

ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЕМ: ДИНАМИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

Радчик М.В.

Волгоградский государственный университет

Аннотация: работа посвящена построению дескриптивно-оптимизационной модели управления промышленным предприятием в условиях среднесрочного планирования. Результаты приводятся для предприятий, применяющих поперечный метод калькуляции себестоимости продукции. В отличие от стационарной модели [2] горизонт планирования значительно превышает продолжительность производственного цикла, что обуславливает необходимость дополнительной оптимизации целевого функционала. В новых условиях линейность функционала прибыли относительно сортамента выпуска сохраняется.

Ключевые слова: модель управления предприятием, сортament, поперечный метод калькуляции себестоимости, горизонт планирования.

Управление предприятием направлено на достижение определенных результатов в ходе организации хозяйственной деятельности, к таким целям можно отнести, в частности, и максимизацию прибыли.

Затраты, которые предприятие несет при производстве и реализации продукции, отражаются в ее себестоимости; этот процесс регламентируется [3]. В этой связи данный экономический показатель оказывает непосредственное влияние на величину ожидаемой прибыли. Действующие сегодня методики расчета себестоимости, к сожалению, не позволяют осуществлять полноценное планирование показателя, используя в основном по факту изготовления, в том числе по причине зависимости себестоимости продукции от пропорции выпуска (т.н. сортament), что в свою очередь существенно затрудняет управление размерами получаемой прибыли, ограничивает возможности для ее последующего распределения.

Предположим, что производственный процесс разделен на N технологических стадий (переделов), на каждой из которых выпускается n_h видов продукции. При этом продукция каждой стадии может быть реализована как самостоятельный продукт, либо участвовать в изготовлении изделий другого передела. В конечном итоге, общее количество видов

продукции, включая полуфабрикаты всех стадий, по предприятию в целом составляет $N = \sum_{h=1}^H n_h$.

Обозначим количество видов продукции, произведенных до u -ого передела включительно, как $n_u^* \equiv \sum_{g=1}^u n_g^*$, ($n_0^* \equiv 0$). Тогда прибыль за период планирования $[T_0, T_H]$ можно представить в виде:

$$(1) \quad \pi = (1 - \beta) \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \int_{T_{h-1}}^{T_h} D(\tau) \cdot (p_i(\tau) - \hat{s}_i(\tau)) \cdot t_i(\tau) d\tau,$$

где β – ставка налога на прибыль; $D(\tau)$ – дефлятор, учитывающий прогнозируемый уровень инфляции за период $[0, \tau]$; $t_i(\tau)$, $\hat{s}_i(\tau)$ и $p_i(\tau)$ – объем выпуска, себестоимость и цена реализации (за вычетом НДС и акцизов) продукции i -ого вида продукции в момент времени τ .

На практике функция себестоимости обладает достаточно сложной структурой: в рамках каждого передела себестоимость выпускаемых видов продукции определяется целым рядом характеристик (цен, технологий и пропорций выпуска), которые в свою очередь являются функциями времени:

$$(2) \quad \hat{s}_i(\tau) = s_i(\tau, z(\tau), \gamma(\tau), t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau)), i = \overline{n_{h-1}^*+1, n_h^*},$$

где $\gamma(\tau), z(\tau)$ – вектор-функции совокупности технологических и ценовых характеристик, соответственно.

Сформулируем основные гипотезы модели, если базовые технологии неизменны, а производственные мощности и ценовые показатели варьируются.

- Цены на материалы, сырье, готовые изделия – $z(\tau), p_i(\tau)$ – являются известными функциями времени.
- Компоненты вектор-функции базовых технологий $\gamma(\tau)$, $\gamma_\xi(\tau) \equiv C_\xi = const$ на протяжении всего периода $[T_0, T_H]$ остаются неизменными.

Таким образом, получаем, что плановая себестоимость является функцией сортамента – т.е. набора, состоящего из упорядоченных пар $\{i, t_i\}$, где i – вид (номер) изделия $i = \overline{n_{h-1}^*+1, n_h^*}, \forall h = \overline{1, H}$; $t_i(\tau)$ – планируемый объем выпуска продукции данного вида в момент времени τ :

$$s_i \left(\tau, z(\tau), \gamma(\tau), t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau) \right) = \tilde{s}_i \left(\tau, t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau) \right).$$

Для прогнозирования прибыли необходимо знать себестоимость продукции до начала выпуска, но она, в свою очередь, зависит от сортамента, который становится известным, как правило, по факту изготовления. Сложившуюся ситуацию предлагается разрешить с помощью реализации следующего алгоритма:

1) формирование прибыли как функционал от сортамента

$$\pi = \pi(\tau, t_1(\tau), \dots, t_N(\tau));$$

2) максимизация функционала прибыли (1'):

$$\pi = (1-\beta) \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \int_{T_{h-1}}^{T_h} D(\tau) \left(p_i(\tau) - \tilde{s}_i \left(\tau, t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau) \right) \right) \cdot t_i(\tau) d\tau \rightarrow \max_{t_1(\tau), \dots, t_N(\tau)}$$

3) определение сортамента $t_1(\tau), \dots, t_N(\tau)$, доставляющего экстремум функционалу прибыли (1');

4) вычисление искомым значений себестоимости \tilde{s}_i и прибыли π .

Необходимо отметить, что данная задача оптимизации сохраняет свою актуальность в полной мере и в случае изменения методики, используемой при расчете себестоимости. Модификация последней скажется лишь на методах оптимизации.

Будем рассматривать модель управления предприятием, использующим попередельный метод калькуляции затрат по полуфабрикатам. Данная ситуация характерна для предприятий с многоступенчатой организацией выпуска (металлургия, нефтепереработка, приборостроении и др.). Технологически процесс комплексной переработки сырья состоит из нескольких переделов. Попередельное калькулирование состоит в учете затрат по переделам, несмотря на то, что в каждом из них могут быть выпущены изделия нескольких видов. Состав и классификация затрат, включаемых в себестоимость продукции, регламентируются [2]. Структура совокупных затрат предприятия (Cost), учитываемых при расчете себестоимости продукции, определяется следующим образом:

$$Cost = M + R + C + Fa + Fi - W,$$

где M – прямые затраты на материалы; R – косвенные¹ затраты на сырье; C – расходы по реализации готовой продукции; F_a – затраты, связанные с управлением предприятием и организацией производства в целом; F_i – прочие расходы, за исключением «возвратных отходов» W .

Производственная себестоимость единицы i -го вида продукции определяется как отношение совокупных производственных расходов передела ($Cost_h$) к объему выпуска соответствующего вида продукции $\forall i = n_{h-1}^* + 1, \dots, n_h^*$,

$$(3) \quad g_i(t_1, \dots, t_{n_h^*}) = \frac{(Cost_h(\tau))_i}{t_i + \tilde{t}_i} = \sum_{j=1}^m a_{ij} (z_j - z m_j (1 - k m_j)) + \\ + \frac{f1_i}{\sum_{q=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} f1_q(t_q + \tilde{t}_q)} \sum_{q=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \sum_{l=1}^k b_{ql} (z b_l - z r_l (1 - k r_l)) \cdot (t_q + \tilde{t}_q) + \frac{f2_i}{\sum_{q=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} f2_q(t_q + \tilde{t}_q)} F i_h,$$

где $f1_i, f2_i$ – коэффициенты пропорциональности (или коэффициенты трудоемкости) соответствующих видов издержек; $t_i \equiv \int_{T_{h-1}}^{T_h} t_i(\tau) d\tau$ – валовой и

$\tilde{t}_i \equiv \int_{T_{h-1}}^{T_h} \tilde{t}_i(\tau) d\tau$ – товарный выпуск h -ого передела (*сортамент выпуска в рамках*

передела от времени не зависит!); z_j и $z b_l$ прогноз цены за единицу j -ого вида материала и l -ого вида сырья, соответственно ($j = 1, \dots, m, l = 1, \dots, k$); a_{ij} и b_{il} – норма расхода материалов и сырья для обработки в i -ой стадии; $k m_j$ и $k r_l$ – коэффициенты использования j -ого вида материала и l -ого вида сырья.

После того как известна производственная себестоимость продукции передела, становится возможным расчет полной себестоимости.

