределами полосы пропускания крутизна скатов резонансной кривой больше, чем у одиночного контура.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема установки, на которой выполняется лабораторная работа, приведена на рис. 7. Элементы обоих связанных контуров размещены в стенде. На лицевой панели стенда укреплены гнезда $1 \div 9$ и ручка (на рисунке не показана), при вращении которой катушка L_2 перемещается относительно катушки L_1, т. е. изменяется **связь** между контурами. По шкале на лицевой панели стенда можно определить расстояние между катушками L_1 и L_2. Все соединения, показанные на рисунке, выполнены внутри стенда.

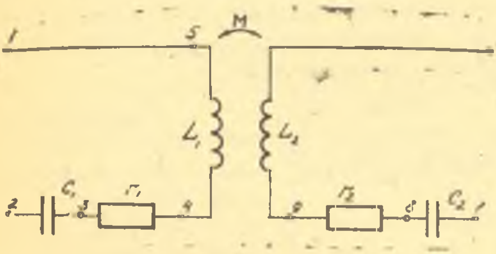


Рис. 7.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Рассчитать резонансную частоту первого (L_1, C_1) и второго (L_2, C_2) одиночных контуров. Параметры контуров указаны в таблице на лицевой панели стенда.

Рис. 8.

2. Собрать схему, изображенную на рис. 8. Снять показания лампового вольтметра при 5—6 значениях частот выше

и ниже резонансной частоты первого одиночного контура.

Выходное напряжение звукового генератора поддерживать постоянным. Результаты измерений занести в табл. 1.

Таблица 1

$U_{1-2} = \text{const} \ldots$ в							
$f_{з.г.}$	*кгц*						
U_{3-4}	*мв*						

3. Снять резонансную кривую второго одиночного контура. Для этого подключить звуковой генератор к гнездам 6—7, а ламповый вольтметр — к гнездам 8—9. Повторить измерения по п. 2, но частоту звукового генератора устанавливать выше и ниже резонансной частоты второго одиночного контура. Результаты измерений внести в табл. 2.

Таблица 2

$U_{6-7} = \text{const} \ldots$ в							
$f_{з.г.}$	*кгц*						
U_{8-9}	мв						

4. Собрать схему, изображенную на рис. 9.

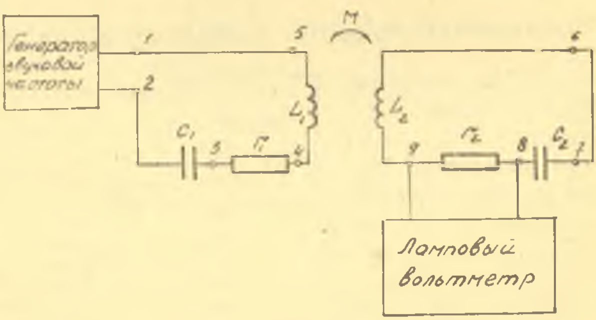


Рис. 9.

Расстояние между катушками установить произвольно. Снять показания лампового вольтметра при 10 значениях частоты выше и ниже резонансной частоты первого одиночного контура. Выходное напряжение генератора поддерживать постоянным.

Результаты измерений внести в табл. 3.

Таблица 3

U_{1-2} = const... В		Расстояние между катушками l=									
$f_{з.г}$,	*кгц*										
U_{8-9}	*мв*										

5. Повторить измерения по п. 4 при минимальном расстоянии между катушками. Результаты измерений внести в табл. 3.

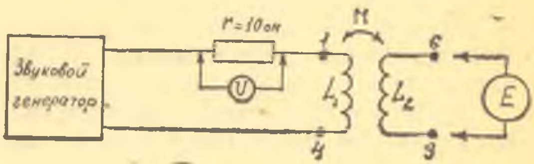


Рис. 10.

6. Собрать схему, изображенную на рис. 10. Установить расстояние между катушками, как в п. 4. Ламповым вольтметром измерить напряжения, указанные на рис. 10. Результаты измерений внести в табл. 4. Повторить измерения, установив расстояние между катушками, как в п. 5. Результаты измерения внести в табл. 4.

Таблица 4

$f_з$ гц		Расстояние между катушками	
		l_1=	l_2=
E	*В*		
U	*В*		

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Графики резонансных кривых первого и второго одиночного контура, построенные по результатам измерений согласно п. п. 2 и 3 с обозначением полосы пропускания контуров. Расчеты по определению обобщенной расстройки на границе полосы пропускания $\xi = 2\frac{\Delta\omega}{\omega_0}Q$.

2. Графики частотных характеристик системы связанных контуров, построенные по результатам измерений по п. п. 4 и 5 с обозначением полосы пропускания. Расчеты по определению обобщенной расстройки на границе полосы пропускания $\xi = 2\frac{\Delta\omega}{\omega_0}Q$.

3. Вычисления по определению коэффициента взаимной индуктивности $M = \frac{E_r}{U\omega}$ по данным табл. 4.

4. Расчет коэффициента связи (1) для схем, исследованных в п. п. 4 и 5. Сравнение полученных значений коэффициентов связи с критическим коэффициентом связи и заключение о характере связи в п. п. 4 и 5.

5. Расчет обобщенной расстройки на границе полосы пропускания для связи, как в п. п. 4 и 5.

Примечание. В зависимости от характера связи обобщенная расстройка рассчитывается по (15) или (18). Сравнить результаты расчетов по п. п. 2 и 5.

Контрольные вопросы

1. Какие контуры называют связанными? Какие могут быть виды связи? Что понимают под коэффициентом связи?
2. Что называется вносимым сопротивлением? Как рассчитать вносимое сопротивление?
3. Как определить элементы Т-образной схемы замещения индуктивно-связанных контуров при согласном и встречном включении катушек?
4. Как добиться максимума тока во вторичном контуре системы связанных контуров при постоянных E, ω, r_1 и r_2 ? Как рассчитать ток I_{mm} ,если известны э. д. с. E и активные сопротивления контуров?
5. Как изменяется частотная характеристика системы связанных контуров при изменении связи?
6. Какая связь называется сильной, слабой, критической?
7. Какими физическими явлениями можно объяснить появление двух максимумов и минимума в резонансной кривой системы связанных контуров? Для объяснения воспользоваться схемой замещения (рис. 3).
8. Что понимают под полосой пропускания системы связанных контуров?
9. Каковы преимущества системы связанных контуров по сравнению с одиночным контуром?

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники, ч. 1. Энергия, 1970, стр. 243—251.

