КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
Труды, вып. 44
Исследования по акустике и радиоэлектронике

Б. А. ЕСИПОВ

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ЗОНДИРУЮЩИХ СИГНАЛОВ НА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ РАЗРЕШЕНИЯ В ОБОБЩЕННОМ (ЧЕТЫРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКОМ) РАДИОКАНАЛЕ ПРИ «ОКРАШЕННОМ» ШУМЕ

Проблема разрешения, т. е. процесс определения того, содержит ли принимаемое колебание m сигналов или один сигнал, в радиоканале с помехами является актуальной как для радиолокации, так и для радиосвязи.

Здесь можно указать два подхода к задаче разрешения [1, 2, 5, 6]. Один из них трактует разрешение как сопоставление альтернатив о наличии или отсутствии данного сигнала при наличии других $(m—1)$ сигналов, близких по значениям разрешаемого параметра, то есть, практически, решается задача обнаружения при наличии смежных мешающих сигналов по структуре близких к обнаруживаемому. Второй подход опирается на известные методы ортогонализации функций, когда опорное напряжение приемника формируется так, чтобы подавить мешающие сигналы.

Ниже мы попытаемся выяснить, как влияет форма излучаемых сигналов на потенциальную помехоустойчивость разрешения двух сигналов как по первому, так и по второму способу, для весьма общего класса радиоканалов и аддитивной помехи.

1. Радиоканал здесь описывается наиболее общим четырехпараметрическим распределением модуля комплексного коэффициента передачи радиоканала $\dot{\gamma}$[3]. Считая $\dot{\gamma}$ постоянным на интервале анализа [0, T], общий сигнал в месте приема запишем в виде

$$z(t) = \gamma_1 s_1(t) + \gamma_2 s_2(t) + u(t),\ 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{1}$$

где $s_1(t)$ и $s_2(t)$ — известные функции, которые могут зависеть от параметров, например, времени задержки τ и допплеровского сдвига частоты Ω. $\dot u(t)$ — аддитивная гауссова помеха с произвольным энергетическим спектром.

Запишем функцию правдоподобия для дискретной выборки некоррелированных координат комплексной реализации [4].

$$W_N(z_1, z_2 \cdots z_N) = c\cdot\exp\{L\};$$

$$L = -\sum_{k=1}^{N}\left|[\dot z_k - \dot\gamma_1 \dot s_1^k - \dot\gamma_2 \dot s_2^k]\right|^2; \quad \dot z_k = \dot\gamma_1 \dot s_1^k + \dot\gamma_2 \dot s_2^k + \dot u_k . \tag{2}$$

Выражение для некоррелированных координат получим, используя ортогональное разложение по системе ортонормированных функций, являющихся решением однородного интегрального уравнения

$$\varphi(t) = \lambda\int_0^T B(t, y)\,\varphi(y)\,dy, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{3}$$

где $B(t, y)$ — корреляционная функция шума $\dot u(t)$. Тогда

$$\dot z_k = \sqrt{\lambda_k}\int_0^T \dot z(t)\,\dot\varphi_k^*(t)dt; \qquad \dot z_k^* = \sqrt{\lambda_k}\int_0^T \dot z^*(t)\dot\varphi_k(t)dt;$$

$$\dot s_i^k = \sqrt{\lambda_k}\int_0^T \dot s_i(t)\dot\varphi_k^*(t)dt; \qquad \dot s_i^{k*} = \sqrt{\lambda_k}\int_0^T \dot s_i^*(t)\dot\varphi_k(t)\,dt;$$

$$\dot v_{Ni}(t) = \sum_{k=1}^{N}\sqrt{\lambda_k}\,\dot s_i^k\dot\varphi_k(t); \qquad \dot v_{Ni}^*(t) = \sum_{k=1}^{N}\sqrt{\lambda_k}\,\dot s_i^{k*}\dot\varphi_k^*(t);$$

$$L = -\sum_{k=1}^{N}(\dot z_k - \dot\gamma_1\dot s_1^k - \dot\gamma_2\dot s_2^k)(\dot z_k^* - \dot\gamma_1^*\dot s_1^{k*} - \dot\gamma_2^*\dot s_2^{k*}) =$$

$$= -\sum_{k=1}^{N}|\dot z_k|^2 - \dot\gamma_1\dot s_1^k\dot z_k^* - \dot\gamma_2\dot s_2^k\dot z_k^* - \dot\gamma_1^*\dot z_k\dot s_1^{k*} + \dot\gamma_1\dot\gamma_1^*\dot s_1^k\dot s_1^{k*} +$$

$$+ \dot\gamma_2\dot\gamma_1^*\dot s_2^k\dot s_1^{k*} - \dot\gamma_2^*\dot z_k\dot s_2^k + \dot\gamma_1\dot\gamma_2^*\dot s_1^k\dot s_2^{k*} + \dot\gamma_2\dot\gamma_2^*\dot s_2^k\dot s_2^{k*}. \tag{4}$$

