

ХII Всероссийская научно-практическая конференция

*Математические модели современных экономических процессов,
методы анализа и синтеза экономических механизмов.*

Королькова Н.А. Оценка стоимости экзотических опционов методом Монте-Карло в среде MatLab / Н.А. Королькова // Математические модели современных экономических процессов, методы анализа и синтеза экономических механизмов. Актуальные проблемы и перспективы менеджмента организаций в России: сб. ст. ХII Всерос. науч.-практ. конф. / Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова Рос. акад. наук.; Самар. нац. исслед. ун-т им. С.П. Королева, под ред. Д.А. Новикова – Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2018. - С. 58–63.

ОЦЕНКА СТОИМОСТИ ЭКЗОТИЧЕСКИХ ОПЦИОНОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО В СРЕДЕ MATLAB

Королькова Н.А.

*Российская федерация, г Саратов,
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»*

Аннотация: В статье представлены два алгоритма оценки барьерного опциона методом Монте-Карло. Реализованные на языке MatLab методы позволяют добиться улучшения точности вычислений и значительно сокращают время расчетов.

Ключевые слова: опцион, барьерные опционы, метод Монте-Карло, процедуры уменьшения дисперсии

Рынок опционов является одним из самых быстро растущих и развивающихся финансовых рынков, поэтому задача определения цен опционов является актуальной в связи с их популярностью на финансовом рынке.

Опцион – это сделка, дающая право его владельцу купить или продать определенное количество ценных бумаг, товаров по фиксированной цене в течение оговоренного срока. Барьерные опционы (Barrier option), выплаты по которым зависят от того, достигла ли цена базового актива некоторого уровня за определенный период времени или нет, получили широкое распространение на бирже. Барьерные опционы являются примером экзотических опционов и активно используются как инструмент хеджирования валютных рисков. Барьерные опционы инвесторы выбирают чаще, в силу того, что премия по ним ниже, чем по обычным опционам.

Цена опциона может быть вычислена по формуле Блэка – Шоулса для вычисления цены опциона путем выполнения нескольких несложных

операций. Это аналитический метод решения. Однако в ряде случаев (например, при переменных процентных ставках) эти формулы работать не будут, что потребует численного моделирования.

Метод Монте-Карло, в отличие от других численных методов оценки стоимости опционов, дает лучшую оценку статистической ошибки [1]. Обычно, моделирование методом Монте-Карло имеет следующую структуру: проведение одной и той же процедуры много раз, учет всех индивидуальных результатов и суммирование их в совокупную аппроксимацию рассматриваемой проблемы. Для большинства методов Монте-Карло мы можем выбрать любое подмножество таких отдельных результатов и суммировать их для получения оценки. Более точное решение будет достигаться более частым повторением итеративной процедуры, все большее и большее количество раз, в конечном итоге сходясь в бесконечности.

Метод Монте-Карло затронул с точки зрения вычислительных мощностей и может использоваться с помощью усовершенствованной вычислительной техники. Ошибка вычислений, проводимых на основе этого метода, существенно зависит от количества моделируемых испытаний. Чем больше испытаний мы проводим, тем меньше ошибка, и в то же время больше временные затраты на расчеты. Однако, принимая во внимание достоинства метода (например, простоту реализации), необходимо помнить о достаточно медленной сходимости. Поэтому, нас интересует поведение конвергенции, а точнее, скорость этой сходимости.

В нашей задаче важно получить хорошую аппроксимацию (приближение) довольно быстро. В частности, представляют интерес вычислительные процедуры, позволяющие уменьшить дисперсию и значительно сэкономить время. В работе исследованы алгоритмы оценки барьерного опциона методом Монте-Карло.

Результаты исследования скорости сходимости и ранее произведенных вычислений в среде Visual Basic for Applications для MS Excel показали, что метод антитетических переменных (antithetic variates) позволяет добиться

улучшения точности вычислений в два раза, по сравнению с обычным методом Монте-Карло, при тех же случайных величинах, а метод контрольных переменных (control variate) – в десять раз. Применение метода антитетических переменных и метода контрольных переменных в комбинации, позволяет добиться улучшения точности вычислений в сто раз.

Далее, рассмотренные алгоритмы уменьшения дисперсии (метод антитетических (несовместных) переменных и метод контрольных переменных), основанные на методе Монте-Карло, реализованы с помощью языка MATLAB.

