

В. Д. КУЗЕНКОВ, С. А. ПУТИЛОВА

### ВОЗДЕЙСТВИЕ ОГРАНИЧЕННОГО ШУМА НА ПРИЕМНИК С АМПЛИТУДНЫМ ДЕТЕКТОРОМ

**Постановка задачи.** Рассмотрим воздействие ограниченного гауссова шума на приемник с амплитудным детектором. Необходимо определить условия, при которых дисперсия процесса на выходе детектора приемника достигает максимального значения при фиксированных максимальных значениях входного шума.

Задаче соответствует физическая модель, представленная на рис. 1.

На выходе полосового фильтра 1 имеет место узкополосный гауссов шум с нулевым средним. Дисперсия этого шума может изменяться в произвольных пределах. Шум ограничивается с помощью безынерционного двустороннего симметричного ограничителя. Уровень ограничения — постоянный.

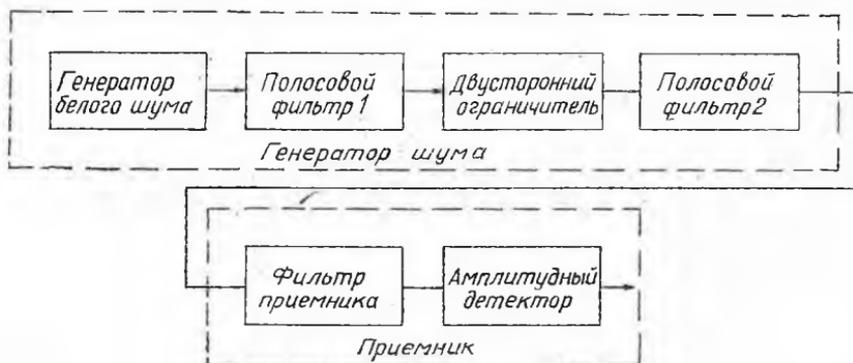


Рис. 1.

Известно [1], что спектр ограниченного узкополосного процесса имеет ряд полос, расположенных в окрестности частоты  $\omega$  и высших гармоний этой частоты ( $\omega$  — частота узкополосного неограниченного процесса).

Предположим, что на вход приемника воздействует процесс, спектр которого равен полосе спектра ограниченного шума, расположенной в окрестности частоты  $\omega$ . Операцию подавления прочих полос в спектре ограниченного шума выполняет полосовой фильтр 2. Полагается, что полоса прозрачности этого фильтра существенно больше полосы пропускания фильтра 1. При этом искажениями пропускаемой фильтром 2 полосы спектра ограниченного шума можно пренебречь.

В отношении детектора приемника предположим, что это — идеальный линейный или квадратичный детектор огибающей.

Задача, таким образом, в зависимости от вида детектора сводится к определению дисперсии огибающей или квадрата огибающей процесса на выходе фильтра приемника в функции дисперсии шума на входе ограничителя.

Аналитическое решение задачи требует знания одномерной плотности вероятности огибающей. В свою очередь, плотность вероятности огибающей может быть определена из двумерной плотности процесса. Определение плотности вероятности процесса на выходе линейной системы при воздействии на ее входе негауссова шума в большинстве практических случаев оказывается затруднительным. Определение эквивалента плотности вероятности — характеристической функции в виде ряда через кумулянты процесса на выходе линейной системы также обычно не приводит к успеху. Поэтому решение поставленной задачи было выполнено путем моделирования на ЭВМ прохождения случайного процесса через приемник методом Монте-Карло [2]. Моделирование производилось на ЭВМ «Урал-2».

**Исходные предпосылки.** Предположим, что фильтр приемника обладает гауссовыми характеристиками:

$$h(t) = H_0 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}} \cos \omega_0 t, \quad (1)$$

$$H_0 = \sqrt{\pi} k_0 \cdot \frac{1}{T} = \sqrt{\pi} k_0 \cdot \Delta f, \quad (2)$$

$$\pi \Delta f T = 1, \quad (3)$$

где  $h(t)$  — импульсная характеристика фильтра;

$H_0$  — константа;

$k_0$  — константа-коэффициент передачи фильтра на частоте  $\omega_0$ ;

$\omega_0$  — центральная частота полосы пропускания фильтра;

$t_0$  — константа, характеризующая запаздывание сигнала в фильтре;

$2T$  — длительность импульсной характеристики по уровню  $0,37 H_0$ .