Заметим, что $\lim\limits_{N\to\infty}\dot v_{Ni}(t) = \dot v_i(t)$, где $\dot v_i(t)$ является решением неоднородного линейного интегрального уравнения

$$\int_0^T \dot B(t, y)\,\dot v_i(y)dy = \dot s_i(t). \tag{5}$$

Легко показать, что (4) можно записать в виде

$$L = -\left[\int_0^T |\dot z(t)|^2 dt - \dot\gamma_1\int_0^T \dot z^*(t)\,\dot v_1(t)\,dt - \dot\gamma_2\int_0^T \dot z^*(t)\dot v_2(t)dt -\right.$$

$$- \dot\gamma_1^*\int_0^T \dot z(t)\,\dot v_1^*(t)dt + \dot\gamma_1\dot\gamma_1^*\int_0^T \dot s_1(t)\,\dot v_1^*(t)\,dt + \dot\gamma_2\dot\gamma_1\int_0^T \dot s_2(t)\,\dot v_1^*(t)dt -$$

$$\left.- \dot\gamma_2^*\int_0^T \dot z(t)\,\dot v_2^*(t)dt + \dot\gamma_1\dot\gamma_2^*\int_0^T \dot s_1(t)\,\dot v_2^*(t)\,dt + \dot\gamma_2\dot\gamma_2^*\int_0^T \dot s_2(t)\,\dot v_2^*(t)dt\right].$$

Введем обозначения:

$$\int_0^T \dot{z}(t)\,\dot{v}_1^*(t)dt = E_{z1};\quad \int_0^T \dot{z}(t)\,\dot{v}_2^*(t)dt = E_{z2};\quad \int_0^T \dot{s}_1(t)\,\dot{v}_1^*(t)dt = \varepsilon_{11};$$

$$\int_0^T \dot{z}^*(t)\,\dot{v}_1(t)\,dt = E_{z1}^*;\quad \int_0^T \dot{z}^*(t)\,\dot{v}_2(t)\,dt = E_{z2}^*;\quad \int_0^T \dot{s}_2(t)\,\dot{v}_2^*(t)dt = \varepsilon_{22};$$

$$\int_0^T \dot{s}_1^*(t)\,\dot{v}_1(t)dt = \varepsilon_{11}^*\,;\quad \int_0^T \dot{s}_1(t)\,\dot{v}_2(t)dt = \varepsilon_{12} = \int_0^T \dot{v}_1(t)\,\dot{s}_2^*(t)dt;$$

$$\int_0^T \dot{s}_2^*(t)\,\dot{v}_2(t)dt = \varepsilon_{22}^*\,;\quad \int_0^T \dot{s}_1^*(t)\,\dot{v}_2(t)dt = \varepsilon_{12}^* = \int_0^T \dot{v}_1^*(t)\,\dot{s}_2(t)dt;$$

тогда

$$L = -\,[E_0 - \dot{\gamma}_1 E_{z1}^* - \dot{\gamma}_2 E_{z2}^* - \dot{\gamma}_1^* E_{z1} + \dot{\gamma}_1\dot{\gamma}_1^*\varepsilon_{11} + \dot{\gamma}_2\dot{\gamma}_1^*\,\varepsilon_{12}^* -$$

$$-\,\dot{\gamma}_2^* E_{z2} + \dot{\gamma}_1\dot{\gamma}_2^*\,\varepsilon_{12} + \dot{\gamma}_2\dot{\gamma}_2^*\,\varepsilon_{22}].$$

Найдем максимально правдоподобные оценки, доставляющие максимум функционалу (6). Для этого необходимо

