АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА С АПРИОРНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Гусев С.С.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Аннотация. Рассматривается алгоритм идентификации динамического объекта с априорными ограничениями объекта управления. В статье исследуется работа специального алгоритма идентификации, учитывающего имеющуюся информацию о параметрах объекта управления. Алгоритм требует использования большого объема вычислительных ресурсов. Однако в наше время такие вычислительные мощности доступны большинству пользователей. Исследуется работа алгоритма при наличии помехи при измерении выхода. Анализируется связь точности идентификации и величины ошибки измерения.

Ключевые слова: идентификация, ограничения, динамический объект, оценки параметров, редкие ошибки.

Актуальность работы, посвященной разработке [1] и исследованию переборных алгоритмов [2] идентификации объектов управления, обусловлена тем, что в современных системах управления используется модель объекта управления, а точность модели в большой степени определяет точность и эффективность всей системы управления. Зачастую проектировщики обладают малой априорной информацией об объекте исследования [3], вследствие чего возникает необходимость определения оценок параметров объекта управления по имеющейся информации об объекте. При этом предполагается, что информация об объекте содержит ошибки, которые могут быть как частыми, редкими и другого вида.

В настоящее время известны алгоритмы, использующие априорную информацию для идентификации класса линейных объектов [4], отличающихся разным видом помех. В данном конкретном случае рассматривается объект управления с редкими ошибками измерения. Однако точность прогнозирования параметров выходной переменной объекта управления с редкими ошибками измерения с использованием известных комбинаторных алгоритмов [2] недостаточна.

Наличие априорной информации [5] об объекте управления характеризует структуру его модели и ее параметры. Как хорошо известно

[6], в зависимости от априорной информации об объекте управления задачи идентификации разделяют на задачи в узком и широком смысле.

Задача идентификации в узком смысле состоит в оценивании параметров и состояния системы по результатам наблюдений над входными и выходными переменными, полученными в условиях функционирования объекта управления. При этом часто известна структура системы и задан класс моделей, к которому данный объект управления относится. Как хорошо известно, в этом случае априорная информация об объекте управления с редкими ошибками измерения должна быть достаточно большой.

При рассмотрении задачи идентификации в широком смысле априорная информация об объекте либо отсутствует, либо слишком мала. Поэтому приходиться решать предварительно дополнительные задачи. Как хорошо известно, к таким задачам могут относиться выбор структуры системы и задание класса моделей, оценивание линейности объекта управления и действующих переменных, оценивание степени и формы влияния входных переменных на выходные и др.

Уравнение динамического объекта имеет следующий вид:

$$(1) \qquad y(t) = \sum_{i=1}^{a} h_i x(t-i) + \sum_{i=1}^{b} h_{a+i} y(t-i),$$

где y(t) – скалярный выход объекта в момент времени t, x(t) – скалярный вход объекта в момент времени t, h_i – i-ый неизвестный параметр объекта, a – глубина памяти по входу, b – глубина памяти по выходу.

Требуется разработать процедуру определения по экспериментальным данным оценок параметров динамического объекта типа (1), учитывая при этом информацию соответствия модели объекту.

Модель объекта будем искать в виде:

$$(2) \qquad y^*(t) = \sum_{i=1}^{a} k_i x(t-i) + \sum_{i=1}^{b} k_{a+i} y(t-i),$$

где y*(t) – оценка выхода объекта, k_j – оценки неизвестных параметров h_j, где j = 1, 2, …, n, n = a + b.

Обозначим:

$X(t)=\| x(t–1)\ x(t–2)\ \dots\ x(t–a+1)\ x(t–a) \|$ – вектор-строка входных переменных размерности a,

$Y(t)=\| y(t–1)\ y(t–2)\ \dots\ y(t–b+1)\ y(t–b) \|$ – вектор-строка выходных переменных размерности b,

$H=\| h(1)\ h(2)\ \dots\ h(a-1)\ h(a)\ h(a+1)\ \dots\ h(a+b–1)\ h(n) \|$ – вектор-строка неизвестных параметров объекта размерности n,

$K=\| k(1)\ k(2)\ \dots\ k(a-1)\ k(a)\ k(a+1)\ \dots\ k(a+b–1)\ k(n) \|$ – вектор-строка оценок неизвестных параметров объекта размерности n.

Введем вектор-строку Z(t) размерности n.

$Z(t)=\| x(t–1)\ x(t–2)\ \dots\ x(t–a)\ y(t–1)\ y(t–2)\ \dots\ y(t–b) \|$.

В новых обозначениях уравнения объекта (1) и модели (2) примут вид

$y(t)=HZ^T(t)$,

$y^*(t)=KZ^T(t)$.

Возможно и другое представление объекта (1) и модели (2).

Обозначим:

$H_1=\| h(1)\ h(2)\ \dots\ h(a) \|$ – вектор-строка неизвестных параметров объекта размерности a,

$H_2=\| h(a+1)\ h(a+2)\ \dots\ h(n) \|$ – вектор-строка неизвестных параметров объекта размерности b,

$K_1=\| k(1)\ k(2)\ \dots\ k(a) \|$ - оценки параметров объекта при входных переменных X(t),

$K_2=\| k(a+1)\ k(a+2)\ \dots\ k(n) \|$ - оценки параметров объекта при выходных переменных Y(t).