Расчетное значение полной плановой себестоимости i -ого вида продукции (\tilde{s}_i), учитываемое в функционале прибыли, приобретает вид:

¹ Прямое отнесение на конкретное изделие затруднительно, а для некоторых категорий расходов даже невозможно

$$(4) \quad \forall h = \overline{1, H}, i = \overline{n_{h-1}^* + 1, n_h^*},$$

$$\tilde{s}_i(\tau, t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau)) = \frac{(Cost_h(\tau))_i}{t_i + \tilde{t}_i} = \sum_{j=1}^m a_{ij} (z_j - z m_j (1 - k m_j)) +$$

$$+ \frac{f 1_i}{\sum_{q=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} f 1_q (t_q + \tilde{t}_q)} \sum_{q=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \sum_{l=1}^k b_{ql} (z b_l - z r_l (1 - k r_l)) \cdot (t_q + \tilde{t}_q) + \frac{f 2_i}{\sum_{q=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} f 2_q (t_q + \tilde{t}_q)} F i_h + \frac{F a_h + C_h}{\sum_{q=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} (t_q + \tilde{t}_q)}.$$

Себестоимость продукции каждого последующего передела представляет собой сумму собственных затрат и себестоимости используемых полуфабрикатов предшествующих переделов; при этом во избежание многократного наложения одних и тех же затрат внутривозвратной оборот исключается из совокупных затрат при определении реальной прибыли предприятия.

Учитывая, что на практике протяженность горизонта планирования $[T_0, T_e]$ обычно существенно превышает продолжительность производственного цикла $[T_0, T_H]$ (здесь $T_H \ll T_e$)¹, а все ценовые характеристики модели являются кусочно-постоянными функциями времени (см. п.1), период планирования $[T_0, T_e]$ может быть разбит на ν временных отрезков, т.ч. $T_e \equiv T_{\nu H}$:

$$[T_0, T_H], [T_H, T_{2H}], \dots, [T_{(r-1)H}, T_{rH}], \dots, [T_{(\nu-1)H}, T_{\nu H}], r = 1, \dots, \nu,$$

на каждом из которых общая постановка задачи оптимизации (1') определяет стационарную модель, аналогичную приводимой в работе [2].

Кроме того, согласованность внутри самого производственного цикла (среднесрочного планирования с краткосрочным) позволяет рассматривать динамическую модель управления предприятием как совокупность стационарных моделей на отрезках разбиения $[T_{h-1}^r, T_h^r] \quad \forall h = \overline{1, H}$ периода $[T_{(r-1)H}, T_{rH}]$, $\forall r = \overline{1, \nu}$ соответствующих переделам на r -ом временном отрезке (рисунок 1)

¹ В работе [2] горизонт планирования прибыли предприятия совпадал с продолжительностью производственного цикла.

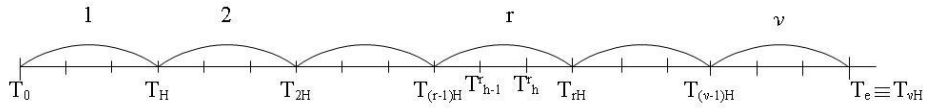


Рисунок 1 – Разбиение динамической модели $[T_0, T_e]$ на стационарные

$$[T_{h-1}^r, T_h^r]$$

В этой связи исходная задача управления (1') может быть переформулирована:

$$(1'') \quad \pi = (1 - \beta) \sum_{r=1}^v \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \left(\int_{T_{h-1}^r}^{T_h^r} D_r(\tau) (p_i(\tau) - \tilde{s}_i(\tau, t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau))) (t_i(\tau) + \tilde{t}_i(\tau)) d\tau \right) \rightarrow \max_{t_1(\tau), \dots, t_N(\tau)}$$

где $D_r(\tau)$, $\forall r = 1, \dots, v$, - индивидуальный дефлятор. Максимизация прибыли осуществляется в предположении, что затраты на хранение отсутствуют (вся продукция \tilde{t}_i^r реализуется в том же временном периоде, что и выпуск)¹.

Принимая во внимание то, что $\forall r = 1, \dots, v$, $\forall h = 1, \dots, H$, $\forall \tau \in [T_{h-1}^r, T_h^r]$

$$D_r(\tau) p_i(\tau) \equiv p_i^{h,r}, \quad D_r(\tau) g_i(\tau) \equiv g_i^{h,r}$$

преобразуем целевой функционал динамической модели управления (1''):

$$(5) \quad \begin{aligned} \pi &= (1 - \beta) \sum_{r=1}^v \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \int_{T_{h-1}^r}^{T_h^r} D_r(\tau) (p_i(\tau) - \tilde{s}_i(\tau, t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau))) (t_i(\tau) + \tilde{t}_i(\tau)) d\tau = \\ &= (1 - \beta) \sum_{r=1}^v \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \left(p_i^{h,r} (t_i^r + \tilde{t}_i^r) - \int_{T_{h-1}^r}^{T_h^r} D_r(\tau) \tilde{s}_i(\tau, t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau)) (t_i(\tau) + \tilde{t}_i(\tau)) d\tau \right), \end{aligned}$$

где $p_i^{h,r}$ - цена реализации, $g_i^{h,r}(t_1, \dots, t_{n_h^*})$ - себестоимость

обработки, $t_i^r \equiv \int_{T_{h-1}^r}^{T_h^r} t_i(\tau) d\tau$ - валовой и $\tilde{t}_i^r \equiv \int_{T_{h-1}^r}^{T_h^r} \tilde{t}_i(\tau) d\tau$ - товарный выпуск i -го вида

продукции в h -м периоде на r -ом интервале ценопостоянства.