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\gamma}_1^*} = -\,(-E_{z1} + \dot{\gamma}_1\varepsilon_{11} + \dot{\gamma}_2\varepsilon_{12}^*) = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\gamma}_2^*} = -\,(-E_{z2} + \dot{\gamma}_1\varepsilon_{12} + \dot{\gamma}_2\varepsilon_{22}) = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\gamma}_1} = -\,(-E_{z1}^* + \dot{\gamma}_1^*\varepsilon_{11} + \dot{\gamma}_2^*\varepsilon_{12}) = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\gamma}_2} = -\,(-E_{z2}^* + \dot{\gamma}_1^*\,\varepsilon_{12}^* + \dot{\gamma}_2^*\varepsilon_{22}) = 0.$$

Решая (7) легко найти, что

$$\hat{\dot{\gamma}}_1 = \frac{\varepsilon_{22}E_{z1} - \varepsilon_{12}^* E_{z2}}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} - |\varepsilon_{12}|^2};\qquad \hat{\dot{\gamma}}_2 = \frac{\varepsilon_{11}E_{z2} - \varepsilon_{12}E_{z1}^*}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} - |\varepsilon_{12}|^2};$$

$$\hat{\dot{\gamma}}_1^* = \frac{\varepsilon_{22}E_{z1}^* - \varepsilon_{12}E_{z2}^*}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} - |\varepsilon_{12}|^2};\qquad \hat{\dot{\gamma}}_2^* = \frac{\varepsilon_{11}E_{z2}^* - \varepsilon_{12}^* E_{z1}}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} - |\varepsilon_{12}|^2}.$$

Далее можно пойти двумя путями: либо, подставляя оценки в функцию правдоподобия, найти алгоритм работы по критерию отношения максимального правдоподобия, либо, сформировав из (8) амплитудные оценки, получить алгоритм порогового приема. Нетрудно убедиться, что эти два пути и являются содержанием двух подходов к задаче разрешения, обобщая ее для общих предположений о характере радиоканала и аддитивной помехи.

2. Найдем алгоритм работы приемника по критерию отношения максимального правдоподобия. Подставляя $\hat{\dot{\gamma}}_i$, после вычислений получим

$$l = \frac{\omega(z/S_1 + S_2)}{\omega(z/S_i)} \lessgtr 1;$$

$$q = \frac{|E_{z1}|^2 |\psi|^{2(2-i)}}{\varepsilon_{11}(1 - |\psi|^2)} + \frac{|E_{z2}|^2 |\psi|^{2(i-1)}}{\varepsilon_{22}(1 - |\psi|^2)} - \frac{2Re\{\varepsilon_{12} E_{z1} E^*_{z2}\}}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}} \lessgtr 0, \quad (9)$$

где

$$|\psi|^2 = \frac{|\varepsilon_{12}|^2}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}}; \; I_m \psi = |\psi| \sin \Theta = \frac{I_m \varepsilon_{12}}{\sqrt{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}}}; \; Re\, \psi = |\psi| \cos \Theta = \frac{Re\, \varepsilon_{12}}{\sqrt{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}}}.$$

Как будет показано ниже, вероятность ошибки алгоритма разрешения (9) зависит в общем случае от параметра радиоканала [3], а именно:

$$h_i^2 = \frac{\varepsilon_{ii}}{\sigma^2_{\text{ш}}}(m^2_{X_i} + m^2_{Y_i} + \sigma^2_{X_i} + \sigma^2_{Y_i}); \; \beta_i^2 = \frac{\sigma^2_{X_i}}{\sigma^2_{Y_i}}; \; q_i^2 = \frac{m^2_{X_i} + m^2_{Y_i}}{\sigma^2_{X_i} + \sigma^2_{Y_i}};$$

$$\varphi_i = \operatorname{arctg} \frac{m_{Y_i}}{m_{X_i}}.$$

m_{X_i}, m_{Y_i}, $\sigma^2_{Xi}\, \sigma^2_{Yi}$ — математические ожидания и дисперсии компонент комплексного коэффициента передачи $\dot{\gamma}_i$), а также от модуля $|\psi|$ и фазы $\Theta = \operatorname{arctg} \frac{Im\,\psi}{Re\,\psi}$ нормированного коэффициента взаимной корреляции двух сигналов. $\psi(\tau, \Omega)$ — есть функция неопределенности сигналов, а параметр ψ — ее квантованные по параметрам τ и Ω значения.

