РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИИ ПЕРСОНАЛА ПРИ НЕСТАБИЛЬНОМ СПРОСЕ

Кузнецова О.А., Кузнецов Н.А.

Российская Федерация, г. Самара,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева

Аннотация. Рассматривается вариант задачи о назначениях для случая нестабильного спроса. Особенность предложенной математической модели заключается в учёте заработной платы сотрудников, которая начисляется независимо от объёма выполненной работы. Оцениваются параметры, определяющие выбор претендентов, такие как дефицит спроса, эффективность сотрудников, разница в заработной плате сотрудников.

Ключевые слова: математическая модель, задача о назначениях, оптимизация, эффективность, дефицит спроса.

1. Теоретическое обоснование

В классическом варианте задача о назначениях рассматривается как частный случай транспортной задачи как для распределения работы между сотрудниками, так и для оптимизации загруженности оборудования. Каждая вакансия подразумевает выполнение простой однотипной работы.

В частном случае на одну вакансию принимается 1 сотрудник и один сотрудник занимает только одну вакансию. Задача исследована для случаев решения разными методами: динамическое программирование [1, 2], метод ветвей и границ [3]. Также ранее задачи усложнялись путём введения приоритетов в назначениях [4] и предпочтений нанимателя [5].В более сложной постановке задача предполагает возможность сотрудников совмещать несколько должностей, что предполагает более сложные алгоритмы решения [6, 7, 8].

Критерием оптимальности могут выступать как максимизация дохода (1) либо эффективность работы фирмы (2), так и минимизация затрат на осуществление деятельности (3):

$$R = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} p_{ij} \cdot x_{ij} \to max, (1)$$

$$E = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \mathrm{e}_{ij} \cdot \mathrm{x}_{ij} \to max, (2)$$

$$C = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} c_{ij} \cdot x_{ij} \to min, (3)$$

где x_{ij} – элемент матрицы X, показывающий, принят ли i-й кандидат на j-ю вакансию, p_{ij} – доход, генерируемый i-м кандидатом на j-й вакансии, c_{ij} – затраты на осуществление деятельности i-го кандидата на j-й вакансии, e_{ij} – эффективность i-го кандидата на j-ю вакансии, M – число вакансий, N – количество претендентов на работу, max, min – направление оптимальности, в результате решения будет найдено максимальное (max) либо минимальное (min) значение функции.

В зависимости от условий задача может быть либо закрытой - количество кандидатов на работу равно количеству рабочих мест и в этом случае не требуется дополнительных действий; либо открытой - количество кандидатов на работу не равно количеству рабочих мест и необходимо уравнять их путём введения дополнительных (виртуальных) вакансий или кандидатов. Этот способ хорошо работает при условии – на одну вакансию требуется один работник (4) и каждый кандидат может быть принят только на одну работу (5):

$$\sum x_j \leq 1, \ (4)$$

$$\sum x_i \leq 1. \ (5)$$

В условиях развития малого предпринимательства и нестабильного спроса, что предполагает рассмотрение организации как открытой системы [9], классическая задача о назначениях дополняется рядом условий:

- сотрудники принимаются на постоянную работу с фиксированной заработной платой,

- необходимо максимизировать доход фирмы,

- при этом стараться сократить издержки на осуществление деятельности, что, теоретически, возможно при найме сотрудников, способных выполнять разные виды работ [10].

Таким образом, задача о назначениях будет формулироваться следующим образом: пусть есть M вакансий и N кандидатов на работу, кандидаты представлены двумя группами: N1 - узкие специалисты с высокой эффективностью труда, N2 – кандидаты, которые могут совмещать несколько вакансий при более низкой эффективности труда. Заработная плата выплачивается в виде оклада, независимо от количества отработанных часов.

Поставлена задача оптимального набора персонала, максимизирующая прибыль фирмы с учётом вероятности простоя.

Выдвинута гипотеза, что при значительной неопределённости спроса на разные виды работ, компании выгоднее нанимать универсальных сотрудников, которые могут выполнять разные виды работ.

Критерием оптимальности данной задачи является максимизация прибыли. Для её определения необходимо учесть систему оплаты труда – при окладной системе оплаты простои в работе сотрудника из-за недостаточного спроса на его узкоспециализированную работу могут привести к существенным потерям прибыли организации. Для отображения ситуации с недостаточным/нестабильным спросом объём выполняемой работы будем учитывать в часах. Доходы компании определяются стоимостью 1 часа работы и объёмом работы в часах.

