

Решая, как и в предыдущих случаях, получим

$$\frac{h}{2} \sqrt{\frac{2\tau\alpha_2}{427\lambda}} \int_{T_s}^{T_m} \frac{dT}{\sqrt{\int_T^{T_m} e^{\beta_2 T} \operatorname{sh}[\tau\alpha_1 e^{\beta_1 T}] dT}} \quad (24)$$

$$\frac{\tau(U_a - U_b)^2}{8 \cdot 427 \lambda \alpha_2} = \int_{T_s}^{T_m} e^{\beta_2 T} \operatorname{sh}[\tau\alpha_2 e^{\beta_1 T}] dT. \quad (25)$$

При заданных значениях для пяти параметров  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $T_s$ ,  $h \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1 \lambda}}$ ,  $\frac{U_a - U_b}{\frac{h}{\alpha_2}}$  из совместного решения системы (24)–(25) можно получить  $\frac{T_m}{T_s}$  и  $\tau\alpha_1$ . Отсюда для различных конкретных случаев можно построить  $Y = \frac{\mu_{эф}}{\mu}$ .

Таким образом, получено решение неизотермической задачи для контактно-гидродинамической задачи при жидкости, обладающей неньютоновскими свойствами.

Для двух видов зависимости касательного напряжения от градиента скорости получены номограммы для непосредственного расчета касательного напряжения и определения эффективной вязкости жидкости, учитывающей как неизотермические явления, так и неньютоновские свойства.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коднир Д. С., Саввин Л. Л. Определение касательных нагрузок и коэффициентов трения для поверхностей, работающих в контактно-гидродинамическом режиме. Применение контактно-гидродинамической теории смазки к исследованию деталей машин. Труды Куйбышевского авиационного института, вып. 40, 1969.
2. Dyson A. Flow properties of mineral oils in elastohydrodynamic lubrication. Philosophical Transactions of the Royal Society Mathematical and Physical Sciences, Series A, v. 258, N 1092, 1965.

Ю. М. САНЬКО

### КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПРИБОРНОГО ПОДШИПНИКА С УЧЕТОМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛОКАЛЬНОГО ТЕРМИЧЕСКОГО КОНТАКТА

Контактно-гидродинамический расчет высокоскоростных приборных подшипников с одноразовой пластичной смазкой затруднен из-за отсутствия надежных данных о температуре рабочей зоны подшипника. В этих подшипниках отвод энергии трения обеспечивается в основном за счет теплопроводности колец. Градиенты

температуры в окрестностях локального контакта колец с телами качения высоки, поэтому оценка температуры рабочей зоны подшипника по температуре узла или неподвижного кольца на посадочной поверхности крайне недостаточна.

Дальнейшее развитие теории и методика расчета прецизионных подшипников невозможно без знания температуры зоны качения, так как в этом случае затруднено применение современных эффективных методов исследования и расчета эффектов трения: контактно-гидродинамической теории смазки, зависимостей термоупругости, физической химии и др.

В последних отечественных и зарубежных публикациях приводятся решения температурной задачи для конкретных подшипниковых узлов приближенными методами с использованием ЭЦВМ и АВМ. Аналитическое решение задач, поставленных таким образом, связано с трудностью удовлетворения сложных граничных условий, и, как правило, неосуществимо. Точное решение тепловой задачи для зоны качения, в соответствующей постановке, при современном состоянии теплофизики локального контакта осуществимо. При этом вовсе необязательно учитывать сложные граничные условия для элементов подшипника и подшипникового узла.

В данной работе приводятся точные и приближенные выражения для плоского стационарного температурного поля зоны качения подшипника при малом количестве заложенного смазочного материала.

Выбранная модель теплопроводности контакта базируется на ряде следующих допущений, аналогичных принятым в теории Герца:

1. Форма источника тепла при внешнем трении на элементе длины дорожки качения в плоскости, перпендикулярной направлению движения контакта, полуэллиптическая (см. рис. 1).

2. Источник тепла на элементе длины дорожки качения плоской, с постоянной среднеинтегральной интенсивностью в направлении движения контакта.