2. Зернов Н. В., Карпов В. Г. Теория радиотехнических цепей. Энергия, 1965, стр. 201—210; 212—218; 220—234.

3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Высшая школа, 1967, стр. 158—164.

Работа № 8

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРА НИЖНИХ ЧАСТОТ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Электрический фильтр — это пассивный четырехполюсник, пропускающий с малым затуханием сигналы одних частот (полоса прозрачности) и с достаточно большим затуханием сигналы других частот (полоса задерживания).

По спектру пропускаемых частот различают фильтры нижних частот (ФНЧ), фильтры верхних частот (ФВЧ), полосовые фильтры (ПФ), заграждающие фильтры (ЗФ). У фильтра (ФНЧ) полоса прозрачности ограничена частотой $\omega = 0$ и частотой среза $\omega_{ср}$.Частоту среза ФНЧ можно определить из формулы $\omega_{ср} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$, где L и C параметры элементов фильтра.

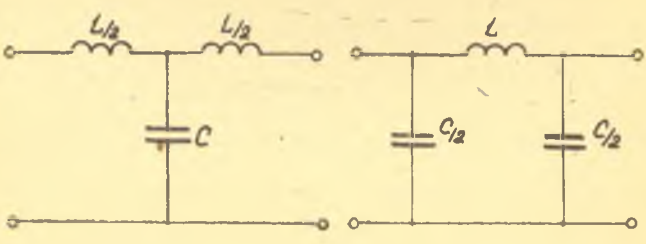


Рис. 1.

На рис. 1 изображены Т и П-образные фильтры ФНЧ.

Фильтрующие свойства четырехполюсника определяют частотные характеристики, а именно: изменение коэффициентов затухания, фазы и характеристического сопротивления в функции частоты.

Зависимость характеристического сопротивления от частоты $Z_{сп}(\omega)$

Для любого симметричного четырехполюсника можно подобрать некоторое нагрузочное сопротивление $Z_н = Z_с$, при котором его входное сопротивление также равно $Z_с$. Такое сопротивление $Z_с$ называется характеристическим сопротивлением четырехполюсника.

Для П-образного ФНЧ характеристическое сопротивление можно вычислить по формуле

$$Z_{сп} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_{ср}}\right)^2}}. \qquad (1)$$

Так как в полосе прозрачности $\omega < \omega_{ср}$, то $1 > \left(\frac{\omega}{\omega_{ср}}\right)^2$ и $Z_{сп}$ — чисто активное сопротивление. Для частот $\omega \gg \omega_{ср}$ можно пренебречь единицей в знаменателе, тогда

$$Z_{сп} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_{ср}}} = \frac{2}{j\omega C},$$

т. е. в полосе задерживания $Z_{сп}$ — емкостное сопротивление. На рис. 2 приведена типовая зависимость $Z_{сп}(\omega)$ для ФНЧ.

Если на входе фильтра включен генератор, имеющий сопротивление $Z_г = Z_с$, а на выходе подключена нагрузка $Z_н = Z_с$, то такой фильтр называют согласованным соответственно на входе и выходе. Таким образом, нагрузка и генератор согласованного фильтра должны иметь частотную характеристику, подобную показанной на рис. 2.

В том случае, когда сопротивления нагрузки и генератора постоянны (не зависят от частоты), параметры фильтра подбирают так, чтобы характеристическое сопротивление при $\omega = 0$ было равно сопротивлению нагрузки и генератора,, т. е. $r_н = \sqrt{\frac{L}{C}}$. При этом в диапазоне частот от $\omega = 0$ до $\omega \approx 0{,}5\ \omega_{ср}$ почти точно соблюдается равенство $Z_{сп}$ и сопротивления нагрузки. Так, на частоте $\omega = 0{,}5\omega_{ср}$ характеристическое сопротивление $Z_{сп}$ отклоняется от величины $r_н = \sqrt{\frac{L}{C}}$ примерно на 15 %.

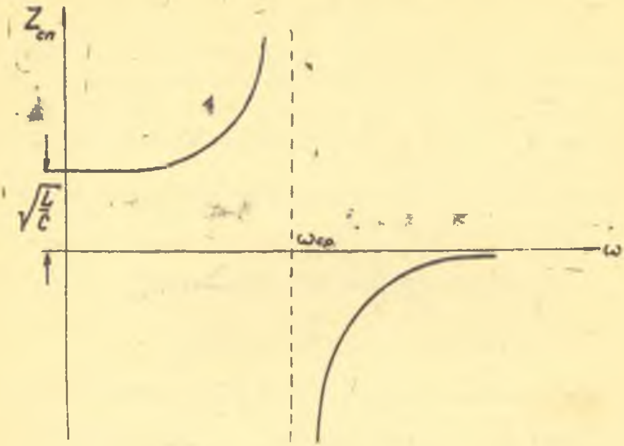


Рис. 2.

Амплитудно-частотная характеристика фильтра $a(\omega)$

Из теории четырехполюсников известно, что коэффициент затухания симметричного четырехполюсника, согласованного с нагрузкой, можно вычислить по следующей формуле:

$$a = \ln\frac{U_1}{U_2},$$

где U_1 — напряжение на входе, а U_2 — на выходе четырехполюсника.

В полосе прозрачности идеального ФНЧ (в элементах фильтра отсутствуют потери) коэффициент затухания $a = 0$, т. е. $U_1 = U_2$. В полосе задерживания коэффициент затухания зависит от частоты и определяется из выражения

$$a = \operatorname{arch}\left|1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_{ср}}\right)^2\right|.$$

На рис. 3 сплошной линией изображена амплитудно-частотная характеристика $a(\omega)$ идеального ФНЧ, согласованного с нагрузкой,

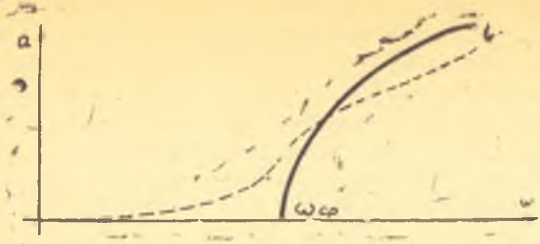


Рис. 3

Фазовая характеристика фильтра $b(\omega)$

Коэффициент фазы b, определяющий сдвиг по фазе между напряжением U_1 на входе и напряжением U_2 на выходе согласованно нагруженного фильтра, для частот полосы прозрачности может быть вычислен по формуле

$$b = \arccos\left|1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_{ср}}\right)^2\right|.$$