Для определения вероятности ошибки как функции от всех вышеперечисленных параметров

$$P_{\text{ош}} = P(h_i^2,\ \beta_i^2,\ q_i^2,\ \varphi_i,\ |\psi|,\ \Theta,\ r); \quad r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}$$

вычислим матрицы, входящие в выражение характеристической функции квадратичной формы (9), используя [7]

$$f_q(jt) = \frac{\exp\{-\overline{W}^{1*} M^{-1} [I - (I - jtMQ)^{-1}] \overline{W}\}}{(I - jt\, MQ)^{\frac{1}{2}}} \quad (10)$$

$M = \begin{bmatrix} m_{11} m_{12} m_{13} m_{14} \\ m_{21} m_{22} m_{23} m_{24} \\ m_{31} m_{32} m_{33} m_{34} \\ m_{41} m_{42} m_{43} m_{44} \end{bmatrix}$ — матрица ковариаций случайных величин E_{z1}, E_{z2}, E^*_{z1}, E^*_{z2},

$\overline{W} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix}$ — матрица математических ожиданий,

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{— единичная матрица.}$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix} \text{— матрица квадратичной формы.}$$

Тогда

$$p_{\text{ош}} = p(q < 0) = -\frac{1}{2\pi j} \int\limits_{-j\infty}^{j\infty} \frac{f_q(z)}{z} dz.$$

Нормируя по энергии (9), при $i = 1$, получим

$$q = \frac{|\psi|^2}{1-|\psi|^2} \sqrt{r}\, |E_{z1}|^2 + \frac{1}{1-|\psi|^2} |E_{z2}|^2 - \frac{2}{1-|\psi|^2} Re\, \{\psi E_{z1} E^*_{z2}\} \lessgtr 0$$

Ниже приведены выражения элементов матриц Q, M, $\overline{W}$ для расчета вероятности ошибки разрешения.

$$q_{11} = q_{22} = \frac{|\psi|^2 \sqrt{r}}{1-|\psi|^2}; \quad q_{33} = q_{44} = \frac{1}{1-|\psi|^2} \frac{1}{\sqrt{r}};$$

$$q_{12} = q_{21} = q_{34} = q_{43} = 0; \quad q_{13} = q_{24} = q_{31} = q_{42} = -\frac{|\psi| \cos\Theta}{1-|\psi|^2};$$

$$q_{23} = q_{32} = \frac{|\psi| \sin\Theta}{1-|\psi|^2}; \; q_{14} = q_{41} = -\frac{|\psi| \sin\Theta}{1-|\psi|^2};$$

$$m_{11} = \frac{h_1^2 \beta_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} + \frac{h_2^2 \beta_2^2 |\psi|^2 \cos^2\Theta}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + \frac{h_2^2 |\psi|^2 \sin^2\Theta}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + 1;$$

$$m_{22} = \frac{h_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} + \frac{h_2^2 \beta_2^2 |\psi|^2 \sin^2\Theta}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + \frac{h_2^2 |\psi|^2 \cos^2\Theta}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + 1;$$

$$m_{33} = r \left[\frac{h_1^2 \beta_1^2 |\psi|^2 \cos^2\Theta}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} + \frac{h_1^2 |\psi|^2 \sin^2\Theta}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} + \frac{h_2^2 \beta_2^2}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + 1 \right];$$

$$m_{44} = r \left[\frac{h_1^2 \beta_1^2 |\psi|^2 \sin^2\Theta}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} + \frac{h_1^2 |\psi|^2 \cos^2\Theta}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} + \frac{h_2}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + 1 \right];$$

$$m_{12} = m_{21} = \frac{h_2^2 \beta_2^2 |\psi|^2 \cos\Theta \sin\Theta}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} - \frac{h_2^2 |\psi|^2 \cos\Theta \sin\Theta}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)};$$

$$m_{13} = m_{31} = |\psi| \cos\Theta \cdot \sqrt{r} \left(\frac{h_1^2 \beta_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} + \frac{h_2^2 \beta_2^2}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + 1 \right);$$

$$m_{14} = m_{41} = |\psi| \sin\Theta \sqrt{r} \left(\frac{h_1^2 \beta_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)} - \frac{h_2^2}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)} + 1 \right);$$

$$m_{23}=m_{32}=|\psi|\sin\Theta\sqrt{r}\left(\frac{h_2^2\beta_2^2}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)}-\frac{h_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)}-1\right);$$