Примем также, что корреляционная функция узкополосного шума  $R(\tau)$  на входе ограничителя имеет гауссову огибающую

$$R(\tau) = \sigma^2 e^{-\nu^2 \tau^2} \cos \omega \tau,$$

где  $\frac{2\nu}{\pi} = \delta f_{ш}$  — ширина энергетического спектра шума по уровню 0,37.

$\omega$  — частота квазигармонического процесса — узкополосного шума.

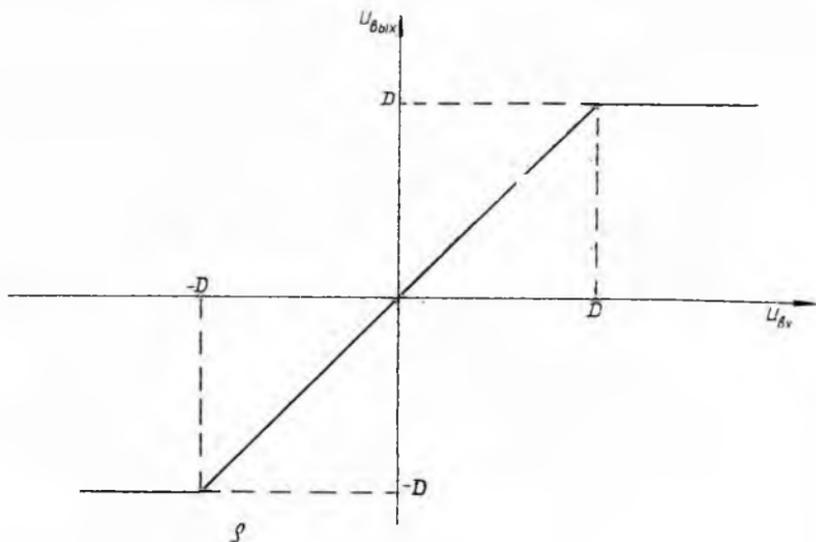


Рис. 2.

Предположим, что ограничитель имеет линейно-ломаную характеристику с линейным участком вида, рис. 2.

**Алгоритм задачи** составлен на основе физической модели рис. 1 и включает в себя следующие операции:

а) получение дискретного белого шума. Дискретный белый шум может быть представлен последовательностью случайных независимых нормально распределенных чисел. Нормально распределенные числа получались из равномерно распределенных чисел. Последние вырабатывались с помощью стандартной программы для ЭВМ «Урал-2».

Нормально распределенные независимые числа получались способом «суммирования пяти с поправкой» [3].

$$\begin{aligned} \eta_i &= \mu_{5i} + 0,01 (\mu_{5i}^3 - 3\mu_{5i}), \\ \mu_{5i} &= \xi_{1i} + \xi_{2i} + \xi_{3i} + \xi_{4i} + \xi_{5i}, \end{aligned} \quad (5)$$

1) равномерно распределенные на интервале  $(-\sqrt{\frac{3}{5}}, \sqrt{\frac{3}{5}})$

числа;

2) нормально распределенные числа с параметрами  $(0,1)$ .