Подставляя расчетное значение себестоимости i -го продукта (4) в (5) на основании предположений модели, получаем

$$(6) \quad \begin{aligned} \pi &= (1 - \beta) \sum_{r=1}^v \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \left(p_i^{h,r} (t_i^r + \tilde{t}_i^r) - \int_{T_{h-1}^r}^{T_h^r} D_r(\tau) \tilde{s}_i(\tau, t_1(\tau), \dots, t_{n_h^*}(\tau)) (t_i(\tau) + \tilde{t}_i(\tau)) d\tau \right) = \\ &= (1 - \beta) \left(\sum_{r=1}^v \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} (p_i^{h,r} - g_i^{h,r}(t_1, \dots, t_{n_h^*})) (t_i^r + \tilde{t}_i^r) - (Fa + C) \right). \end{aligned}$$

¹ Предприятия подобного типа используют складские помещения для некоторого запаса материалов, который предназначен для обеспечения непрерывности производственного процесса. Расходы по содержанию и эксплуатации такого рода объектов включаются в общезаводские расходы (Fa).

Учитывая методику калькуляции плановой себестоимости комбинированным способом распределения затрат между разными полуфабрикатами каждой технологической стадии (3), получаем¹:

$$(7) \quad \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} g_i^{h,r} (t_1, \dots, t_{n_h^*}) (t_i^r + \tilde{t}_i^r) = \\ = \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} \left(\sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot (z_j^{h,r} - (1 - km_j) \cdot zm_j^{h,r}) + \sum_{l=1}^k b_{il} \cdot (zb_l^{h,r} - (1 - kr_l) \cdot zr_l^{h,r}) \right) (t_i^r + \tilde{t}_i^r) + Fi.$$

Приведенный функционал прибыли (6) с учетом (7) приобретает вид

$$(8) \quad \pi = (1 - \beta) \left(\sum_{r=1}^v \sum_{h=1}^H \sum_{i=n_{h-1}^*+1}^{n_h^*} (p_i^{h,r} - g_i^{h,r} (t_1, \dots, t_{n_h^*})) (t_i^r + \tilde{t}_i^r) - (Fa + C) \right) = \\ = (1 - \beta) \left(\sum_{r=1}^v \sum_{i=1}^N \left(p_i^r - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot (z_j^r - (1 - km_j) \cdot zm_j^r) - \sum_{l=1}^k b_{il} \cdot (zb_l^r - (1 - kr_l) \cdot zr_l^r) \right) (t_i^r + \tilde{t}_i^r) - (Fi + Fa + C) \right)$$

Из (8) видно, что функционал прибыли линеен относительно сортамента $(t_1^r, \tilde{t}_1^r, t_2^r, \tilde{t}_2^r, \dots, t_{N-1}^r, \tilde{t}_{N-1}^r, t_N^r, \tilde{t}_N^r)$.

Естественно полагать наличие некоторых ограничений на выпуск, обусловленных особенностями попередельного учета затрат на предприятии. В частности, на i -ый вид продукции $(t_i^r + \tilde{t}_i^r)$, $\forall i = 1, \dots, N$ может быть наложено условие:

$$(9) \quad \min(\tilde{t}_i + t_i) \leq \sum_{r=1}^v (\tilde{t}_i^r + t_i^r) \leq \max(\tilde{t}_i + t_i)$$

где $\min(\tilde{t}_i + t_i)$ и $\max(\tilde{t}_i + t_i)$ – минимальные и максимальные производственные мощности предприятия. Аналогично могут быть сформулированы ограничения и для объемов внутреннего потребления полуфабрикатов.

Организация производственного цикла по переделам вносит и технологические коррективы в систему ограничений: согласованность технологических коэффициентов использования полуфабрикатов для внутреннего потребления с объемом выпуска продукции (ω_{ai} – сколько единиц полуфабриката вида α необходимо для изготовления единицы i -го вида продукции):

¹ Заметим, что $t_i \equiv 0$, $i = n_{H-1}^* + 1, n_H^*$.

$$(10) \quad \sum_{i=1}^N \omega_{\alpha i} t_i = t_{\alpha}, \alpha = \overline{1, n_{h-1}^*}.$$

Список ограничений модели при необходимости может быть расширен.