Таким образом, критерий оптимальности исследуемой задачи определится по формуле (6):

$$P = \sum_{j=1}^{M} p_j \cdot y_{ij} - \sum_{i=1}^{N} c_i \cdot k_i \rightarrow max, \quad (6)$$

где Р – прибыль фирмы,

p_j – цена 1 часа j-й работы,

y_{ij} – объём j-й работы, выполненной i-м сотрудником (в часах),

c_i - оклад i-го сотрудника,

$$k_i = \begin{cases} 1, i - \text{й кандидат принят на работу} \\ 0, i - \text{й кандидат не принят на работу} \end{cases},$$

М – количество вакансий, N – число кандидатов.

При такой формулировке решение задачи симплекс-методом невозможно. Придётся ограничиться нахождением локального оптимального решения нелинейным методом обобщенного понижающего градиента (ОПГ).

Эффективность работы определяется объёмом работы, выполняемым сотрудником за 1 час. Так, средняя эффективность равна 1, низкая эффективность меньше 1, высокая эффективность выше 1.

$$y_{ij} \le x_{ij} \cdot E_{ij}, \ (7)$$

где x_{ij} – количество часов j-й работы, отработанных i-м сотрудником, E_{ij} – коэффициент эффективности выполнения j-й работы i-м сотрудником.

Необходимо учитывать, что по трудовому законодательству количество часов работы сотрудника ограничено:

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} \le 160,$$

поэтому, выгодно увеличивать доходы компании, нанимая высокоэффективных сотрудников, выполняющих больший объём работ за меньшее время.

В условиях нестабильного или просто недостаточного спроса $\sum_{i=1}^{M} y_{ij} \ll Q_j$,ставится вопрос о необходимости совмещения ряда выполняемых работ:

$$\sum x_j \le N \ \ (8),$$

$$\sum x_i \le M \ \ (9).$$

Создадим базу данных для проведения численных экспериментов.

2. Математическая модель

Рассмотрим деятельность фирмы по продаже и ремонту оборудования. Существующие вакансии: менеджер по продажам (продажи оборудования) с окладом 50.000 рублей, сервис-менеджер (ремонт оборудования) с окладом 30.000 рублей, грузчик-водитель с окладом 20.000 рублей.

Совместителей принимают на вакансию (Vi), где их эффективность максимальна, замещения должностей оплачиваются по окладу основной должности.

Есть шесть претендентов (P_i), как узкие специалисты с высоким коэффициентом эффективности, так и универсальные сотрудники с более низкими коэффициентами эффективности. Данные о сотрудниках представлены в таблице 1.

Таблица 1. Эффективность претендентов

	V1	V2	V3
P1	1,1	-	-
P2	-	1,1	-
P3	-	-	1,1
P4	0,7	0,8	1
P5	0,8	1	0,9
P5	1	0,7	0,9

Примечание. V1, V2,V3 – первый, второй и третий вид работ, соответственно. P1, P2, P3, P4, P5, P6 –претенденты на работу.

Спрос на работу первого, второго и третьего вида Q1, Q2, Q3 соответственно (в часах). Нормальный (достаточный) спрос равен 160 часов на каждый вид работ. Дефицит спроса оценивается в % от нормального. Цены на работу составляют 1000, 600 и 400 рублей, соответственно.

Тогда целефая функция модели определится выражением:

$$P = 1000y_1 + 600y_2 + 400y_3 + 0y_4 + 0y_5 + 0y_6 -$$
$$-(50000k_1 + 30000k_2 + 20000k_3 + 20000k_4 + 30000k_5 + 50000k_6) \to max.$$

Ограничения примут следующий вид:

$$y_1 \geq x_{11} \cdot 1{,}1 + x_{21} \cdot 0 + x_{31} \cdot 0 + x_{41} \cdot 0{,}7 + x_{51} \cdot 0{,}8 + x_{61} \cdot 1$$

$$y_2 \geq x_{12} \cdot 0 + x_{22} \cdot 1{,}1 + x_{32} \cdot 0 + x_{42} \cdot 0{,}8 + x_{52} \cdot 1 + x_{62} \cdot 0{,}7$$

$$y_3 \geq x_{13} \cdot 0 + x_{23} \cdot 0 + x_{33} \cdot 1{,}1 + x_{43} \cdot 1 + x_{53} \cdot 0{,}9 + x_{63} \cdot 0{,}9$$