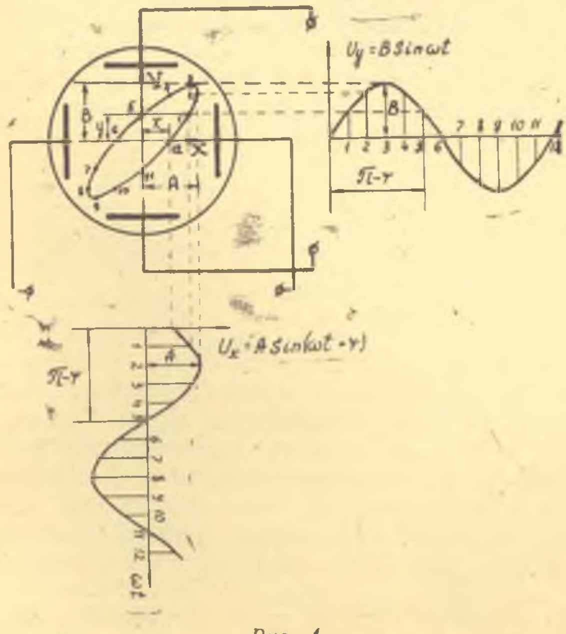


Рис. 4.

Сдиг по фазе между напряжениями может быть измерен с помощью электронно-лучевого осциллографа. Если к одной паре отклоняющих пластин подведено напряжение, фаза которого отличается от фазы напряжения, подведенного к другой паре пластин, то изображение на экране будет иметь форму эллипса. Рис. 4 поясняет образование эллипса, когда сдвиг по фазе между напряжениями $\psi°$. Положение эллипса на экране зависит от сдвига фаз и отношения амплитуд напряжений, которые поданы на отклоняющие пластины трубки.

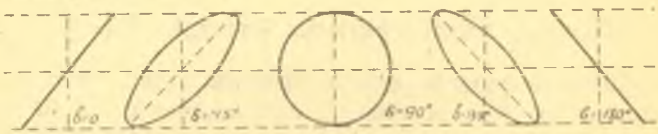


Рис. 5.

Если напряжения U_x и U_y равны (рис. 5), то при сдвигах фаз 0° и 180° вместо эллипса на экране осциллографа получается прямая наклонная линия, а при сдвигах фаз 90° и 270° — окружность (см. рис. 5). Сдвиг фаз определяют по размерам отрезков, отсекаемых эллипсом на осях координат.

Из рис. 4 видно, если $U_x = A\sin(\omega t + \psi)$, то при $\omega t = 0$ получаем $U_x = A\sin\psi = x$, то есть

$$\psi = \arcsin\frac{x}{A}. \tag{2а}$$

В тоже время, при $U_y = B\sin\omega t$ и $\omega t = \pi - \psi$ получаем $U_y = B\sin(\pi - \psi) = y$, откуда

$$\psi = \arcsin\frac{y}{B}. \tag{2б}$$

Таким образом, если большая ось эллипса расположена в 1 и 3 квадрантах, то, измерив на экране величины отрезков x или y (то есть отрезки полуосей X или Y, отсекаемые эллипсом) и соответственно A или B (то есть проекции эллипса на полуоси X или Y), можно вычислить по (2а) или (2б) сдвиг фаз между напряжением U_x и U_y.

Если же большая ось находится во 2 и 4 квадрантах, то

$$\psi = \pi - \arcsin\frac{x}{A} = \pi - \arcsin\frac{y}{B}.$$

Здесь x, y, A, и B измеряются так же, как аналогичные величины в выражениях (2а) и (2б). Для повышения точности можно измерять отрезки, отсекаемые эллипсом на осях X и Y, и проекции эллипса на оси X и Y так, как показано на рис. 6, и вычислять сдвиг фаз по среднему арифметическому дробей $\frac{2x}{2A}$ и $\frac{2y}{2B}$, т. е.

$$\psi = \arc\sin \frac{1}{2}\left(\frac{2x}{2A} + \frac{2y}{2B}\right) = b.$$

Нужно заметить, что при отрицательном угле ψ той же величины $U_x = A\sin(\omega t - \psi)$ положение эллипса будет тем же,

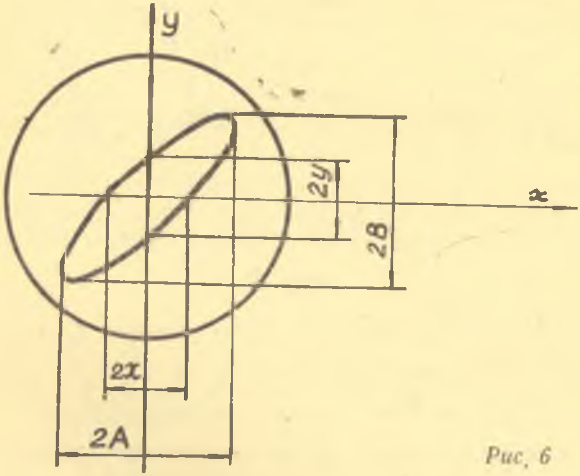


Рис. 6

что и на рис. 4, поэтому этим методом можно определить лишь абсолютное значение угла.

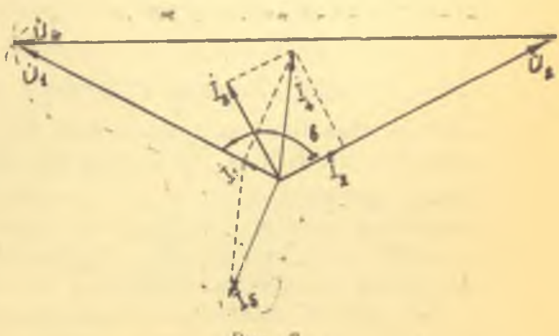


Рис. 7.

Знак коэффициента фазы ФНЧ можно определить из векторной диаграммы фильтра, согласованного с нагрузкой, построенной для одной из частот полосы прозрачности. Построение векторной диаграммы удобно начать с треугольника напряжений (рис. 7), который строится засечками по известным значениям напряжений U_1 и U_2 и падению напряжения на индуктивности U_4 (рис. 8). Вектор тока $\dot{I}_1$ совпадает по фазе с вектором напряжения $\dot{U}_1$, так как входное сопротивление согласованного симметричного фильтра в полосе прозрачности активно

$$Z_{вх} = Z_c = r_н.$$

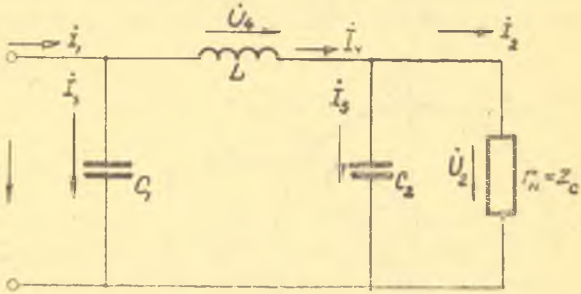


Рис. 8.