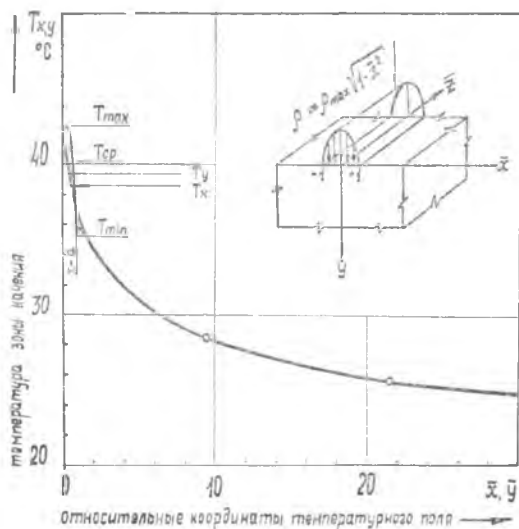


Рис. 1. Распределение температуры в зоне качения на наружном кольце высокоскоростного подшипника при стационарном режиме работы

$T_x$  — поверхностная температура;  $T_y$  — температура в глубине кольца под центром дорожки качения; — — — расчет; — эксперимент.

3. Контактующие тела в области дорожек качения и ближайших элементов подшипника представляются в виде полупространства.

4. Свободные поверхности контактирующих тел находятся в условиях адиабатического режима.

5. Материалы контактирующих тел имеют постоянные теплофизические свойства.

М. В. Коровчинский [1] решил поставленную задачу эффективными методом математической физики, представляя распределение температур в виде логарифмических потенциалов простого слоя. Безразмерная локальная температура и температура окрестностей области контакта описана им в обобщенном интегральном виде

$$\bar{T}(\bar{x}, \bar{y}) = C - \frac{1}{2} \ln \frac{V\sqrt{1+\bar{t}} + V\bar{t}}{2} - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left( \frac{\bar{x}^2}{1+r} + \frac{\bar{y}^2}{r} \right) \frac{d\bar{r}}{V(1+r)r}, \quad (1)$$

где  $\bar{T}(\bar{x}, \bar{y})$  — безразмерная температура, причем:

$$\bar{T}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{T(\bar{x}, \bar{y})}{T_H};$$

$T(\bar{x}, \bar{y})$  — температура, °С;

$T_H$  — характерная температура.

$$T_H = \frac{4a\rho_{ср}}{\pi\lambda} = \frac{2\theta}{\pi\lambda}, \quad \text{°С}; \quad (2)$$

$a$  — большая полуось площадки контакта, см;

$\rho(\bar{x})$  — погонная интенсивность полосового источника тепла, кал/см<sup>2</sup> × × сек),

$$\rho(\bar{x}) = \rho_{\max} \sqrt{1 - \bar{x}^2}, \quad \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}}, \quad (3)$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\pi}{4} \rho_{\max}, \quad \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}}; \quad (4)$$

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности, кал/см·сек·°С;

$\theta$  — погонная мощность полосового источника тепла, кал/см·сек;

$\bar{x}, \bar{y}$  — относительные координаты температурного поля соответственно на свободной поверхности и перпендикулярно к ней.

$$\bar{x} = \frac{x}{a};$$

$$\bar{y} = \frac{y}{a};$$

$C$  — постоянная, выбираемая для получения частного решения из дополнительных условий;

$\bar{t}$  — относительный геометрический параметр, равный нулю

на поверхности контакта в интервале  $(-1 \leq \bar{X} \leq 1, \bar{Y} = 0)$  или положительному корню уравнения

$$1 - \frac{\bar{x}^2}{1 + \bar{t}} - \frac{\bar{y}^2}{\bar{t}} = 0 \quad (5)$$

вне площадки контакта в интервале  $(-1 > \bar{X} \quad 1, \bar{Y} \geq 0)$ ;  $\bar{r}$  — условная относительная координата на поверхности контакта.

Для точек, лежащих в пределах отрезка контакта  $(-1 \leq \bar{X} \leq 1, \bar{Y} = 0, \bar{t} = 0)$ ; распределение безразмерной температуры имеет вид [1].

$$\bar{T}(\bar{x}, 0) = C + \ln \sqrt{2 - \bar{x}^2}; \quad (6)$$

Получим решение в элементарных функциях для безразмерной температуры окрестностей области контакта  $(-1 > \bar{x} > 1, \bar{y} > 0, \bar{t} > 0)$ .

