О ЖЕСТКОСТИ ЗАДАЧИ КОНТАКТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Бейгельзимер Я.Е., Палант Ю.А., Вакс Л.Р. (г.Донецк)

Первое приближение в проблеме контактной гидродинамики по Д.С.Кодниру сводится к краевой задаче

$$\left.\begin{aligned} \frac{dk}{dz} &= \frac{1-H}{H^3}\, e^{Bnk} \equiv \varphi; \\ H &= 1 + z^2 - a^2 + ck; \\ k(a) &= k(+\infty) = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где a - параметр, определяемый граничными условиями. При малых значениях $c \sim 0{,}1$ и больших $Bn \sim 10$ возникают трудности, связанные с неустойчивостью машинного счета. При этом "стрельба" с левого конца может привести к уходу на бесконечность, а с правого - к резкому удалению вниз от истинного решения. При достижении величиною k значения $k \sim 10$ оказывается, что необходимо брать шаг численного метода порядка $\Delta \sim e^{-100}$. Машинный счет при этом оказывается нереальным. Таким образом, задача оказывается жесткой по К.Куртису и Д.Хиршфельдеру (1952), чем объясняется неустойчивость при счете.

Предлагается "смягчение" задачи (1) в виде близкой задачи с уравнением

$$\frac{dk}{dz} = \varphi\,\Omega(\varphi, \varepsilon), \qquad (2)$$

где $|\varphi\Omega| \le \mathcal{M}(\varepsilon) < +\infty$; $\lim\limits_{\varepsilon\to 0} \Omega = 1$; $\lim\limits_{\varphi\to\pm\infty} \varphi\Omega = 0$. Приемлемы $\Omega = (1+\varepsilon\varphi^2)^{-1}$ или $\Omega = e^{-\varepsilon\varphi^2}$. В этих вариантах имеем $\mathcal{M}(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-1/2}$. При разумном ограничении $\mathcal{M} \lesssim 10^4$ получаем $\varepsilon \sim 10^{-8}$