Вектор тока $\dot{I}_5$, протекающего по емкости C_1 (рис. 8), опережает вектор напряжения $\dot{U}_1$ на угол $\frac{\pi}{2}$, а вектор тока индуктивности $\dot{I}_4$ отстает от вектора напряжения $\dot{U}_4$ на угол $\frac{\pi}{2}$. Разложив вектор $\dot{I}_1$ по направлениям векторов $\dot{I}_5$ и $\dot{I}_4$, можно определить токи I_4 и I_5. Вектор тока $\dot{I}_3$, протекающего по емкости C_2, опережает вектор напряжения $\dot{U}_2$ на угол $\frac{\pi}{2}$ а вектор тока $\dot{I}_2$ совпадает по фазе с вектором напряжения $\dot{U}_2$, так как нагрузка фильтра — чисто активная. Разложив вектор тока $\dot{I}_4$ по направлениям векторов $\dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$, можно определить токи I_2 и I_3. Из векторной диаграммы видно, что угол между векторами $\dot{U}_2$ и $\dot{U}_1$ — положителен, т. е. $b > 0$. С увеличением частоты коэффициент фазы возрастает до значения $b = 180°$ на частоте среза. В полосе задерживания коэффициент фазы остается неизменным и равным 180°.

На рис. 9 сплошной линией изображена фазовая характеристика $b(\omega)$ идеального ФНЧ. Частотные характеристики

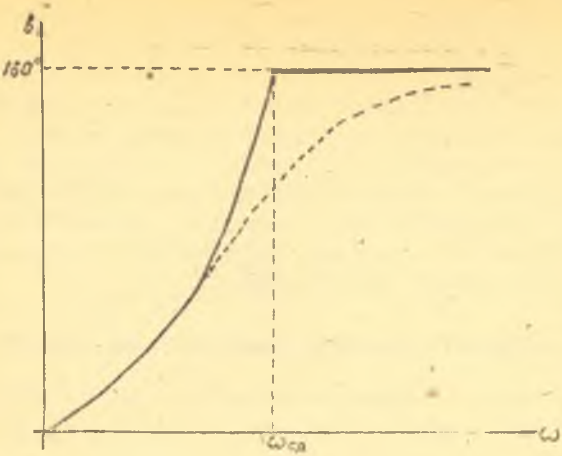


Рис. 9.

a (ω) и *b* (ω) реального (с потерями) фильтра отличаются от описанных выше характеристик идеального фильтра. Они показаны пунктирными линиями соответственно на рис. 3 и рис. 9.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Принципиальная схема установки, на которой проводится исследование ФНЧ, изображена на рис. 10. Катушка индук-

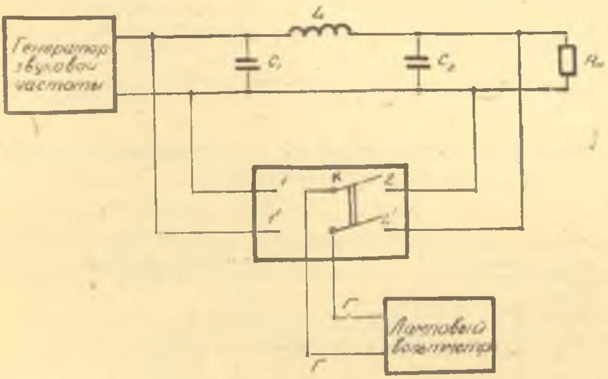


Рис. 10.

тивности и обе емкости вмонтированы в стенд. Их выводы подведены к клеммам L, C_1, C_2, укрепленным на лицевой панели стенда. На лицевой панели стенда также расположены: гнезда Г—Г для лампового вольтметра, ключ К, которым ламповый вольтметр подключается на вход и выход фильтра, и клеммы U_1 и U_2 ключа К. Нагрузкой фильтра служат магазины сопротивлений и емкостей. Величину сопротивления нагрузки можно изменять переключателем П. Переключатель П и выводы магазинов, обозначенные $Z_н$ укреплены на лицевой панели стенда.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По данным, которые указываются преподавателем, вычислить частоту среза $f_{ср}$ и частоты f для значений $\frac{f}{f_{ср}}$, указанных в табл. 1. Результаты расчета внести в табл. 1.

2. Собрать схему, изображенную на рис. 10.

3. Снять частотную характеристику $U_2(f)$ фильтра, согласованного с нагрузкой, при постоянной амплитуде входного сигнала $U_1 = 5в$. Частоту сигнала генератора звуковой частоты и положение переключателя П устанавливать в соответствии с табл. 1 (при этом $Z_н = Z_{сп}$).

Таблица 1

$f/f_{ср}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
f гц											
Положение переключателя П.											

Напряжение контролировать ламповым вольтметром. Результаты измерений занести в табл. 2.

Таблица 2

№№ п/п	Данные эксперим.				Расчетные данные			
	$\frac{\omega}{\omega_{ср}}$	Положение перек.	U_1	U_2	$\frac{U_1}{U_2}$	$a_{изм} = \ln\frac{U_1}{U_2}$	$\mathrm{ch}\, a_{расч} = 2\left(\frac{\omega}{\omega_{ср}}\right)^2 - 1$	$a_{расч}$
		П	в	в		нп	только для полосы задерживания	нп

4. Для одной из частот полосы прозрачности при сопротивлении нагрузки $Z_н = Z_{ст}$ установить напряжение на входе фильтра $U_1 = 20 в$. Измерить: напряжения U_1, U_4 (см. рис. 8). Результаты измерений свести в табл. 3.

Таблица 3.

f	$\frac{\omega}{\omega_{ср}}$	Положение переключателя П.	U_1	U_2	U_4
гц			*в*	*в*	*в*

5. С помощью осциллографа измерить сдвиг по фазе между входным U_1 и выходным U_2 напряжениями. Для этого:

а) выключить напряжение развертки (ручкой «развертка» на лицевой панели осциллографа);

б) ручками осциллографа «перемещение по x» и «перемещение по y» установить светящееся пятно в центре экрана;

в) провода с клемм $1—1'$ (рис. 10) переключить на клеммы x осциллографа (вход усилителя горизонтального отклонения). Изменяя усиление ручкой «усиление по x», получить на экране горизонтальную линию длиной порядка 20 *мм*;

г) перенести провода с клемм «x» на клеммы «y» (вход усилителя вертикального отклонения). Ручкой «усиление по y» выставить на экране вертикальную линию той же длины, что и в п. «*в*»;

д) переключить провода с клемм $2—2'$ (рис. 10) на клеммы «x»;

е) частоту генератора звуковой частоты и сопротивление нагрузки установить те же, что и в п. 4;

ж) фигуру с экрана осциллографа вместе с координатными осями масштабной сетки скопировать на кальку. Измерить величины, указанные на рис. 6.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Таблицы экспериментальных и расчетных данных.
2. Расчет и построение частотной характеристики.