после интегрирования (1)

$$\begin{aligned} \bar{T}(\bar{x}, \bar{y}) = C - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{1 + \bar{t}} + \sqrt{\bar{t}}}{2} - \left( 1 - \sqrt{\frac{\bar{t}}{1 + \bar{t}}} \right) \bar{x}^2 - \\ - \left( \sqrt{\frac{1 + \bar{t}}{\bar{t}}} - 1 \right) \bar{y}^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\bar{t}$  определяется из уравнения (5).

Уравнение (7) дает возможность определить температуру в любой точке окрестности контакта, если известны величины  $C$  и  $T_n$ . Величину  $C$  легко найти из уравнения (7), решая его относительно  $C$  и подставляя температуру  $\bar{T}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{T(\bar{x}, \bar{y})}{T_n}$ , полученную экспериментально. Однако нахождение характерной температуры  $T_n$  связано с трудностью определения мощности источника  $Q$ , так как энергетический баланс подшипника весьма сложен.

В этом случае расчет удобно проводить по температуре в двух точках поля, измеренных на разных расстояниях от площадки контакта. Подставляя эти значения температуры и решая совместно два полученных уравнения, найдем выражения для неизвестных

$$C = \frac{U_2 - \frac{T_2}{T_1} U_1}{1 - \frac{T_2}{T_1}} \quad (8)$$

$$T_n = \frac{T_1}{C - U_1} = \frac{T_2}{C - U_2} \quad (9)$$

где  $U_{1,2}$  — геометрический параметр, зависящий от положения точек  $(x_{1,2}; y_{1,2})$ , в которых измерена или задана температура  $T_1$  и  $T_2$  соответственно,

$$U_{1,2} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{1 + \bar{t}_{1,2}} + \sqrt{\bar{t}_{1,2}}}{2} - \left( 1 - \sqrt{\frac{\bar{t}_{1,2}}{1 + \bar{t}_{1,2}}} \right) \bar{x}_{1,2} - \left( \frac{\sqrt{1 + \bar{t}_{1,2}}}{\sqrt{\bar{t}_{1,2}}} - 1 \right). \quad (10)$$

Таким образом, зная лишь ширину дорожки качения  $2a$  и температуру  $T_1$  и  $T_2$  в двух любых точках поля, можно восстановить температуру в любой точке поля по формулам (5, 6, 7, 8, 9, 10) и удельную мощность источника тепла на поверхности контактирующего тела по формуле

$$Q = \frac{\pi \lambda T_1}{2(C - U_1)} = \frac{\pi \lambda T_2}{2(C - U_2)} \frac{\text{кал}}{\text{см} \cdot \text{сек}}. \quad (11)$$

Максимальная, минимальная и средняя поверхностная температуры дорожки качения соответственно определяются по формулам

$$T_{\max} = T_{(0,0)} = T_n(C + \ln \sqrt{2}) \approx T_n(C + 0,3465), \quad ^\circ\text{C}, \quad (12)$$

$$T_{\min} = T_{(1,0)} = T_n(C + \ln \sqrt{2} - 1) \approx T_n(C - 0,6535), \quad ^\circ\text{C}, \quad (13)$$

$$T_{\text{ср}} = T_{\left(\frac{2}{3}, 0\right)} = T_n\left(C + \ln \sqrt{2} - \frac{1}{3}\right) \approx T_n(C + 0,0132), \quad ^\circ\text{C}. \quad (14)$$

Для наиболее употребительных на практике случаев расчет температуры  $T_x$  на поверхности и  $T_y$  в глубине под центром дорожки качения значительно упрощается. За пределами дорожки качения на поверхности  $\bar{t} = \bar{x} - 1$ , а в глубине  $\bar{t} = \bar{y}^2$ , тогда из уравнения (7) имеем температуру

$$T_{x,y} = T_n(C - U_{x,y}), \quad ^\circ\text{C}, \quad (15)$$

или, подставляя уравнения (8, 9) в (15), получим

$$T_{x,y} = \frac{T_1(U_2 - U_{x,y}) - T_2(U_1 - U_{x,y})}{U_2 - U_1}, \quad ^\circ\text{C}, \quad (16)$$