Изображались две независимые последовательности нормально распределенных чисел:

$$\begin{aligned} \gamma_{i_1}^1, \gamma_{i_1+1}^1, \gamma_{i_1+2}^1 \dots \\ \gamma_{i_2}^2, \gamma_{i_2+1}^2, \gamma_{i_2+2}^2 \dots \end{aligned} \quad (6)$$

б) получение узкополосного дискретного шума. Эта операция эквивалентна фильтрации белого шума полосовым фильтром  $I$ . Известно представление узкополосного случайного процесса в виде квазигармонического колебания [4]

$$x(t) = X(t) \cos [\omega t + \Theta(t)] = X_c(t) \cos \omega t + X_s(t) \sin \omega t. \quad (7)$$

Процесс (7) определяется своими модулем  $X$  и фазой  $\Theta$  или вращательными составляющими  $X_c$  и  $X_s$ . Для нормального узкополосного процесса с симметричным спектром  $X_c(t)$  и  $X_s(t)$  — независимые нормальные процессы с одинаковыми автокорреляционными функциями.

Дискретными аналогами процессов  $X_c(t)$  и  $X_s(t)$ , являются последовательности нормально распределенных чисел

$$\begin{aligned} X_{ci}, X_{ci+1}, X_{ci+2} \dots; \\ X_{si}, X_{si+1}, X_{si+2} \dots; \end{aligned} \quad (8)$$

полученные из последовательностей чисел (6).

Если функция корреляции процесса (7) имеет вид (4), то преобразование чисел производится скользящим суммированием с весом [5]

$$X_n = \sum_{k=-p}^p C_k \gamma_{k+n}, \quad (9)$$

где  $p$  — параметр, зависящий от точности преобразования. При моделировании принималось  $p=10$ .

Весовые коэффициенты в выражении (9) определяются формулой [5]

$$C_k = \sigma \frac{(2\gamma)^{\frac{1}{2}}}{\pi^{\frac{1}{4}}} e^{-\gamma^2 k^2}, \quad (10)$$

$$\gamma = \nu \Delta \tau, \quad (11)$$

где  $\Delta \tau$  — шаг дискретизации процесса (7). Выбор шага дискретизации производится ниже. Заметим, однако, что формула (10) справедлива при условии  $\gamma \leq \frac{1}{2}$ . Последовательность чисел, оп-

ределяющих модуль и фазу дискретного аналога узкополосного процесса, может быть получена следующим образом:

$$X_i = \sqrt{X_{si}^2 + X_{ci}^2},$$

$$\psi_i = \frac{X_{ci}}{X_i} \cos \theta_i,$$

$$\varphi_i = \frac{X_{si}}{X_i} \sin \theta_i;$$

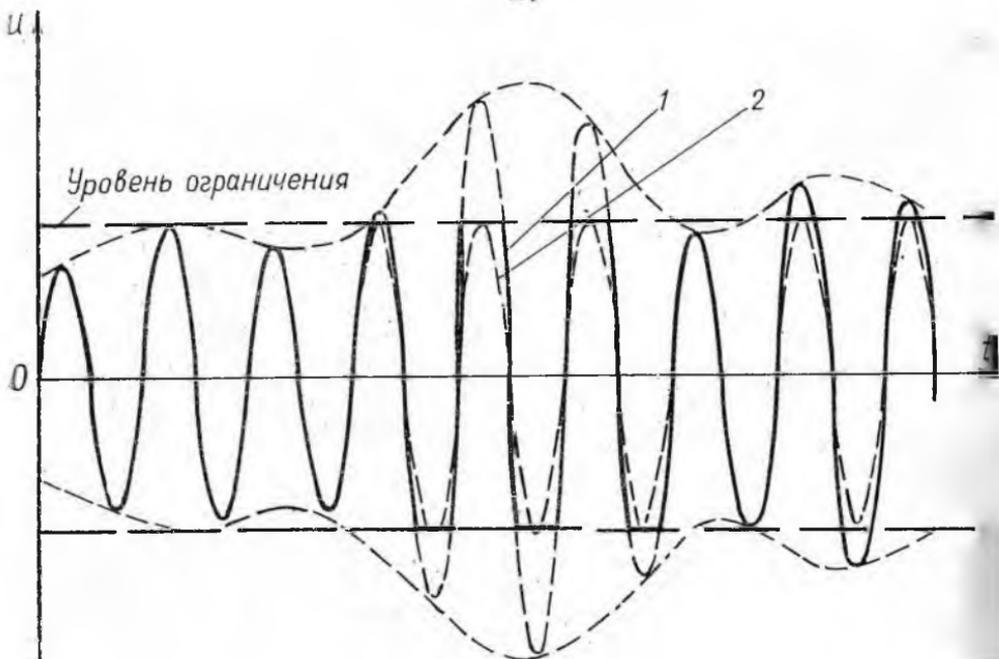


Рис. 3.

