# УТОЧНЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШЕЙ КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Коднир Д.С., Калябин Г.А. (г. Куйбышев)

В настоящее время имеется уже много решений пространственной, неизотермической, нестационарной контактно-гидродинамической задачи при смазке ньютоновскими и неньютоновскими жидкостями, для гладких и шероховатых поверхностей.

Однако у некоторых ученых все еще существуют сомнения в правильности полученных результатов для простейшей плоской, изотермической, стационарной контактно-гидродинамической теории смазки при ньютоновской жидкости и гладких поверхностях.

Объясняется это тем, что до сих пор не опубликован достаточно подробно алгоритм уточненного решения простейшей контактно-гидродинамической задачи при больших значениях произведения пьезокоэффициента на максимальное герцевское напряжение, и сомневающиеся не могут выполнить контрольные расчеты.

Восполним существующий пробел.

Трудности решения в указанном простейшем случае, который описывается уравнениями (см. [I]) $\frac{dK(z)}{dz}=\frac{1-H(z)}{H^3(z)}e^{Bn\,K(z)}$ (I) и $H(z)=1-a^2+z^2+D\int\limits_a^b K(t)\ln\frac{t-a}{|t-z|}\cdot dt$ (2) заключаются в том, что в правой части уравнения (I) имеется произведение чрезвычайно большой величины $e^{Bn\cdot K}$ на чрезвычайно малую $(1-H)$. В ряде случаев при этом требуется рассчитывать $H$ с точностью $10^{-50}\div 10^{-70}$, что невозможно для современных ЭВМ.

В связи с этим применен специальный метод решения. На подавляющей части области контакта $H = 1$ с точностью порядка $10^{-10}$ и более. При этом уравнение (2) несколько упрощается и, взяв производную по $z$, получим известное интегральное уравнение типа Коши, решенное Н.И.Мусхелишвили. При $b=-a$ получим $K(z)=\frac{z\sqrt{a^2-z^2}}{D\pi}$ (3), т.е. на среднем участке зоны контакта эпюра давления описывается указанным эллипсом.

Поэтому осуществлен следующий алгоритм решения:

I. Решается приближенная контактно-гидродинамическая задача $\left(\frac{dK}{dz}=\frac{1-H}{H^3}e^{Bn\,K};\ H=1-a^2+z^2+CK\right)$ при заданных $C$ и $Bn$.

Находим $a$, при котором $k(b) = 0$; соответствующая эпюра давления является исходным приближением.

2. Определяем значение $D$ по формуле

$$D(z) = \frac{H(z) - 1 + a^2 - z^2}{\int_a^b k(t) \ln \frac{t-a}{|t-z|} \cdot dt} \qquad (4)$$

и выбираем усредненное значение $D$.

3. Для уточнения величины $D$, соответствующей выбранным значениям $Bn$ и $a$ определяем $k(z)$ при интегрировании методом Рунге-Кутта уравнения

$$\frac{dk(z)}{dz} = \frac{\left[a^2 - z^2 - D\right]\int_a^b k(t) \ln \frac{t-a}{|t-z|} \cdot dt \, \Big] \, e^{Bn \cdot k(z)}}{\left[1 - a^2 + z^2 + D\right]\int_a^b k(t) \ln \frac{t-a}{|t-z|} \cdot dt \Big]^3} \qquad (5),$$

причем расчет начинаем в сторону, обратную движению от точки $z_1 > 0$ и давления $k(z_1) = \frac{2\sqrt{a^2 - z_1^2}}{\pi D} = \frac{23}{Bn}$. При получении $k(b) \neq 0$, сохраняя $a$, уточняем соответственно $D$, или наоборот, фиксируем $D$ и подбираем новое значение $a$. В правую часть уравнения (5) при вычислениях подставляем $k(t)$ и $k(z)$ – на среднем участке по эллипсу, на входе и выходе из приближенного решения.

4. При полученных комбинациях $D$, $Bn$ и $a$ определяем эпюру давления на выходном участке (от $z = a$ до $z = z_1$) аналогично по формуле (5), подставляя сюда $k(t)$, найденное в пункте 3.

5. Таким образом, получаем всю эпюру давления первого приближения. Последующее второе приближение получаем, подставляя в (5) уже не исходное, а первое приближение для $k(t)$. При этом опять уточняем $D$ или $a$. Так проводим процесс до сходимости результатов.

Необходимость уточнения вопроса о наличии второй пики давления практически не сказывается на зависимости толщины масляного слоя от нагрузки. Полученные результаты уточненного решения сравнены с исходным приближением и найдено весьма малое расхождение для связи толщины слоя с грузоподъёмностью.

## Литература

1. Д.С.Коднир. Контактно-гидродинамическая теория смазки. Куйбышевское книжное издательство, 1963.