$$m_{24}=m_{42}=|\psi|\cos\Theta\sqrt{r}\left(\frac{h_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)}+\frac{h_2^2}{(1+\beta_2^2)(1+q_2^2)}+1\right);$$

$$m_{34}=m_{43}=\frac{h_1^2\beta_1^2|\psi|^2\cos\Theta\sin\Theta}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)}-\frac{h_1^2|\psi|^2\cos\Theta\sin\Theta}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)};$$

$$\omega_1=\frac{h_1\cos\varphi_1 q_1}{\sqrt{1+q_1^2}}+\frac{h_2q_2|\psi|\cos\Theta\cdot\cos\varphi_2}{\sqrt{1+q_2^2}}-\frac{h_2q_2|\psi|\sin\Theta\cdot\sin\varphi_2}{\sqrt{1+q_2^2}};$$

$$\omega_2=\frac{h_1q_1\sin\varphi_1}{\sqrt{1+q_1^2}}+\frac{h_2q_2|\psi|\sin\Theta\cdot\cos\varphi_2}{\sqrt{1+q_2^2}}+\frac{h_2q_2|\psi|\cos\Theta\cdot\sin\varphi_2}{\sqrt{1+q_2^2}};$$

$$\omega_3=\frac{h_1q_1|\psi|\cos\Theta\cdot\cos\varphi_1}{\sqrt{1+q_1^2}}\sqrt{r}-\frac{h_1q_1|\psi|\sin\Theta\cdot\sin\varphi_1}{\sqrt{1+q_1^2}}\sqrt{r}+\frac{h_2q_2\cos\varphi_2}{\sqrt{1+q_2^2}};$$

$$\omega_4=\frac{h_1q_1|\psi|\sin\Theta\cos\varphi_1}{\sqrt{1+q_1^2}}\sqrt{r}+\frac{h_1q|\psi|\cos\Theta\sin\varphi_1}{\sqrt{1+q_1^2}}\sqrt{r}+\frac{h_2q_2\sin\varphi_2}{\sqrt{1+q_2^2}}.$$

Для вычисления вероятности ложной тревоги, т. е. вероятности того, что есть только s_1, а принято решение о наличии и s_1 и s_2, получим:

$$\left.\begin{aligned} m'_{11}&=\frac{h_1^2\beta_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)}+1\\ m'_{22}&=\frac{h_1^2}{(1+\beta_1^2)(1+q_1^2)}+1\end{aligned}\right\}, \text{(остальные } m_{ij}=0);$$

$$\omega'_1=\frac{h_1q_1\cos\varphi_1}{\sqrt{1+q_1^2}};\quad \omega'_2=\frac{h_1q_1\sin\varphi_1}{\sqrt{1+q_1^2}};$$

$$\omega'_3=\omega'_4=0.$$

3. Остановимся теперь на втором способе обработки. Для этого из (7) сформируем амплитудные оценки.

$$|\hat{\gamma}_1|=\frac{|\varepsilon_{22}E_{z1}-\varepsilon^*_{12}E_{z2}|}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}-|\varepsilon_{12}|^2};\quad |\hat{\gamma}_2|=\frac{|\varepsilon_{11}E_{z2}-\varepsilon_{12}E_{z1}|}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}-|\varepsilon_{12}|^2}.$$

В [2, 5] показано, что эти оценки являются независимыми, ввиду так называемой ортогонализации сигналов s_1 и s_2.

На рис. 1 показана схема работы такого приемника

$$K_1(t)=\frac{v_1^*(t)\varepsilon_{22}-v_2^*(t)\varepsilon^*_{12}}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}-|\varepsilon_{12}|^2};\quad K_2(t)=\frac{v_2^*(t)\varepsilon_{11}-\varepsilon_{12}v_1^*(t)}{\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}-|\varepsilon_{12}|^2}.$$

Наличие или отсутствие каждого из сигналов регистрируется, соответственно, превышением или непревышением оценкой $|\hat{\gamma}_i|$ порога l_i.

$$|\hat{\gamma}_l| = |\overset{\circ}{X}_l + j\overset{\circ}{Y}| \gtrless l_l. \tag{10}$$

Спецификой задачи разрешения является то, что ошибки обоих родов (принять два сигнала за один или один сигнал за два), здесь примерно равноценны.