в) ограничение и фильтрация ограниченного процесса полосовым фильтром 2. Известно, что в результате безынерционного ограничения изменяется лишь амплитуда (оггибающая), фаза процесса при этом сохраняется [6].

Ограниченный процесс имеет вид, представленный на рис. 3 кривой 1. Из общефизических представлений следует, что резким изломам в форме напряжения (процесса) соответствуют составляющие высоких частот его спектра. Сглаживанию кривой напряжения соответствует исключение из его спектра указанных высокочастотных составляющих. Поэтому, допустив некоторую некорректность в рассмотрении, заменим ограниченный процесс (кривая 1 на рис. 3) процессом, соответствующим кривой 2, и будем считать, что кривая 2 определяет процесс на выходе полосового фильтра 2.

При этом мы заменяем ограничение процесса ограничением его огибающей. В алгоритме такое ограничение представляется операцией:

$$Y_i = \begin{cases} X_i & \text{при } X_i < D, \\ D & \text{при } X_i \geq D. \end{cases} \quad (15)$$

Для последовательностей чисел, определяющих квадратурные компоненты процесса на входе приемника, можно написать

$$\begin{aligned} Y_{si} &= Y_i \varphi_i, \\ Y_{ci} &= Y_i \psi_i; \end{aligned} \quad (16)$$

г) моделирование прохождения ограниченного шума через фильтр приемника. Ограничим импульсную характеристику (1) по уровню  $0,01 H_0$ . Длительность импульсной характеристики фильтра приемника, измеренная по уровню  $0,01 H_0$  равна  $2T_{0,01}$ ; учтем, что  $T_{0,01} = 2,145 T$ .

Для квадратурных составляющих процесса на выходе фильтра в установившемся режиме можно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned} Z_s(t) &= \frac{H_0}{2} \int_0^{2T_{0,01}} e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} Y_s(t - T_{0,01} + \tau) \cos \Omega(t - T_{0,01} + \tau) d\tau + \\ &+ \frac{H_0}{2} \int_0^{2T_{0,01}} e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} Y_c(t - T_{0,01} + \tau) \sin \Omega(t - T_{0,01} + \tau) d\tau = L_1(t) + L_2(t), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} Z_c(t) &= \frac{H_0}{2} \int_0^{2T_{0,01}} e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} Y_c(t - T_{0,01} + \tau) \cos \Omega(t - T_{0,01} + \tau) d\tau - \\ &- \frac{H_0}{2} \int_0^{2T_{0,01}} e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} Y_s(t - T_{0,01} + \tau) \sin \Omega(t - T_{0,01} + \tau) d\tau = \\ &= C_1(t) - C_2(t), \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\Omega = \omega - \omega_0$  — частотная расстройка шума относительно центральной частоты полосы прозрачности фильтра.

При моделировании интегралы в выражениях (17) и (18) вычислялись методом прямоугольников.

Шаг дискретизации подынтегральной функции выбирается таким образом, чтобы приближенно обеспечивалось условие применимости теоремы отсчетов Котельникова:

$$\Delta\tau = \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{1}{2\Delta f_{0,01}} = \frac{1}{2 \cdot 2,145 \Delta f} = \frac{\pi T}{4,29}, \quad (19)$$

где  $2\Delta f_{0,01}$  — ширина спектра процесса, измеренная по уровню  $0,01$ . Число отсчетов на интервале интегрирования равно

$$N = \frac{2T_{0,01}}{\Delta\tau}. \quad (20)$$

Число  $N$ , вычисленное по формуле (20), равно 6. При моделировании, учитывая, что возможны расстройки  $\Omega$ , принималось  $N=$  При этом

$$\Delta\tau = \frac{4,29T}{N} = 0.429T.$$

Шаг дискретизации интегралов в выражениях (17) и (18) целесообразно выбрать таким образом, чтобы последовательные отсчеты квадратурных составляющих выходного процесса  $Z_c$  и  $Z_s$  были коррелированными. Примем

$$\Delta t = m\Delta\tau,$$

где  $m=10$ .