3. Характеристики $a_{изм}(\omega)$ и $a_{расч}(\omega)$, построенные в одних осях координат по данным табл. 2.

4. Векторная диаграмма, построенная по данным табл. 3. Из векторной диаграммы определить угол между векторами $\dot U_1$ и $\dot U_2$.

5. Расчет угла между напряжениями U_1 и U_2 по данным, полученным в п. 5 ж. К отчету приложить кальку, на которую скопировать фигуру с экрана осциллографа.

Контрольные вопросы

1. Как рассчитать ФНЧ, у которого $f_{ср} = 2000$щ и сопротивление нагрузки 100 ом? Обозначить на Т и П-образных схемах ФНЧ параметры элементов такого фильтра.
2. Что понимают под характеристическим сопротивлением симметричного четырехполюсника?
3. Какой фильтр называют согласованным?
4. Поясните физическую сущность коэффициентов затухания и фазы.
5. В каких единицах измеряется затухание?
6. Как изменяются коэффициенты затухания a, фазы b и характеристические сопротивления $Z_{сп}$ и $Z_{ст}$ ФНЧ при изменении частоты от 0 до ∞.
7. Постройте векторные диаграммы для Т и П-образных ФНЧ согласованных с нагрузкой для одной из частот полосы прозрачности.
8. Почему не совпадают кривые $a_{изм}(\omega)$ и $a_{расч}(\omega)$?

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники, ч. 1. Энергия, 1970, стр. 291—308.
2. Жуховицкий Б. Я., Негневицкий И. Б. Теоретические основы электротехники, ч. II. Энергия, 1965, стр. 46—54.
3. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, ч. I. Энергия, 1966, стр. 417—421, 422—428.

Работа № 9

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРА ВЕРХНИХ ЧАСТОТ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Электрический фильтр это пассивный четырехполюсник, пропускающий с малым затуханием сигналы одних частот (полоса прозрачности) и с достаточно большим затуханием сигналы других частот (полоса задерживания).

По спектру пропускаемых частот различают фильтры нижних частот (ФНЧ), фильтры верхних частот (ФВЧ), полосовые фильтры (ПФ), заграждающие фильтры (ЗФ). У фильтра ФВЧ полоса прозрачности ограничена частотой $\omega = \infty$ и частотой среза $\omega_{ср}$. Частоту среза ФВЧ можно определить по формуле $\omega_{ср} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$, где L и C параметры элементов фильтра.

На рис. 1 изображены Т и П-образные схемы фильтра ФВЧ.

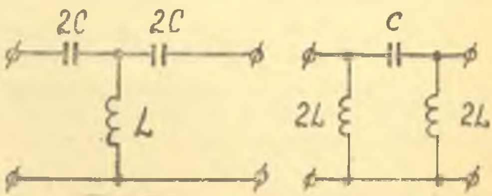


Рис. 1.

Фильтрующие свойства четырехполюсника определяют частотные характеристики, а именно: изменение коэффициентов затухания, фазы и характеристического сопротивления в функции частоты.

а) зависимость характеристического сопротивления от частоты $Z_{ст}(\omega)$.

Для любого симметричного четырехполюсника можно подобрать некоторое нагрузочное сопротивление $Z_н = Z_с$, при котором его входное сопротивление также равно Z_c. Такое сопротивление Z_c называется характеристическим сопротивлением четырехполюсника.

Характеристическое сопротивление Т-образного ФВЧ можно вычислить по формуле:

$$Z_{ст} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{ср}}{\omega}\right)^2}. \qquad (1)$$

В полосе прозрачности $(\omega > \omega_{ср})$ $Z_{ст}$ — активное сопротивление, а в полосе подавления $(\omega > \omega_{ср})$ — емкостное. На рис. 2 приведена типовая зависимость $Z_{ст}(\omega)$ для ФВЧ.

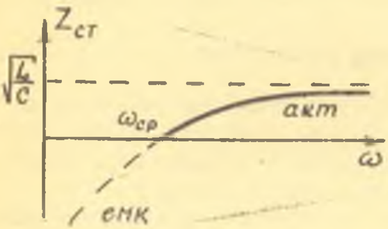


Рис. 2.

Если ко входу фильтра подключен генератор с сопротивлением $Z_г = Z_c$, а на выходе — нагрузка $Z_н = Z_c$, то такой фильтр называют согласованным на входе и выходе. Таким образом, нагрузка и генератор согласованного фильтра должны иметь частотные характеристики подобные показанной на рис. 2.

В том случае, когда сопротивление нагрузки и генератора постоянны (не зависят от частоты), параметры фильтра подбирают так, чтобы характеристическое сопротивление при $\omega = \infty$ было равно сопротивлению нагрузки и генератора, т. е. $r_н = \sqrt{\frac{L}{C}}$. При этом в диапазоне частот от $\omega = \infty$ до $\omega = 2\omega_{ср}$ $Z_{ст}$ отличается от $r_н = \sqrt{\frac{L}{C}}$ не более чем на 15 %.

б) амплитудно-частотная характеристика фильтра $a(\omega)$.

Из теории четырехполюсников известно, что коэффициент затухания симметричного четырехполюсника, согласованного с нагрузкой, можно вычислить по следующей формуле:

$$a = \ln\frac{U_1}{U_2},$$

где U_1 — напряжение на входе, а U_2 — на выходе четырехполюсника.

В полосе прозрачности идеального ФВЧ (в элементах фильтра отсутствуют потери) коэффициент затухания $a = 0$, т. е. $U_1 = U_2$. В полосе задерживания коэффициент затухания зависит от частоты и определяется из выражения

$$a = \operatorname{arch}\left|1 - 2\left(\frac{\omega_{ср}}{\omega}\right)^2\right|.$$

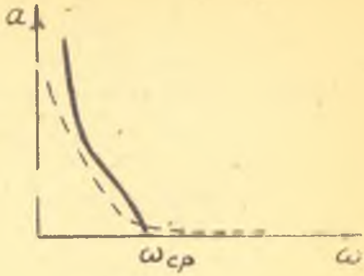


Рис. 3

На рис. 3 сплошной линией изображена амплитудно-частотная характеристика $a(\omega)$ идеального ФВЧ, согласованного с нагрузкой.