$$y_4 \geq x_{14} \cdot 0 + x_{24} \cdot 0 + x_{34} \cdot 0 + x_{44} \cdot 0 + x_{54} \cdot 0 + x_{64} \cdot 0$$

$$y_5 \geq x_{15} \cdot 0 + x_{25} \cdot 0 + x_{35} \cdot 0 + x_{45} \cdot 0 + x_{55} \cdot 0 + x_{65} \cdot 0$$

$$y_6 \geq x_{16} \cdot 0 + x_{26} \cdot 0 + x_{36} \cdot 0 + x_{46} \cdot 0 + x_{56} \cdot 0 + x_{66} \cdot 0$$

$$\mathrm{x}_{11} \leq 160$$

$$\mathrm{x}_{22} \leq 160$$

$$\mathrm{x}_{33} \leq 160$$

$$\mathrm{x}_{41} + \mathrm{x}_{42} + \mathrm{x}_{43} \leq 160$$

$$\mathrm{x}_{51} + \mathrm{x}_{52} + \mathrm{x}_{53} \leq 160$$

$$\mathrm{x}_{61} + \mathrm{x}_{62} + \mathrm{x}_{63} \leq 160$$

$$y_1 \leq Q_1$$

$$y_2 \leq Q_2$$

$$y_3 \leq Q_3$$

$$y_4 \leq Q_4$$

$$y_5 \leq Q_5$$

$$y_6 \leq Q_6$$

$$k_i = \{0; 1\}$$

$$\mathrm{x}_{ij} \geq 0$$

Так как объём выпуска зависит не только от количества часов, отработанных i-м сотрудником, но и от его эффективности, то составить закрытую задачу до начала решения невозможно. В таком виде задача решается методом ОПГ, который, к сожалению, не является оптимальным и требует ручной доработки.

3. Результаты

На базу построенной математической модели были проведены 4 вида численных экспериментов в MS Excel:

№1: эффективность кандидатов значительно различается, большой генерируемый доход, равная оплата труда p_1=100000, p_2= 6000, p_3=4000;

№2: эффективность кандидатов значительно различается, генерируемый доход немного больше зарплаты, неравная оплата труда c_1=50000, c_2=30000, c_3=20000, c_4=15000, c_5=20000, c_6=40000;

№3: эффективность кандидатов значительно различается, генерируемый доход немного больше зарплаты p_1=1000, p_2= 600, p_3=400, равная оплата труда;

№4: эффективность кандидатов незначительно различается, генерируемый доход немного больше зарплаты, равная оплата труда.

В таблице 2 результаты представлены перечнем предпочтительных кандидатов P_1(1), P_2(2), P_3(3), P_4(4), P_5(5),P_6(6).

Таблица 2. Результаты численных экспериментов

Размер дефицита спроса	Спрос в часах	№1	№2	№3	№4
0%	160	1,2,3 или 4,5,6	1,2,3 или 4,5,6	4,5,6	1,2,3 или 4,5,6
5%	152	1,2,3 или 4,5,6	1,2,3 или 4,5,6	4,5,6	1,2,3 или 4,5,6
10%	144	1,2,3 или 4,5,6	1,2,3 или 4,5,6	4,5,6	1,2,3 или 4,5,6
15%	136	1,2,3 или 4,5,6	1,2,3 или 4,5,6	4,5,6	1,2,3 или 4,5,6
20%	128	1,2,3 или 4,5,6	1,2,3 или 4,5,6	4,5,6	1,2,3 или 4,5,6
25%	120	1,2,3 или 4,5,6	1,2,3 или 4,5,6	4,5,6	1,2,3 или 4,5,6
30%	112	1,2,3 или 4,5,6	1,2,3 или 4,5,6	4,5	4,5
35%	104	1,2,3 или 4,5,6	4,5	4,5	4,5
40%	96	4,5	4,5	4,5	4,5
45%	88	4,5	4,5	4,5	4,5
50%	80	4,5	4,5	4,5	4,5

В таблице 2 №1, №2, №3, №4 обозначают вид эксперимента, описанный выше по тексту. Числовые значения 1, 2, 3, 4, 5, 6 в таблице обозначают номер предпочтительного кандидата.

При равной оплате труда, зависящей от занимаемой должности, но не от компетенции (эффективности) при небольшом дефиците спроса без разницы, нанимать высокоэффективных «узких» специалистов или менее эффективных «универсальных».