Интегральные суммы, являющиеся дискретными аналогами интегралов, входящих в выражения (19) и (20), имеют вид:

$$C_1(n) = H_0 T \frac{4,29}{2N} \sum_{k=1}^N e^{-\left(\frac{4,29k}{N}\right)^2} Y_{c(k+mn-5)} \times \\ \times \cos \left[ (k + mn - 5) \cdot 4,29\Omega \frac{T}{N} \right],$$

$$C_2(n) = H_0 T \frac{4,29}{2N} \sum_{k=1}^N e^{-\left(\frac{4,29k}{N}\right)^2} Y_{s(k+mn-5)} \times \\ \times \sin \left[ (k + mn - 5) \cdot 4,29\Omega \frac{T}{N} \right],$$

$$L_1(n) = H_0 T \frac{4,29}{2N} \sum_{k=1}^N e^{-\left(\frac{4,29k}{N}\right)^2} Y_{s(k+mn-5)} \times \\ \times \cos \left[ (k + mn - 5) \cdot 4,29\Omega \frac{T}{N} \right],$$

$$L_2(n) = H_0 T \frac{4,29}{2N} \sum_{k=1}^N e^{-\left(\frac{4,29k}{N}\right)^2} Y_{c(k+mn-5)} \times \\ \times \sin \left[ (k + mn - 5) \cdot 4,29\Omega \frac{T}{N} \right].$$

Если принять, что коэффициент передачи фильтра на частоте  $\omega_0$  равен единице, то, согласно формуле (2),  $H_0 T = \sqrt{\pi}$  и коэффициенты при суммах в выражениях (23) и (26) с точностью до постоянного множителя равны  $\frac{1}{N}$ .

Отсчеты квадратурных составляющих процесса на выходе фильтра равны

$$Z_c(n) = C_1(n) - C_2(n);$$

$$Z_s(n) = L_1(n) + L_2(n).$$

д) детектирование выходного процесса.

Согласно принятому выше условию, детектором приемника является идеальный детектор огибающей. Отсчеты огибающей в случае линейного детектирования определяются формулой

$$Z(n) = \sqrt{Z_c^2(n) + Z_s^2(n)}. \quad (28)$$

**Моделирование и обработка результатов.** Процесс на выходе детектора приемника является эргодическим. Поэтому среднестатистические параметры могут быть определены по одной его реализации. Определялись среднее значение, средний квадрат, дисперсия процесса на выходе линейного и квадратичного детекторов. Оценки величин  $Z$ ,  $Z^2$ ,  $\sigma_n^2$ ,  $\sigma_{кв}^2$  вычислялись по формулам

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M Z(n), \\ \bar{Z}^2 &= \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M Z^2(n), \\ \bar{Z}^4 &= \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M Z^4(n), \\ \sigma_n^2 &= \bar{Z}^2 - (\bar{Z})^2, \\ \sigma_{кв}^2 &= \bar{Z}^4 - (\bar{Z}^2)^2, \end{aligned} \quad (29)$$

где  $\sigma_n^2$ ,  $\sigma_{кв}^2$  — дисперсии процесса на выходе линейного и квадратичного детекторов соответственно;

$M$  — число отсчетов в реализации выходного процесса.

Величины  $M$  выбирались таким образом, чтобы определяемые величины приближались к некоторому пределу с точностью до единиц процентов. При этом оказывалось  $M = 700 \div 800$ .