где  $U_x$  и  $U_y$  — геометрические параметры, зависящие от положения точек  $\bar{x}$  или  $\bar{y}$ , в которых измерены или заданы температура  $T_1$  и  $T_2$  соответственно, причем:

$$U_x = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\bar{x}^2 - 1} + \bar{x}}{2} - \bar{x} \sqrt{\bar{x}^2 - 1} + \bar{x}^2, \quad (17)$$

$$U_y = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\bar{y}^2 + 1} + \bar{y}}{2} + \bar{y} \sqrt{\bar{y}^2 + 1} - \bar{y}^2, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} U_{1,2} &= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\bar{x}_{1,2}^2 - 1} + \bar{x}_{1,2}}{2} - \bar{x}_{1,2} \sqrt{\bar{x}_{1,2}^2 - 1} + \bar{x}_{1,2}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{\bar{y}_{1,2}^2 + 1} + \bar{y}_{1,2}}{2} + \bar{y}_{1,2} \sqrt{\bar{y}_{1,2}^2 + 1} - \bar{y}_{1,2}^2. \end{aligned} \quad (19)$$

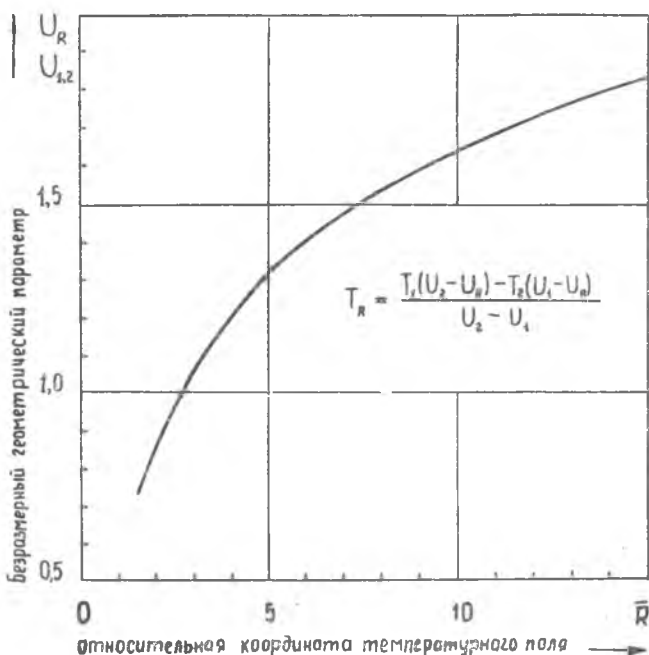


Рис. 2. Зависимость геометрического параметра  $U$  от положения точки на температурном поле

В окрестности дорожки качения параметры  $U_x$  и  $U_y$  мало отличаются по величине при одинаковых  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ . Уже при  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  более 1,5 они отличаются не более, чем на 2,7%, а при  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  более 2 на 0,1% и зависит от расстояния  $\bar{R} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$  точки поля до центра дорожки качения. Это обстоятельство позволяет свети приближенный расчет температурного поля на расстояние  $\bar{R} > 1,5$  к нескольким элементарным вычислениям

$$T_R = \frac{T_1(U_2 - U_R) - T_2(U_1 - U_R)}{U_2 - U_1}, \text{ } ^\circ\text{C}, \quad (20)$$

где  $U_R$  — геометрический параметр, зависящий от положения точки  $\bar{R}$ , в которой вычисляется температура  $T_R$ ;  $U_1$  и  $U_2$  — геометрические параметры, зависящие от положения точек  $\bar{R}_1$  и  $\bar{R}_2$  в которых измерена или задана температура  $T_1$  и  $T_2$  соответственно.

Параметры  $U_R$ ,  $U_1$  и  $U_2$  можно найти по графику  $U = f(\bar{R})$  на рис. 2. Для определения  $T_{\max}$ ,  $T_{\min}$ ,  $T_{\text{ср}}$  параметр  $U_R$  можно принять равным —0,3465, 0,6535—0,0132 соответственно.