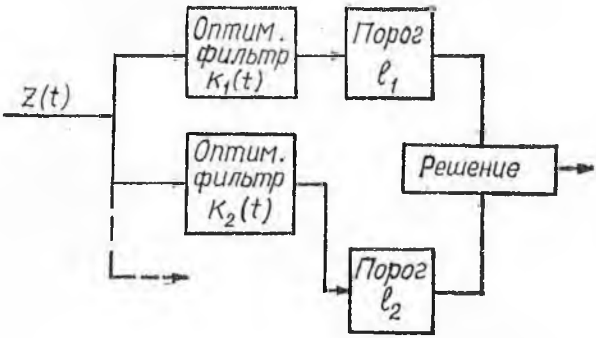

Рис. 1.

Напишем выражение средней вероятности ошибки для критерия идеального наблюдателя при равных ценах ошибок:

$$p_{\text{ош. ср}} = (1 - p_1) F_1 + (1 - p_2) F_2 + p_1 Q_1 + p_2 Q_2 + F_1 F_2 (1 - p_1)(1 - p_2) +$$
$$+ Q_1 Q_2 p_1 p_2 - Q_1 F_2 (1 - p_2) p_1 - F_1 Q_2 (1 - p_1) p_2, \tag{11}$$

где p_1 и p_2 — априорные вероятности появления s_1 и s_2,
F_l — вероятность ложной тревоги в каждом канале,
Q_l — вероятность пропуска в каждом канале.
$Q_l = F(A_l, B_l, C_l, D_l)$ — интегральная функция четырехпараметрического распределения, таблицы которой даны в [3]. Вычисляя математические ожидания и дисперсии случайных величин $\overset{\circ}{X}_l$ и $\overset{\circ}{Y}_l$ в (10), получим выражения величин A_l, B_l, C_l, D_l для рассматриваемой задачи.

$$A_l = \frac{l_l}{\sigma_{\overset{\circ}{Y}_l}}; \quad B_l = \beta_l = \frac{\sigma_{\overset{\circ}{X}_l}}{\sigma_{\overset{\circ}{Y}_l}}; \quad C_l = \frac{m^2_{\overset{\circ}{X}_l} + m^2_{\overset{\circ}{Y}_l}}{\sigma^2_{\overset{\circ}{X}_l} + \sigma^2_{\overset{\circ}{Y}_l}};$$

$$D_l = \varphi_l = \operatorname{arctg} \frac{m_{\overset{\circ}{Y}_l}}{m_{\overset{\circ}{X}_l}};$$

$$A_i = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{h_i^2(1-|\psi|^2)}{\frac{h_i^2(1+|\psi|^4)}{\left(1+\beta_i^2\right)\left(1+q_i^2\right)(1-|\psi|^2)}+1}};$$

$$B_i = \frac{\beta_i^2\, h_i^2(1+|\psi|^4)+(1+\beta_i^2)(1+q_i^2)(1-|\psi|^2)}{h_i^2(1+|\psi|^4)+\left(1+\beta_i^2\right)\left(1+q_i^2\right)(1-|\psi|^2)};$$

$$C_i = \frac{h_i^2\, q_i^2}{2\left(1+q_i^2\right)+h_i^2}\cdot\frac{1-|\psi|^2}{1+|\psi|^4};$$

$$D_i = \varphi_i.$$

Вероятность ложной тревоги выражается в виде

$$F_i = \exp\left\{-\frac{h_i^2}{4k}\left(1-|\psi|^2\right)\right\};$$

k — зависит от выбранного порога. Аналитически значение k для оптимального порога выразить не удается, ввиду сложности вида распределения, поэтому выбор k, как и в известных подобных задачах, определяется либо приближенно (графически), либо экспериментально. Легко показать, что при больших h_i^2 оптимальным является $k \approx 2$.

Из вышеприведенных выражений видно, что вероятность ошибки такого способа обработки сигналов зависит лишь от модуля коэффициента ψ и не зависит от его фазы.

На рис. 2 показаны графики зависимости $\dot{P}_{\text{ош.ср}} = \dot{p}(|\psi|^2)$ при различных параметрах h^2; β^2; q^2; φ; при $\gamma_1=\gamma_2$; $r=1$; $p_1=p_2=0{,}5$; $k=2$. Так как $|\psi|^2$ является в общем случае функцией параметров τ и Ω, $/|\psi|^2 \equiv |\psi(\tau, \Omega)|^2/$, то эти графики в действительности дают величину вероятности ошибки разрешения при каждом конкретном значении τ и Ω, и каждом конкретном виде $\psi(\tau, \Omega)$.