Приоритет «универсальным» специалистам отдаётся в случае сильного дефицита спроса (от 40%). В этом случае 2 «универсальных» сотрудника могут распределить между собой работу третьего и достигается эффект экономии на заработной плате.

Если оплата «универсальных» кандидатов будет меньше, чем у высокоэффективных «узких» специалистов, то при дефиците спроса всегда выгоднее нанимать более дешёвых кандидатов, где каждый работает на 1 вакансии. При дефиците спроса от 30% более экономичным вариантом является наём двух «универсальных» кандидатов. Таким образом, экономится фонд заработной платы.

При этом заработная плата начинает оказывать существенное влияние на выбор между «узкими» и «универсальными» кандидатами в случае, если генерируемый доход каждого сотрудника превышает затраты на заработную плату не более чем в три раза.

Общий вывод состоит в том, что при если дефицит спроса колеблется в интервале от 0 до 30%, то при равной оплате труда разумно нанимать высококвалифицированных «узких» специалистов. При нестабильном спросе с колебаниями более 30% или при меньшей оплате труда «универсальных» специалистов выбор нужно делать из группы «совместителей».

Используемый метод математического моделирования позволил построить модель отбора персонала по критерию прибыли с учётом специфики работы предприятия в условиях нестабильного спроса с учётом окладной системы оплаты труда. Данная модель позволяет учесть как доходы, так и расходы предприятия в результате найма тех или иных претендентов. Недостатком можно посчитать дополнительное уточнение решения метода перебора, что никак не влияет на ценность модели и выводов. При этом решение задачи является наилучшим. В результате множества проведённых численных экспериментов, в условиях нестабильного спроса рекомендуется нанимать «универсальных» сотрудников, которые могут достаточно эффективно выполнять разные виды работ по номенклатуре предприятия.

Список литературы

1. Щукина Н.А. Некоторые подходы к решению задачи о назначениях// Проблемы экономики и менеджмента. 2016 – 5(57). С. 169-174

2. Олейникова С.А., Менкова Е.С Динамическая задача о назначении единичного задания с временными ограничениями // Вестник Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, 2020, 16(6). С. 19-24.

3. Михеева Т.Н. Применение метода ветвей и границ для решения минимаксной задачи о назначениях. // Вопросы науки и образования. Йошкар-Ола, 2018, 14(26). С. 36-37

4. Балашова И.Ю. Модель и алгоритм решения задачи о назначениях с приоритетами // Информационные технологии в науке и образовании. Проблемы и перспективы Сборник статей по материалам VII Всероссийской межвузовской научно-практической конференции. Под редакцией Л.Р. Фионовой. Пенза, 2020. С. 80-82.

5. Кожухаров А. Н., Ларичев О. И. Многокритериальная задача о назначениях // Автоматика и телемеханика, Москва, 1977, выпуск 7. С. 71-88.

6. Карпук А.А. Алгоритмы решения многомерной задачи о назначениях // Информатика, Минск, 2018, 2(18). С. 5-13

7. Медведев С. Н., Медведева О. А. Адаптивный алгоритм решения аксиальной трехиндексной задачи о назначениях // Автоматика и телемеханика, Москва, 2019, выпуск4. С. 156-172.

8. Guannan Qu, Dave Brown, Na Li. Distributed greedy algorithm for multi-agent task assignment problem with submodular utility functions //Automatica, Volume 105, July 2019, P. 206-215.

9. Гамаонов Владимир Георгиевич, Олисаев Эльбрус Георгиевич. Формализация задачи подбора персонала с применением системного подхода // Вестник Брянского государственного технического университета, 2018, 3(64). С. 82-87.

10. Jie Lian, Chen Guang Liu, Wen Juan Li, Yong Yin. A multi-skilled worker assignment problem in *seru* production systems considering

the worker heterogeneity// Computers & Industrial Engineering, Volume 118, April 2018, Pages 366-382

THE STAFF PROBLEM SOLUTION OF APPOINTMENT WITH UNSTABLE DEMAND

O.A. Kuznetsova, N.A. Kuznetsov

Samara University,
Samara, Russian Federation

Abstract. A variant of the assignment problem for the unstable demand case is considered. The proposed mathematical model peculiarity is the employees' wages accounting, which is calculated regardless of the work amount performed. The parameters that determine the applicants choice are evaluated, such as the demand deficit, the employees efficiency, the difference in employees wages.

Key words: mathematical model, assignment problem, optimization, efficiency, demand deficit.