Приведенное здесь решение охватывает ограниченную область. Оно справедливо лишь для поверхности дорожки качения и бли-

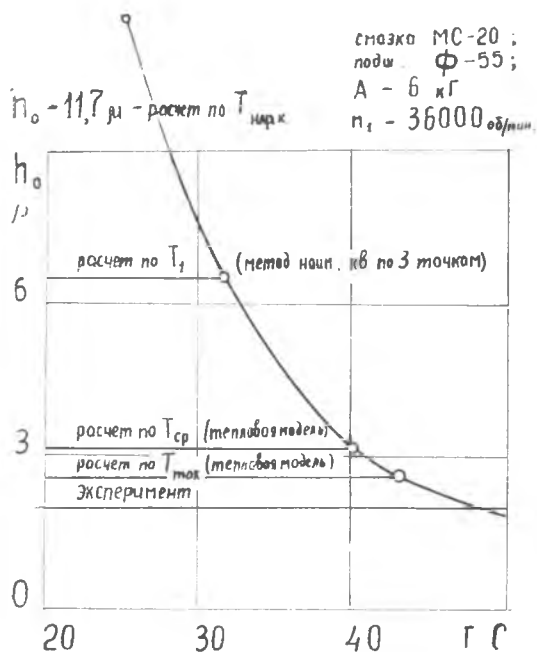


Рис. 3. Уточнение расчета толщины смазочной пленки с помощью экстраполяции контактной температуры.

жайших зон поверхностей желобов, а также внутри элемента подшипника на расстоянии, не превышающем более чем в несколько раз ширину дорожки качения. Это ограничение связано с искажением форм свободных поверхностей желобов колец и тела качения, ограниченностью их размеров и неправомерностью на бесконечности формул логарифмического потенциала, использованного в решении [1]. Измерение температуры  $T_1$  и  $T_2$  следует производить именно в этой ограниченной зоне, что практически осуществимо, так как измерительная техника обладает миниатюрными датчиками поверхностной и объемной температуры.

По данной методике и экспериментальным данным  $T_1$  и  $T_2$ , полученным ранее, восстановлено температурное поле зоны качения высокоскоростного приборного подшипника, изображенное на рис. 1. Для проверки расчетной температуры была определена температура поверхности дорожки качения на основе изотермической контактно-гидродинамической теории смазки и вязкостно-температурной характеристики смазочного материала. При том были использованы данные о толщине смазочной пленки, измеренной в нашем опыте А. В. Бауэром косвенным методом. Сравнение этой

температуры, полученной по параметрам смазки на дорожке качения с температурой — по температуре вне дорожки качения, показывает, что экстраполяция  $T_{ср}$  по формуле (14) дает большее совпадение результатов, чем формальная экстраполяция.

Расчет толщины смазочной пленки по температуре, полученной формальной экстраполяцией, дает повышенную по сравнению с экспериментом величину на 240%, а по формуле (14) — лишь на 30% (см. рис. 3). Расхождение результатов в последнем случае отчасти можно объяснить приработкой смазочного слоя в подшипнике с одноразовой закладкой смазки. Подобное соотношение экспериментальных и теоретических данных наблюдалось на всех скоростных режимах работы подшипника.

Эти обстоятельства показывают возможность существенного уточнения расчета толщины смазочной пленки за счет использования предложенной методики расчета контактной температуры.

## В ы в о д ы

1. Температурное поле на дорожке качения и в ее окрестностях можно восстановить по температуре в двух точках окрестности.

2. Полученные формулы позволяют рассчитать температуру в любой точке зоны качения, в том числе максимальную, минимальную и среднюю на поверхности дорожки качения, а также мощность теплового источника, вызванного энергетическими потерями на трение.

3. Расчет температуры по предлагаемой методике не противоречит экспериментальным данным и может быть использован для оценки температуры зоны качения и уточнения контактно-гидродинамического расчета высокоскоростных приборных подшипников.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Коровчинский М. В. Локальный термический контакт при квазистационарном тепловыделении в процессе трения. Сборник. «Теория трения и износа». Издательство «Наука», 1965.

**Ф. П. СНЕГОВСКИЙ, В. П. КУЗЬМИНСКИЙ**

## **УПРОЩЕННОЕ РЕШЕНИЕ КОНТАКТНО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ**

Решения контактно-гидродинамической задачи в полной и строгой постановке вопроса приводят к сложным зависимостям, которые пока не могут быть использованы для расчетов металлических подшипников скольжения.

Экспериментальные исследования [1] и опыт проектирования и эксплуатации подшипников скольжения подтверждают необходи-