в) фазовая характеристика фильтра $b(\omega)$

Коэффициент фазы — b, определяющий сдвиг по фазе между напряжением U_1 на входе и напряжением U_2 на выходе согласованно нагруженного фильтра, для частот полосы прозрачности определяется из выражения

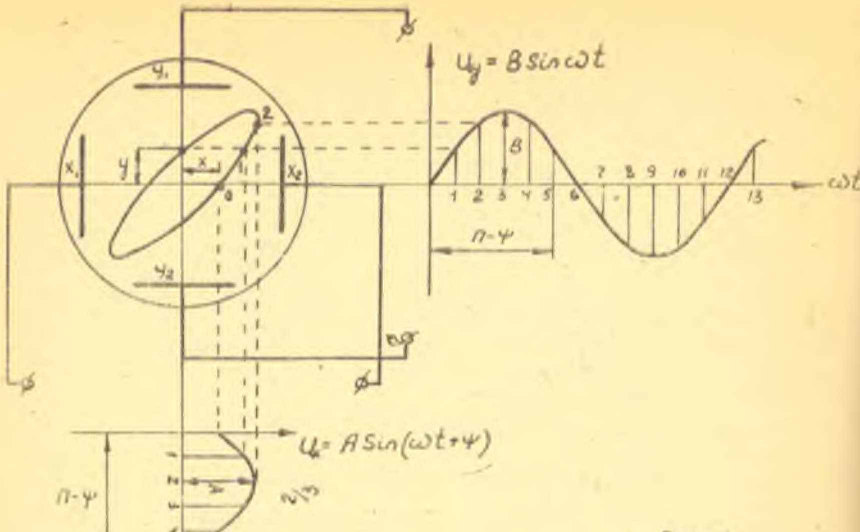
$$b = \arccos\left|1 - 2\left(\frac{\omega_{p}}{\omega}\right)^2\right|.$$

Сдвиг по фазе между напряжениями может быть измерен с помощью электронно-лучевого осциллографа. Если к одной паре отклоняющих пластин подведено напряжение, фаза которого отличается от фазы напряжения, поведенного к другой паре пластин, то изображение на экране будет иметь форму эллипса. Рис. 4 поясняет образование эллипса, когда сдвиг по фазе между напряжениями — ψ°. Положение эллипса на экране зависит от сдвига фаз и отношения амплитуд напряжений, которые поданы на отклоняющие пластины трубки.

Если напряжения U_x и U_y равны, то при сдвигах фаз 0° и 180° вместо эллипса на экране осциллографа получается прямая наклонная линия, а при сдвигах фаз 90° и 270° — окружность (см. рис. 5). Сдвиг фаз определяют по размерам отрезков, отсекаемых эллипсом на осях координат.

Из рис. 4 видно, если $U_x = A\sin(\omega t + \psi)$, то при $\omega t = 0$ получаем $U_x = A\sin\psi = x$, то есть

$$\psi = \arcsin\frac{x}{A}. \qquad (2а)$$



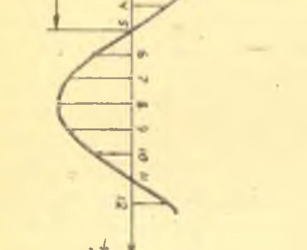


Рис. 4.

В тоже время, при $U_y = B\sin\omega t$ и $\omega t = \pi - \psi$ получаем $U_y = B\sin(\pi - \psi) = y$ — откуда

$$\psi = \arcsin\frac{y}{B}. \qquad (2б)$$

Таким образом, если большая ось эллипса расположенав 1 и 3 квадрантах, то, измерив на экране величины отрезков x и y(то есть отрезки полуосей
ране величины отрезков x и y (то есть отрезки полуосей X и Y отсекаемые эллипсом) и соответственно A или B (то есть проекции эллипса на полуоси X и Y), можно вычислить по (2а) или (2б) сдвиг фаз между напряжением U_x и U_y.

Если же большая ось находится во 2 и 4 квадрантах, то

$$\psi = \pi - \arcsin\frac{x}{A} = \pi - \arcsin\frac{y}{B}.$$

Здесь x, y, A и B измеряются также, как аналогичные величины в выражениях (2а) и (2б). Для повышения точности можно измерять отрезки, отсекаемые эллипсом на осях X и Y, и проекции эллипса на оси X и Y так, как показано

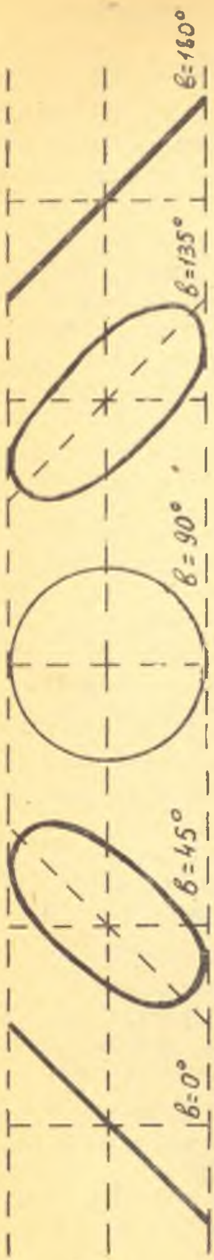


Рис. 5.

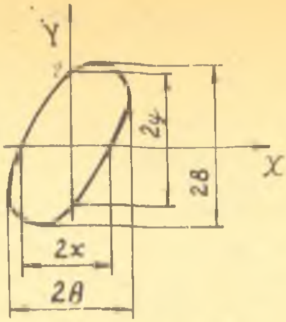


Рис. 6

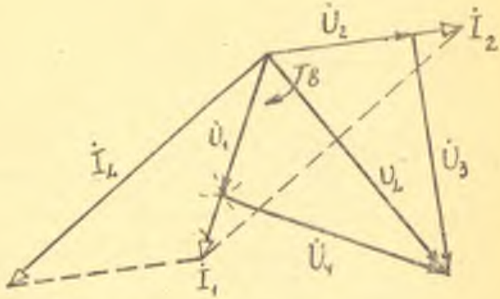


Рис. 7.

