

УДК 629.78

ФОРМИРОВАНИЕ НОМИНАЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ МАЛОРАЗМЕРНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ

© Андреева В.В., Крамлих А.В.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: vika.khayato@mail.ru

Запишем уравнения углового движения малоразмерного космического аппарата (МКА) в векторной форме. В случае описания углового движения МКА с помощью нормированного кватерниона \mathbf{q} кинематические уравнения имеют вид [1]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \circ \boldsymbol{\omega}_{abc}, \quad (1)$$

динамические уравнения Эйлера [1]:

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{abc} + \boldsymbol{\omega}_{abc} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}_{abc} = \mathbf{M}_{упр} + \mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{gp}, \quad (2)$$

где \mathbf{I} – матрица моментов инерции МКА, $\boldsymbol{\omega}_{abc}$ – вектор абсолютной угловой скорости МКА, $\mathbf{M}_{упр}$ – управляющий момент исполнительных устройств, \mathbf{M}_a – аэродинамический момент, \mathbf{M}_{gp} – гравитационный момент.

Для того чтобы на интервале управления $[0, t_k]$ перевести МКА из начального состояния

$$\mathbf{q}|_{t=0} = \mathbf{q}_0, \boldsymbol{\omega}|_{t=0} = \boldsymbol{\omega}_0 \quad (3)$$

в конечное состояние

$$\mathbf{q}|_{t=t_k} = \mathbf{q}_k, \boldsymbol{\omega}|_{t=t_k} = \boldsymbol{\omega}_k, \quad (4)$$

рассчитывается кинематическая траектория изменения элементов кватерниона в виде полиномов 5-й степени (полином минимальной степени для выполнения граничных условий) для рассматриваемого интервала времени, начиная с начального t_0 до конечного t_k [2]:

$$\mu_i(t) = c_{i,1} + c_{i,2}t + c_{i,3}t^2 + c_{i,4}t^3 + c_{i,5}t^4 + c_{i,6}t^5, \quad (5)$$

где $i = \overline{0,3}$ – индекс элемента кватерниона.

С учетом условия нормировки

$$|\mathbf{q}(t)|^2 = \sum_{i=0}^3 q_i^2(t) = 1 \quad (6)$$

программный кватернион запишется в виде

$$q_i(t) = \frac{\mu_i(t)}{\sqrt{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)}}. \quad (7)$$

С учетом граничных условий

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}(0) &= \mathbf{q}_0, \\
 \dot{\mathbf{q}}(0) &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_0 \circ (\boldsymbol{\omega}_0 - \boldsymbol{\omega}_{opb}), \\
 \ddot{\mathbf{q}}(0) &= \frac{1}{2} \left[\dot{\mathbf{q}}_0 \circ (\boldsymbol{\omega}_0 - \boldsymbol{\omega}_{opb}) + \mathbf{q}_0 \circ (\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 - \dot{\boldsymbol{\omega}}_{opb}) \right], \\
 \mathbf{q}(t_k) &= \mathbf{q}_k, \\
 \dot{\mathbf{q}}(t_k) &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_k \circ (-\boldsymbol{\omega}_{opb}), \\
 \ddot{\mathbf{q}}(t_k) &= \frac{1}{2} \left[\dot{\mathbf{q}}_k \circ (-\boldsymbol{\omega}_{opb}) + \mathbf{q}_k \circ (-\dot{\boldsymbol{\omega}}_{opb}) \right],
 \end{aligned} \tag{8}$$

получим систему из 6 алгебраических уравнений, решив которую, найдем коэффициенты $c_{i,j}, i = \overline{0,3}, j = \overline{1,6}$. $c_i, j, i = \overline{0,3}, j = \overline{1,6}$.

Подставив (7) в (2) и разрешив относительно $\mathbf{M}_{упр}$, получим аналитическое выражение управляющего момента с учетом действия аэродинамического и гравитационного моментов:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{упр} &= \mathbf{I} \cdot \left(2\mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \ddot{\mathbf{q}}_n(t) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{opb} - 2\mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) \circ \mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) \right) + \\
 &+ \left(2\mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) + \boldsymbol{\omega}_{opb} \right) \times \mathbf{I} \cdot \left(2\mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) + \boldsymbol{\omega}_{opb} \right) - (\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{gp}).
 \end{aligned} \tag{9}$$

Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

Библиографический список

1. Овчинников М.Ю., Пеньков В.И., Ролдугин Д.С., Иванов Д.С. Магнитные системы ориентации малых спутников. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016. 366 с.
2. Ермошина, О.В., Крищенко А.П. Синтез программных управлений ориентацией космического аппарата методом обратных задач динамики // Изв. РАН. ТиСУ. 2000. № 2. С. 155–162.