Тогда уравнения объекта (1) и модели (2) примут вид

$$y(t) = X(t)H_1^T + Y(t)H_2^T,$$

$$y^*(t) = X(t)K_1^T + Y(t)K_2^T.$$

Заданы экспериментальные данные в виде таблицы 1.

Таблица 1 – Исходные данные

t	x	y
1	x(1)	y(1)
2	x(2)	y(2)
…	…	…
i	x(i)	y(i)
…	…	…
s	x(s)	y(s)

По экспериментальным данным, приведенным в таблице 1, известной структуре объекта (1) и априорной информации о принадлежности параметров объекта к области G необходимо получить оценки K параметров объекта.

Известно, что все измерения входа x(t) производятся без ошибок, а среди некоторых измерений выхода y(t) присутствуют ошибки, но где они располагаются – неизвестно.

Алгоритм идентификации

Для реализации алгоритма идентификации динамического объекта управления необходимо будет преобразовать данные, приведенные в таблице 1, к виду, в котором выход y(t) зависел бы только от переменных в этой же строке, как это показано в таблице 2.

В таблице 2 приняты обозначения:

$x_{ij}=x(t-j)$; $t=1,2,\ldots,s$; $j=1,2,\ldots,a$;

$y_{im}=y(t-m)$; $t=1,2,\ldots,s$; $m=1,2,\ldots,b$.

А в строке заголовков:

$x_j=x(t-j)$; $j=1,2,\ldots,a$;

$y_m=y(t-m)$; $m=1,2,\ldots,b$.

Таблица 2 – Исходные данные, преобразованные для идентификации

n	x_1	x_2	…	x_a	y_1	y_2	…	y_b	y(t)
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}	y_{11}	y_{12}	…	y_{1n}	y_1
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}	y_{21}	y_{22}	…	y_{2n}	y_2

…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	x_{i1}	x_{i2}	…	x_{in}	y_{i1}	y_{i2}	…	y_{in}	y_i
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
s	x_{s1}	x_{s2}	…	x_{sn}	y_{s1}	y_{s2}	…	y_{sn}	y_s

Таблице 2 соответствует матрица

$$A = \begin{Vmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} & y_1 \\ 2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i & x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} & y_{i1} & y_{i2} & \dots & y_{in} & y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s & x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} & y_{s-n} & y_{s2} & \dots & y_{sn} & y_s \end{Vmatrix},$$

Введем в рассмотрение матрицу A_0, отличающуюся от матрицы A отсутствием первого столбца.

$$(3)\quad A_0 = \begin{Vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} & y_1 \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} & y_{i1} & y_{i2} & \dots & y_{in} & y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} & y_{s1} & y_{s2} & \dots & y_{sn} & y_s \end{Vmatrix},$$

где $L = C_s^n$.

Алгоритм идентификации состоит в следующем. Из матрицы исходных данных (3) выбираются блоки из произвольных n строк. Для каждого блока составляется система уравнений. Ниже приведен первый из таких блоков:

$k_1x_{11}+k_2x_{12}+\dots+k_ax_{1n}+k_{a+1}y_{11}+k_{a+2}y_{12}+\dots+k_ny_{1n}=y_1$

$k_1x_{21}+k_2x_{22}+\dots+k_ax_{2n}+k_{a+1}y_{21}+k_{a+2}y_{22}+\dots+k_ny_{2n}=y_2$

…………………………………………………

(4) $k_1x_{i1}+k_2x_{i2}+\dots+k_ax_{in}+k_{a+1}y_{i1}+k_{a+2}y_{i2}+\dots+k_ny_{in}=y_i$

…………………………………………………

$k_1x_{n1}+k_2x_{n2}+\dots+k_ax_{nn}+k_{a+1}y_{n1}+k_{a+2}y_{n2}+\dots+k_ny_{nn}=y_n$

По этому блоку данных строится система нормальных уравнений, и вычисляются с помощью МНК оценки параметров объекта (1).

Из матрицы (3) можно получить C_s^n таких n-мерных блоков, для каждого из которых строится свой вектор оценок параметров объекта (1).

Таблице 3 соответствует матрица B, содержащая C_s^n строк и 2n столбцов и имеющая вид

$$(5)\ B = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1a} & k_{1(a+1)} & k_{1(a+2)} & \dots & k_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2a} & k_{2(a+1)} & k_{2(a+2)} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{L1} & a_{L2} & \dots & a_{Ln} & k_{L1} & k_{L2} & \dots & k_{La} & k_{L(a+1)} & k_{L(a+2)} & \dots & k_{Ln} \end{Vmatrix},$$

где $L = C_s^n$.

В каждой строке матрицы B в первых n позициях перечислены номера строк a_{ij} матрицы A (i – номер строки матрицы B, j – номер строки матрицы A), использованные для вычисления n оценок k_{ij} таблицы 3, вычисленных по этим строкам и расположенных в (4) на последних n позициях. Априорное условие (3) учитывается путем вычеркивания из (4) всех строк, в которых оценки k не удовлетворяют условию

$k \in G$,

где $k_i = \| k_{i1}\ k_{i2} \dots k_{in} \|$, i=1, 2 … L.