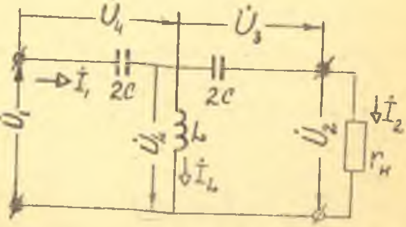


Рис. 8.

на рис. 6, и вычислять сдвиг фаз по среднему арифметическому дробей $\frac{2x}{2A}$ и $\frac{2y}{2B}$, т. е. $\psi = \arcsin\frac{1}{2}\left(\frac{2x}{2A} + \frac{2y}{2B}\right)$.

Нужно заметить, что при отрицательном угле $\psi°$ той же величины $U_x = A\sin(\omega t - \psi)$ положение эллипса будет тем же, что и на рис. 4, поэтому этим методом можно определить лишь абсолютное значение угла.

Знак коэффициента фазы ФВЧ можно определить из векторной диаграммы фильтра согласованного с нагрузкой, построенной для одной из частот полосы прозрачности. Построение векторной диаграммы (рис. 7) удобно начать с вектора $\dot{U}_2$ (рис. 8). Вектор тока $\dot{I}_2$ совпадает по фазе с вектором напряжения $\dot{U}_2$, т. к. в полосе прозрачности нагрузка согласованного на выходе фильтра — активная

$$r_н = Z_c.$$

Ток $\dot{I}_2$ протекает по емкости, поэтому вектор напряжения $\dot{U}_3$ отстает от вектора $\dot{U}_2$ на угол $\frac{\pi}{2}$. Сложив вектора $\dot{U}_2$ и $\dot{U}_3$, получаем вектор $\dot{U}_L$. Из концов вектора $\dot{U}_L$ засечками строится треугольник напряжений, одна из сторон которого — вектор напряжения на входе $\dot{U}_1$, а другая — вектор $\dot{U}_4$. Вектор тока $\dot{I}_1$ совпадает по фазе с вектором напряжения $\dot{U}_1$, так как входное сопротивление согласованного на выходе фильтра в полосе прозрачности — активно $Z_{вх} = Z_c$.

Вектор $\dot{I}_L$ отстает от вектора напряжения $\dot{U}_L$ на 90°. Разложив вектор $\dot{I}_1$ по направлениям векторов $\dot{I}_L$ и $\dot{U}_2$ можно определить токи $\dot{I}_L$ и $\dot{I}_2$. Из векторной диаграммы видно, что угол между векторами $\dot{U}_2$ и $\dot{U}_1$ отрицателен, т. е. $b < 0$. С увеличением частоты коэффициент фазы возрастает до значения $b = -180°$ на частоте среза. В полосе задерживания коэффициент фазы остается неизменным и равным -180°.

На рис. 9 сплошной линией изображена фазовая характеристика $b(\omega)$ идеального ФВЧ. Частотные характеристики $a(\omega)$ и $b(\omega)$ реального (с потерями) фильтра отличаются от характеристик идеального фильтра и показаны пунктирными линиями соответственно на рис. 3 и рис. 9.

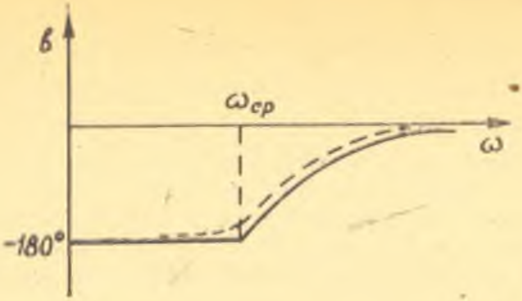


Рис. 9.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Принципиальная схема установки, на которой проводится исследование ФВЧ, изображена на рис. 10. Катушка индуктивности и обе емкости вмонтированы в стенд. Их выводы подведены к клеммам L, C_1, C_2, укрепленным на лицевой панели стенда. На панели также расположены: гнезда Г—Г для лампового вольтметра, ключ К, которым ламповый вольтметр подключается на вход и выход фильтра, и клеммы U_1 и U_2 ключа К. Нагрузкой фильтра служат магазины сопротивлений и емкостей. Величину сопротивления нагрузки можно изменить переключателем П. Переключатель П и выводы магазинов, обозначенные $Z_н$, укреплены на лицевой панели стенда.

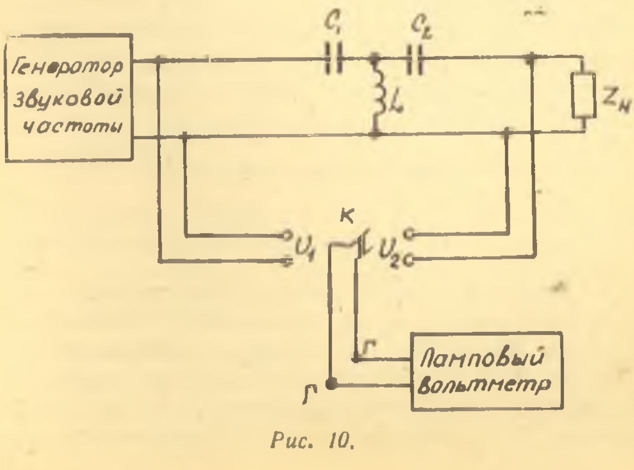


Рис. 10.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По данным, которые указываются преподавателем, вычислить частоту среза $f_{ср}$ и частоты f для значений $\frac{f}{f_{ср}}$, указанных в табл. 1. Результаты расчета внести в табл. 1.

2. Собрать схему, изображенную на рис. 10.

3. Снять частотную характеристику $U_2(f)$ фильтра, согласованного с нагрузкой, при постоянной амплитуде входного сигнала $U_1 = 5_в$. Частоту сигнала генератора звуковой частоты и положение переключателя П устанавливать в соответствии с табл. 1 (при этом $Z_н = Z_{ст}$).

Таблица 1

$f/f_{ср}$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$f_{гц}$									
Положение переключателя П.	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Напряжение контролировать ламповым вольтметром.
Результаты измерений занести в табл. 2.

Таблица 2

№№	Данные эксперим.				Расчетные данные			
	$\frac{f}{f_{ср}}$	положение переключателя П	U_1	U_2	$\frac{U_1}{U_2}$	$a_{изм} = \ln \frac{U_1}{U_2}$	$\ln a_{расч} = 2\left(\frac{\omega_{ср}}{\omega}\right)^2 - 1$	$a_{расч}$
—	—		в	в	—	нп	только для полосы задерживания	нп

4. Для одной из частот полосы прозрачности при сопротивлении нагрузки $Z_н = Z_{ст}$ установить напряжение на входе фильтра $U = 20в$ Измерить: напряжения U_2, U_3, U_4 (см. рис. 8). Результаты измерений свести в табл. 3.