В процессе моделирования изменялись следующие параметры: степень ограничения входного шума — отношение  $\frac{D}{\sigma}$  при

$D = \text{const}$ . При этом принималась  $\frac{D}{\sigma} = 0,5; 1; 2; 2,5; 3;$

соотношение между шириной спектра шума на входе ограничителя и полосой пропускания фильтра приемника. Полоса  $\delta f$  квадрата модуля частотной характеристики фильтра приемника на уровне  $0,37 K_0^2$  определяется из соотношения  $\sigma f = \frac{\Delta f}{\sqrt{2}}$ .

Обозначим  $\lambda = \frac{\delta f_{ш}}{\delta f}$ . Через величину  $\lambda$  можно выразить величину  $\gamma$ , входящую в формулу (10). В самом деле, учитывая формулы (3), (4), (11) и (21), получим

$$\gamma = \frac{4,29}{\sqrt{2}N} \lambda. \quad (30)$$

При решении задачи принималось  $\lambda = 0,5; 1; 3$ .

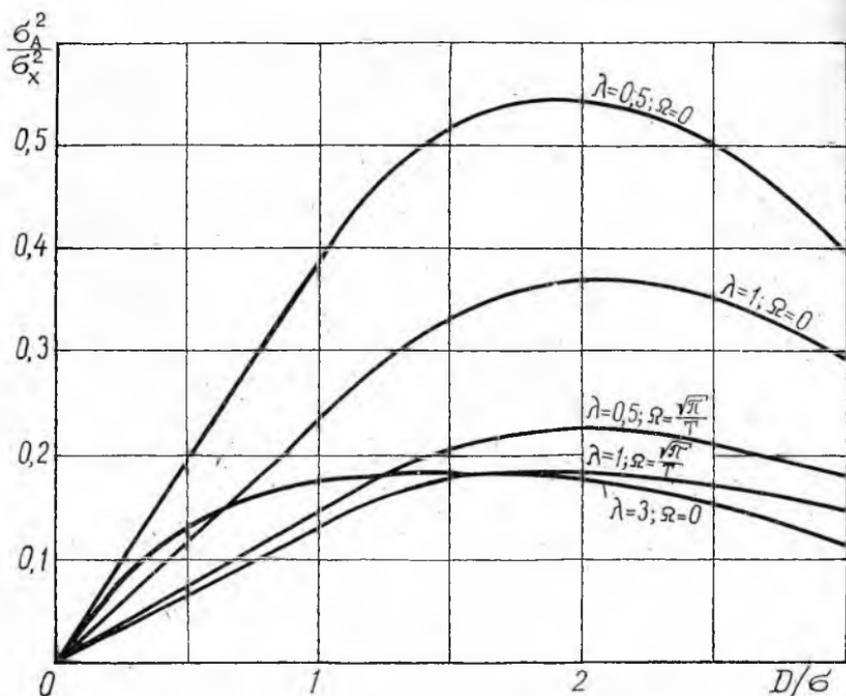


Рис. 4.

Принимались два значения величины расстройки частоты шума  $\Omega$  относительно центральной частоты полосы прозрачности фильтра приемника  $\Omega = 0$  и  $\Omega = \frac{\sqrt{\pi}}{T}$ . Последний случай соответствует расстройке на половину полосы пропускания фильтра по уровню  $0,46 K_0$ .

**Результаты решения задачи и выводы.** Графики для дисперсии процесса в функции отношения  $\frac{D}{\sigma}$  для линейного и квадратичного детекторов огибающей приведены соответственно на рис. 4 и 5. Из графиков рис. 4 следует, что при узкополосном шуме на входе дисперсия выходного процесса линейного детектора имеет достаточно резко выраженный максимум при отношении  $\frac{D}{\sigma} \approx 2$ . Если ширина спектра шума существенно превышает полосу пропускания приемника, то максимум дисперсии на выходе детектора смещается в области меньших отношений  $\frac{D}{\sigma}$  и не является резко выраженным.

На выходе квадратичного детектора, как это следует из графиков рис. 5, дисперсия процесса слабо зависит от уровня ограничения при  $\frac{D}{\sigma} \geq 2,5$ . При  $\frac{D}{\sigma} < 2,5$  дисперсия падает.