Методом антитетической переменной в ходе одного испытания вычисляются две оценки производной. Первая оценка вычисляется как обычно, а вторая оценка – после замены знаков всех случайных чисел, извлеченных из генеральной совокупности со стандартизованным нормальным распределением на противоположный [2]. Например, если при вычислении оценки f_1 было сгенерировано число X , то при вычислении оценки f_2 используется число $-X$). Выборочная стоимость дериватива (финансового инструмента), вычисленная в результате испытания, равна среднему

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (1)$$

Окончательная оценка стоимости дериватива представляет собой среднее значение оценок f , вычисленных в ходе многочисленных испытаний.

Пусть ω – стандартное отклонение оценок f , а N – количество испытаний. Тогда стандартное отклонение оценки равно

$$\frac{\omega}{\sqrt{N}} \quad (2)$$

Как правило, это число намного меньше стандартной ошибки, вычисленной в ходе $2N$ случайных испытаний.

Этот метод работает хорошо, поскольку если одна из оценок больше истинного значения, то другая будет меньше, и наоборот. Таким образом,

процедура автоматически удваивает размер выборки при фактически неизменном количестве случайных выборов. Окончательная оценка стоимости дериватива представляет собой среднее значение оценок f , вычисленных в ходе многочисленных испытаний.

Метод контрольной величины применяется в ситуациях, когда существует два аналогичных дериватива А и В. [3]. Контрольная переменная – это дополнительная переменная, добавляемая в оценку, имеющую нулевое среднее значение. Такие переменные можно вводить на любом этапе, поскольку они не влияют на ожидания. Контрольные переменные влияют на дисперсию.

Пусть А – ценная бумага, подлежащая оценке, дериватив В – аналогичный дериватив, стоимость которого можно вычислить аналитически, или она достоверно известна. Первое испытание используется для вычисления оценки f_A^* стоимости дериватива А, а второе – для вычисления оценки f_B^* стоимости дериватива В. Для уточнения стоимости дериватива А используется следующая формула

$$f_A = f_A^* - f_B^* + f_B^* \quad (3)$$

Где f_B^* – известная истинная стоимость дериватива.

Таким образом, сравнивая обычный метод Монте-Карло с рассмотренными процедурами уменьшения дисперсии в среде MATLAB, мы видим, что при методе антитетических переменных, когда мы берем среднее по результатам каждой пары чисел, результаты метода Монте-Карло будут менее вариативными, чем результаты, полученные путем обычной случайной выборки. Метод контрольных переменных дает наименьшую ошибку, по сравнению с методом антитетических переменных.

Рассмотренные алгоритмы оценки стоимости барьерного опциона позволяют добиться улучшения точности вычислений и значительно

сокращают время расчетов. Чем меньше стандартная ошибка, тем уже и лучше доверительный интервал, что указывает на более точную оценку.

Список литературы

1) Джекел П. Применение методов Монте-Карло в финансах. М.: Интернет-трейдинг, 2004 . С. 10.

2) Джексон Мери, Стонтон Майк. Особенности финансового моделирования с помощью Excel и VBA.: Пер. с англ. – М., Издательский дом «Вильямс»., 2006, С. 266.

3) Халл, Джон К. Опционы, фьючерсы и другие финансовые инструменты, 6-е издание.:Пер. с англ. – М.: ООО ИД «Вильямс», 2007. С. 574.

IMPLEMENTATION OF ALGORITHMS FOR EVALUATION OF THE COST OF EXOTIC OPTIONS BY THE MONTE-CARLO METHOD IN THE MATLAB ENVIRONMENT

N.A. Korolkova

Saratov State University, Saratov, Russian Federation

Abstract: The article presents two algorithms for estimating a barrier option by the Monte Carlo method. The methods implemented in MatLab language allow to improve the accuracy of calculations and significantly reduce the calculation time.

Keywords: Options, barrier options, the Monte Carlo method, procedures for reducing variance

References:

4) Jackel P. Application of Monte Carlo methods in finance. Moscow: Internet Trading, 2004. С. 10.

5) Jackson Mary, Staunton Mike. Features of financial modeling using Excel and VBA .: Per. with English. - М., Publishing house "Williams"., 2006, p. 266.

6) Hull, John K. Options, futures and other financial instruments, 6th edition.: Trans. with English. - М .: Williams Publishing House, 2007. P. 574.