Таблица 3 – Результаты идентификации по всем возможным n-мерным блокам

№	Набор из любых n строк				Оценки параметров							
	n_1	n_2	…	n_n	k_1	k_2	…	k_a	k_{a+1}	k_{a+2}	…	k_n
1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	k_{11}	k_{12}	…	k_{1a}	$k_{1(a+1)}$	$k_{1(a+2)}$	…	k_{1n}
2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	k_{21}	k_{22}	…	k_{2a}	$k_{2(a+1)}$	$k_{2(a+2)}$	…	k_{2n}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	a_{i1}	a_{i2}	…	a_{in}	k_{i1}	k_{i2}	…	k_{ia}	$k_{i(a+1)}$	$k_{i(a+2)}$	…	k_{in}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
L	a_{L1}	a_{L2}	…	a_{Ln}	k_{L1}	k_{L2}	…	k_{La}	$k_{L(a+1)}$	$k_{L(a+2)}$	…	k_{Ln}

В результате после вычеркивания N строк из матрицы B получим матрицу

$$B_0 = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1a} & k_{1(a+1)} & k_{1(a+2)} & \dots & k_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2a} & k_{2(a+1)} & k_{2(a+2)} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{Nn} & k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{Na} & k_{N(a+1)} & k_{N(a+2)} & \dots & k_{Nn} \end{Vmatrix}, \; k_i \in G,$$

где N≤L.

Введем вектор частости w, размерности s, имеющий вид

w= $\| w(1)\ w(2)\ \dots\ w(s) \|$,

где w(j) - частота использования номера j-ой строки матрицы A в матрице B_0.

Введем новую матрицу F [7], отличающуюся от A тем, что в нее добавлен вектор-столбец w

$$F = \begin{Vmatrix} w(1) & 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} & y_1 \\ w(2) & 2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w(i) & i & x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} & y_{i1} & y_{i2} & \dots & y_{in} & y_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ w(s) & s & x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} & y_{s1} & y_{s2} & \dots & y_{sn} & y_s \end{Vmatrix}.$$

Последний шаг алгоритма состоит в том, что строки матрицы F сортируются по первому столбцу так, что значения w возрастали снизу вверх. Оператор, реализующий описанный алгоритм, обозначим через F_0. Полученную таким образом матрицу, учитывающую априорные условия $k_i \in G$, обозначим через F_0. Это можно будет записать так:

$F_0 = F_0\{A\}, \; k_i \in G$.

Некоторые свойства оператора Ψ, позволяющие существенно увеличить точность идентификации заключаются в том, что отличительной особенностью приведенного выше алгоритма является наличие дополнительного вектора частости w, по которому сортируются строки, представляя новую матрицу F, которая отличается от матрицы A тем, что в нее добавлен столбец, включающий вектор частости w. Строки матрицы F сортируются по первому столбцу так, чтобы значения w(j) возрастали снизу-вверх.

В работе рассмотрен алгоритм идентификации динамического объекта управления с редкими ошибками измерения. Представлено, что при использовании алгоритма идентификации динамического объекта управления с редкими ошибками измерения возможно точное определение неизвестных параметров. В работе анализируется связь точности идентификации и величины ошибки измерения. Доказано, что совпадающие оценки и будут точными параметрами объекта при условии возможности точного определения параметров объекта управления.

Список использованных источников

1. Кендалл М.Дж., Стьюард А. *Статистические выводы и связи.* – М.: Изд-во Наука, 1973. – 896 с.
2. Гусев С.С. *Построение модифицированного алгоритма идентификации динамического объекта управления по экспериментальным данным ядерной энергетической установки.* // Управление большими системами. – 2014. – №47. – С. 167–186.
3. Крамер Г. *Математические методы статистики.* – М.: Изд-во 2, стерео., 1975. – 648 с.
4. Линник Ю.В. *Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений.* – М.: Изд-во Физматгиз, 1962. – 349 с.
5. Райбман Н.С., Чадеев В.М. *Построение моделей процессов производства.* – М., «Энергия», 1975. – 376 с.
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. *Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры.* – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
7. Гусев С.С. *Алгоритм идентификации статического объекта с переходом из пространства входов-выходов в пространство оценок параметров.* // Управление большими системами. – 2014. – №49. – С. 57–80.

THE ALGORITHM OF IDENTIFICATION OF DYNAMIC OBJECT WITH A PRIORI RESTRICTIONS.

Gusev S.S.

Russia, V.A. Trapeznikov Institute of control sciences of RAS

Abstract: the algorithm of identification of dynamic object with the a priori limitations of the control object. This article examines the work of the special identification algorithm that considers available information about the parameters of the control object. The algorithm requires the use of a large amount of computational resources.

However, in our time, such computational power is available to most users. It explores the work of the algorithm in the presence of interference in the measurement of output. Examines the relationship between the identification accuracy and the magnitude of measurement error.
Keywords: identification, constraints, dynamic object and the parameter estimates, a rare error.