5. С помощью осциллографа измерить сдвиг по фазе между входным U_1 и выходным U_2 напряжениями. Для этого:

Таблица 3

f	$\frac{f}{f_{ср}}$	Положение переключателя П	U_1	U_2	U_3	U_4
гц			в	в	в	в

а) выключить напряжение развертки (ручка «развертка» на лицевой панели осциллографа);

б) ручками осциллографа «перемещение по x » и «перемещение по y» установить светящееся пятно в центре экрана;

в) провода с клемм U_2 (рис. 10) переключить на клеммы « x » осциллографа (вход усилителя горизонтального отклонения).

Изменяя усиление ручкой «усиление по x », получить на экране горизонтальную линию длиной порядка 20 *мм*;

г) перенести провода с клемм « x » на клеммы «y» (вход усилителя вертикального отклонения). Ручкой «усиление по y» выставить на экране вертикальную линию той же длины, что и в п. «в»;

д) переключить провода с клемм U_1 (рис. 10) на клеммы « x »;

е) частоту генератора звуковой частоты и сопротивление нагрузки установить те же, что и в п. 4;

ж) фигуру с экрана осциллографа вместе с координатными осями масштабной сетки скопировать на кальку. Измерить величины, указанные на рис. 6.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать:

а) таблицы экспериментальных и расчетных данных;

б) расчет и построение частотной характеристики $Z_{ст}(\omega)$.

в) характеристики $a_{изм}\left(\frac{f}{f_{ср}}\right)$ и $a_{расч}\left(\frac{f}{f_{ср}}\right)$, построенные в одних осях координат по данным табл. 2;

г) векторную диаграмму, построенную по данным табл. 3. Из векторной диаграммы определить угол между векторами U_2 и U_1;

д) расчет угла между напряжениями U_2 и U_1 по данным, полученным в п. 5 «ж». К отчету приложить кальку, на которую скопирована фигура с экрана осциллографа.

Контрольные вопросы

1. Как рассчитать ФВЧ, у которого $f_{ср} = 2000$ *гц* и сопротивление нагрузки 100 ом? Обозначить на Т- и П-образной схемах ФВЧ параметры элементов такого фильтра.
2. Что понимают под характеристическим сопротивлением симметричного четырехполюсника?
3. Какой фильтр называют согласованным?
4. Поясните физическую сущность коэффициентов затухания и фазы.
5. В каких единицах измеряется затухание?
6. Как изменяются коэффициенты затухания a, фазы b и характеристические сопротивления $Z_{сп}$ и $Z_{ст}$ ФВЧ при изменении частоты от 0 до ∞.
7. Построить векторные диаграммы для Т и П-образных ФВЧ согласованных с нагрузкой для одной из частот полосы прозрачности.
8. Почему не совпадают кривые $a_{изм}\left(\frac{f}{f_{ср}}\right)$ и $a_{расч}\left(\frac{f}{f_{ср}}\right)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники, ч. 1. Энергия, 1970, стр. 291—308.
2. Жуховицкий Б. Я., Негневицкий И. Б. Теоретические основы электротехники, ч. 2. Энергия, 1965, стр. 46—55.
3. Нейман Л. Р., Демирчан К. С. Теоретические основы электротехники, ч. 1. Энергия, 1967, стр. 417—423.

Приложение I

ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ДЛЯ БРИГАД СТУДЕНТОВ НА УЧЕБНЫЙ СЕМЕСТР

Бригада студентов	Номера лабораторных работ						
Первая	1	2	3	5	4	6	9
Вторая	1	2	3	5	4	8	6
Третья	2	3	1	4	7	9	6
Четвертая	2	3	1	4	5	6	8
Пятая	3	1	2	6	8	4	7
Шестая	3	1	2	6	8	4	5

Приложение II

ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ В ЛАБОРАТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Для выполнения лабораторной работы отведено определенное рабочее место, где расположены приборы и приспособления, имеющие непосредственное отношение к работе. Студенты, как правило, собирают сами электрические цепи из отдельных элементов.

Поскольку в лабораторных работах используются источники питания с напряжением порядка 220 *в*, то необходимо соблюдать следующие правила:

1. Студенты могут занимать рабочее место только с разрешения преподавателя.

2. Приступая к работе, следует ознакомиться с источниками электропитания, способами их включения и выключения.

3. Перед сборкой схемы все имеющиеся в цепи реостаты следует полностью ввести, а потенциометры и регуляторы напряжения вывести до отказа.

4. Студентам не разрешается включать и выключать рубильники установок без разрешения преподавателя.

5. Сборку электрической цепи следует производить при выключенном переключателе или рубильнике. В случае сомнения положение выключателя «выкл» необходимо проверить с помощью вольтметра с выносными щупами.

6. В цепи не должно быть оголенных проводов или проводов с поврежденной изоляцией. Все соединения следует производить на специальных зажимах, надежно завернуть гайки.

7. Подавать напряжение в собранную цепь можно только после проверки преподавателем схемы соединений.

8. Выключающий должен предупредить бригаду о подаче напряжения.

9. Запрещается прикасаться к зажимам, находящимся под напряжением. Наличие напряжения на зажимах приборов или элементах цепи следует проверять только измерительным прибором.

10. Все изменения в цепи можно производить только после полного отключения источников питания.

11. После окончания измерений полученные результаты следует показать преподавателю и, получив разрешение, разобрать исследуемую цепь. Категорически запрещается разбирать схему, если она не отключена от источников питания.

12. Студенты используют в работе только те приборы и аппараты, которые установлены на их рабочем месте. Не разрешается брать приборы с других столов.

13. Перед уходом из лаборатории студент обязан, с разрешения преподавателя, разобрать схему и привести в порядок рабочее место, соединительные провода аккуратно сложить на отведенные места.

14. В случае электрической травмы студенты должны немедленно поставить в известность преподавателя и под его руководством оказать пострадавшему необходимую помощь.

Содержание

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

ЧАСТЬ I

Редактор — *Н. А. Сидоренко.*

Тех. редактор — *Н. М. Каленюк.*

Корректор — *Л. В. Сидорова*

Подписано в печать 12/III-1973 года. Объем 6,75 печ. л. Тираж 1000 экз. Формат бумаги 60 x 84 1/16. Цена 35 коп.

Куйбышевский авиационный институт им. С. П. Королева, г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Типография УЭЗ Куйбышевского авиационного института им. С. П. Королева, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18. Заказ № 135.