Если при приеме фиксировать вероятность ложной тревоги, то значение нормированного порога определяется в виде

$$A_i = \sqrt{\frac{-2\ln F_i}{1+\frac{h_i^2}{\left(1+\beta_i^2\right)\left(1+q_i^2\right)}\cdot\frac{1+|\psi|^4}{1-|\psi|^2}}}. \qquad (12)$$

Необходимо, отметить, что, как видно из графиков рис. 2, разрешение по методу полного подавления мешающего сигнала характеризуется немонотонной зависимостью средней вероятности ошибки разрешения от коэффициента $|\psi|^2$ и плохим разрешением при $|\psi|^2 \approx 1$ даже при больших h_i^2. Эти факты легко объясняются физикой процесса такой обработки сигналов.

Выявленная немонотонность заставляет устанавливать особые требования к форме функции неопределенности излучаемого сигнала в зависимости от необходимого диапазона разрешения,

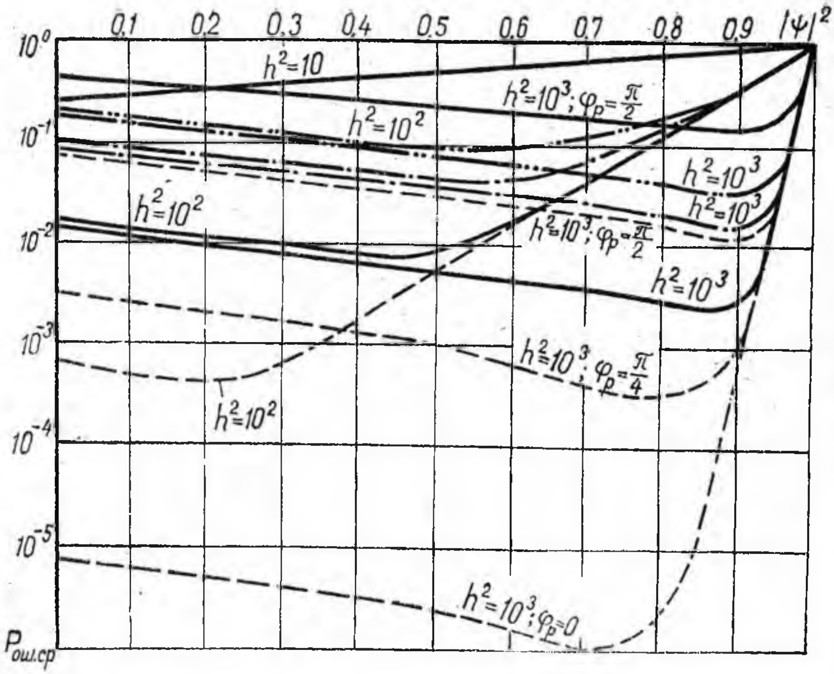

Рис. 2.

——— $\beta^2 = 0{,}1$; $q^2 = 2$; $\varphi_p = 0$; (четырехпараметрических);

— — — $\beta^2 = 0{,}1$; $q^2 = 10$; $\varphi_p = 0$;

—·— $\beta^2 = 1$; $q^2 = 2$; $\varphi_p = 0$, (обобщенно-релеевский);

—··— $\beta^2 = 0{,}05$; $q^2 = 0$; $\varphi_p = 0$; (подрелеевский)

априорных данных ожидаемых сигналов и заданной вероятности ошибки, так как каждой форме $\Psi(\tau, \Omega)$ соответствует вполне определенная зависимость $p_{\text{ош}}(\tau, \Omega)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. А. Бакут и др. Вопросы статистической теории радиолокации. Т. 2, изд-во «Советское радио», 1964.
2. Д. Е. Вакман. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации. Изд-во «Советское радио», 1965.
3. Д. Д. Кловский Передача дискретных сообщений по радиоканалам. Изд-во «Связь», 1969.
4. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 2, изд-во «Советское радио», 1968.
5. К. Хелстром. Статистическая теория обнаружения сигналов. Изд-во иностранной литературы, 1963.
6. Я. Д. Ширман. Теория обнаружения полезного сигнала на фоне гауссовых шумов и произвольного числа мешающих сигналов. «Радиотехника и электроника», № 12, 1959.
7. G. L. Turin. The Characteristic Function of Hermitian Quadratic Forms in Complex Normal Variables. «Biometrika». June, 1960.