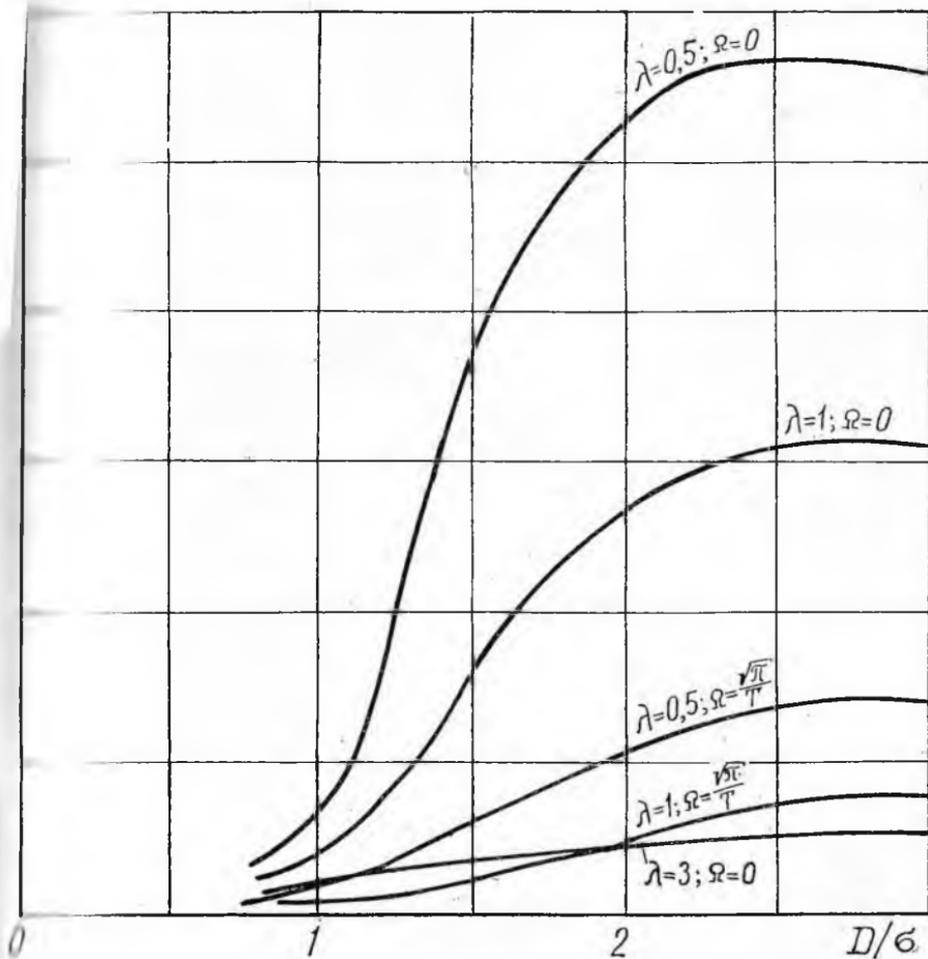


Рис. 5.

При широкополосном, по сравнению с полосой фильтра приемника, входном шуме падение дисперсии выходного процесса происходит медленно, по мере уменьшения отношения  $\frac{D}{\sigma}$ .

Различие в результатах для узкополосного и широкополосного шумов объясняется нормализацией широкополосного шума в фильтре приемника.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Р. Левин. Теоретические основы статической радиотехники, том I «Советское радио», 1966.
  2. Н. П. Буаленко и др. Метод статических испытаний Монте-Карло и его приложения, «Физматгиз», 1968.
  3. Д. И. Голенко. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на ЭЦВМ, «Наука», 1965.
  4. В. И. Бунимович. Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах, «Советское радио», 1951.
  5. В. В. Быков. «Электросвязь», № 9, 1967.
  6. В. Т. Горяинов, В. И. Тихонов. «Электросвязь», № 11, 1961.
-