

УДК 517.925

УСЛОВИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ В ДИНАМИКЕ ПОПУЛЯЦИЙ С УЧЕТОМ КОНКУРЕНЦИИ ЖЕРТВ

© Фролова В.П., Щепаккина Е.А.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: lerakemova23@gmail.com

В представленной работе исследуется динамическая модель, описывающая взаимодействие популяций хищников и жертв с учетом факторов нелинейности размножения жертв и конкуренции жертв при малых плотностях популяции.

Таблица – Особые точки системы (1)

Особая точка	Условие на параметры системы (1)		Тип особой точки	Устойчивость	
$O(0,0)$	$C > 0$		Седло	Неустойчивое	
$P_1(K,0)$	$K > \frac{c}{d}$		Седло	Неустойчивое	
	$K < \frac{c}{d}$		Узел	Устойчивый	
$P_2\left(\frac{c}{a}, \frac{ac(Kd-c)}{Kdb(Nd+c)}\right)$	$D > 0$	$c^2 + 2Ncd - KNd^2 < 0$	$\frac{-ac(c^2 + 2Ncd - KNd^2)}{2Kd(Nd + c)^2} > \sqrt{D}$	Узел	Неустойчивый
			$\frac{-ac(c^2 + 2Ncd - KNd^2)}{2Kd(Nd + c)^2} < \sqrt{D}$	Седло	Неустойчивое
		$c^2 + 2Ncd - KNd^2 > 0$	$\frac{-ac(c^2 + 2Ncd - KNd^2)}{2Kd(Nd + c)^2} > \sqrt{D}$	Узел	Устойчивый
			$\frac{-ac(c^2 + 2Ncd - KNd^2)}{2Kd(Nd + c)^2} < \sqrt{D}$	Седло	Неустойчивое
		$c^2 + 2Ncd - KNd^2 = 0$	Седло	Неустойчивое	
	$D = 0$	$c^2 + 2Ncd - KNd^2 < 0$	Вырожденный узел	Неустойчивый	
		$c^2 + 2Ncd - KNd^2 > 0$	Вырожденный узел	Устойчивый	
	$D < 0$	$c^2 + 2Ncd - KNd^2 < 0$	Фокус	Неустойчивый	
		$c^2 + 2Ncd - KNd^2 > 0$	Фокус	Устойчивый	
		$c^2 + 2Ncd - KNd^2 = 0$	$Re\lambda = 0$ – критический случай		

В безразмерной форме модель описывается системой [1]:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{ax^2}{N+x} \frac{K-x}{K} - bxy, \\ \dot{y} = -cy + dxy, \end{cases} \quad (1)$$

где N — плотность популяции жертвы, при которой скорость размножения составляет половину максимальной; K — конкуренция жертв; x и y — плотности популяции жертвы и хищника соответственно; a — скорость размножения популяции жертвы в отсутствие хищника; b — удельная скорость потребления популяцией хищника популяции жертвы при единичной плотности обеих популяций; c — естественная смертность хищника; $\frac{d}{b}$ — коэффициент переработки потребленной хищником биомассы жертвы в собственную биомассу [2].

Основной задачей исследования является определение условий экологического равновесия биологической системы, когда обе популяции существуют одновременно на протяжении длительного периода. С точки зрения математики такое равновесие может означать существование ненулевого стационара или устойчивого предельного цикла.

Результаты исследования стационаров системы (1) и динамики ее решений при различных соотношениях между значениями ее параметров представлены в таблице.

Исходя из анализа полученных результатов, можно сделать выводы о том, какие должны быть условия в биологической системе для сосуществования обеих популяций, а также позволяет изучить влияние различных факторов на популяционную динамику. В качестве бифуркационного параметра удобнее всего рассматривать параметра K , отражающий конкуренцию жертв за ресурсы. Его изменение приводит к бифуркации рождения устойчивого предельного цикла. С биологической точки зрения это означает, что до бифуркации популяция жертвы могла убывать из-за большой конкуренции за ресурсы, но при уменьшении параметра K система (1) может прийти к экологическому равновесию.

Библиографический список

1. Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Москва; Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2003. 368 с.
2. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Математические методы в биологии и экологии. Биофизическая динамика продукционных процессов: в 2 ч. Ч. 1: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2023. 210 с.