Задача оптимизации состоит в нахождении сортамента $(t_1^r, \tilde{t}_1^r, \dots, t_{N-1}^r, \tilde{t}_{N-1}^r, \tilde{t}_N^r)$ и последующем вычислении значений себестоимости при условиях (9)-(10), максимизирующих функционал прибыли (8).

Учитывая кусочно-линейную структуру функционала прибыли (7) относительно $(t_1^r, \tilde{t}_1^r, \dots, t_{N-1}^r, \tilde{t}_{N-1}^r, \tilde{t}_N^r)$ (см. п. 4), исходную задачу оптимизации (1") с учетом изменения $r = 1, \dots, v$ следовало бы разбить на v подзадач. На практике это возможно только при независимости граничных условий, что нарушается уже ограничением (9). Присутствие фактора времени препятствует оптимизации функционала прибыли (8). Снять проблему позволяет переиндексация выпускаемой предприятием продукции: каждый i -ый вид, где $\forall i = 1, \dots, N$, r -ого временного промежутка переобозначаем на $((r-1)N+i)$ -ый соответственно, т.е. для $\forall r = 1, \dots, v$:

$$(11) \quad t_i^1 = t_i, \quad t_i^2 = t_{N+i}, \dots, \quad t_i^r = t_{(r-1)N+i}, \dots, \quad t_i^v = t_{(v-1)N+i}.$$

Учитывая (11) и в (8) получаем:

$$(12) \quad \begin{aligned} \pi = & (1-\beta) \sum_{r=1}^{v-1} \sum_{i=1}^N \left(\left(p_i^r - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot (z_j^r - (1-km_j) \cdot zm_j^r) - \sum_{l=1}^k b_{il} \cdot (zb_l^r - (1-kr_l) \cdot zr_l^r) \right) t_{(r-1)N+i} \right. \\ & + \left. \left(p_i^r - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot (z_j^r - (1-km_j) \cdot zm_j^r) - \sum_{l=1}^k b_{il} \cdot (zb_l^r - (1-kr_l) \cdot zr_l^r) \right) \tilde{t}_{(r-1)N+i} + \right. \\ & \left. + (1-\beta) \sum_{i=1}^N \left(p_i^v - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot (z_j^v - (1-km_j) \cdot zm_j^v) - \sum_{l=1}^k b_{il} \cdot (zb_l^v - (1-kr_l) \cdot zr_l^v) \right) \tilde{t}_{(v-1)N+i} - (1-\beta)(Fi + Fa + C). \right. \end{aligned}$$

Переиндексация, как и в случае однопердельного производства [1], существенно упрощает исходную задачу (8), (9)-(10) сохраняя линейность функционала прибыли относительно сортамента $(t_1, \dots, t_{(v-1)N}, \tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_{vN})$, что позволяет использовать аппарат линейного программирования для его оптимизации.

Список использованных источников

1. Лосев А.Г., Радчик М.В. Об одной дескриптивно-оптимизационной модели среднесрочного планирования // Проблемы управления. - 2008. - № 2.,с. 42-47.
2. Лосев А.Г., Радчик М.В. Модель управления предприятием при попередельном методе калькуляции // Управление большими системами. - 2014. - № 49.,с. 183-206.
3. Основные положения по планированию, учету и калькулированию себестоимости продукции на промышленных предприятиях (утв. ЦСУ СССР, Госпланом СССР, Госкомцен СССР и Минфином СССР 20 июля 1970 г. N АБ-21-Д. – [Электронный ресурс]. - URL: <http://zakon.law7.ru/legal2/se3/pravo3159/index.htm>

OPTIMIZATION MODEL OF ENTERPRISE MANAGEMENT: DYNAMIC ASPECT

Radchik M.V.

Russia, Volgograd State University

Abstract: we suggest a descriptive and optimization model of medium-term planning and decision-making at an industrial enterprise. This model is studied for an enterprise employing processing method of cost accounting. In contrast to the steady-state model [2] planning horizon greatly exceeds the duration of the production cycle, that optimization of profit functional is required. At new terms, we establish that profit functional is linear with respect to the product mix.

Keywords: enterprise management model, product mix, processing method of cost accounting