

А. А. ПОДОЛЬСКИЙ, Л. М. ЛОГВИНОВ, В. И. ТУРУБАРОВ

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ КАМЕРЫ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ЗАРЯДОВ ЧАСТИЦ ИНДУКЦИОННЫМ МЕТОДОМ

При прохождении точечного заряда q через систему заземленных электродов в цепи каждого электрода возникает индукционный ток, создающий напряжение во входной цепи измерительного усилителя. На этом явлении основан индукционный метод измерения зарядов отдельных частиц. Задачей настоящей работы является определение зависимости амплитуды и формы входного импульса напряжения от скорости, координат и величины заряда с целью выбора оптимальных параметров индукционной камеры и входной цепи усилителя.

Индукционный ток может быть определен как производная времени от наведенного заряда. В свою очередь мгновенное значение заряда Q , индуцированного в проводнике движущимся точечным зарядом q , согласно теореме Шокли определяется по формуле [1]

$$Q = -q\Phi,$$

где Φ — потенциал в точке нахождения заряда при условии, что заряд отсутствует, потенциал измерительного электрода равен единице, а потенциал остальных электродов равен нулю.

Обычно измерительный электрод выполняется в виде кольца, окруженного электростатическим экраном. Для решения поставленной задачи, следуя [2], допустим, что измерительный электрод и экран имеют форму цилиндров одинакового радиуса, причем экран с двух сторон примыкает к измерительному кольцу. Это допущение справедливо при условии, что расстояние между измерительным электродом и экраном значительно меньше размера кольца.

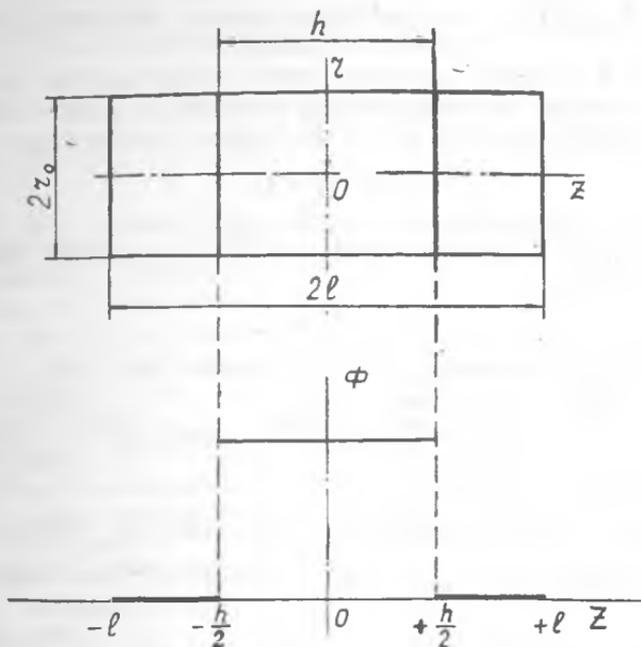


Рис. 1. Распределение потенциала вдоль образующей цилиндра измерительной камеры.

Таким образом, задача включает нахождение потенциала $\Phi(z)$, внутри цилиндрической полости радиуса r_0 , ограниченной плоскостями $z = \pm l$, при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} \Phi &= 1 \text{ при } r = r_0; |z| \leq \frac{h}{2}, \\ \Phi &= 0 \text{ при } r = r_0; \frac{h}{2} < |z| < l. \end{aligned} \quad (2)$$

Распределение потенциала вдоль образующей измерительного цилиндра и экрана изображено на рис. 1. Распределение потенциала при отсутствии зарядов в цилиндрической полости описывается уравнением Лапласа, которое в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии задачи имеет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) решается методом разделения переменных. Общее решение может быть записано в виде [3]

$$\begin{aligned} \Phi(z, r) &= (az + b)(A + B \ln r) + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n' \cos K_n z + \\ &+ d_n' \sin K_n z) [C_n' I_0(K_n' r) + D_n' K_0(K_n r)], \end{aligned} \quad (4)$$

где $I_0(Kr)$, $K_0(Kr)$ — модифицированные функции Бесселя левого порядка.

Поскольку уравнение должно иметь ограниченное решение всех точках внутри цилиндрической полости, а при $r=0$ функции $I_n r$ и $K_0(K_n r)$ обращаются в бесконечность, принимаем

$$B = D'_n = 0.$$

Очевидно, что распределение потенциала вдоль оси z должно быть симметричным относительно начала координат, поэтому необходимо положить

$$a = d'_n = 0.$$

С учетом (5) и (6) выражение (4) принимает вид

$$\Phi = \Phi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n I_0(K'_n r) \cos K_n z,$$

где $\Phi_0 = Ab$; $C_n = C'_n C''_n$.

Константы C_n и Φ_0 определяются из краевых условий. Введем новую переменную $x = \frac{\pi}{l} z$. Из (7), при $r=r_0$, получим

$$\Phi(r_0, x) = \Phi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n I_0(K_n r_0) \cos \frac{k_{nl}}{\pi} x.$$

Чтобы функция $\Phi(r_0, x)$ могла быть аналитически продолжена на ось X , необходимо принять $\frac{K_{nl}}{\pi} = n$, где n — целое число. Учтя, что выражение (2) представляет собой разложение функции $\Phi(r_0, x)$ в ряд по косинусам, и используя граничные условия (2), для коэффициентов разложения (8) получим:

$$\Phi_0 = \frac{h}{2l}; \quad C_n I_0(K_n r_0) = \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi h}{2l}.$$

С учетом (9) искомое выражение для распределения потенциала внутри цилиндрической полости принимает вид

$$\Phi(r, x) = \frac{1}{2} \left[\frac{h}{l} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{I_0\left(\frac{n\pi r}{l}\right)}{I_0\left(\frac{n\pi r_0}{l}\right)} \sin \frac{n\pi h}{2l} \cos \frac{n\pi z}{l} \right].$$

Выражение (10) совпадает с полученным в [2], однако примененный в [2] метод решения задачи обеспечивает справедливость полученного решения лишь в пределах $|z| < l - \frac{h}{2}$.

Подставляя (10) в (1), найдем выражение для определения напряденного заряда

$$Q = -\frac{q}{2} \left[\frac{h}{l} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{I_0\left(\frac{n\pi r}{l}\right)}{I_0\left(\frac{n\pi r_0}{l}\right)} \sin \frac{n\pi h}{2l} \cos \frac{n\pi z}{l} \right].$$

Используя (11), получим формулу для расчета индуцированного тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dZ} \cdot \frac{dZ}{dt} = \frac{2qV}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0 \left(\frac{n\pi}{l} r \right)}{I_0 \left(\frac{n\pi}{l} r_0 \right)} \sin \frac{n\pi h}{2l} \cdot \sin \frac{n\pi}{l} z. \quad (12)$$

Эквивалентная схема для определения напряжения сигнала на входе измерительного усилителя представлена на рис. 2. Измерительная камера заменяется генератором тока I ; C_K — емкость кольца относительно земли; $C_{вх}$, $R_{вх}$ — параметры входной цепи усилителя. Исковое напряжение сигнала находится из решения линейного дифференциального уравнения.

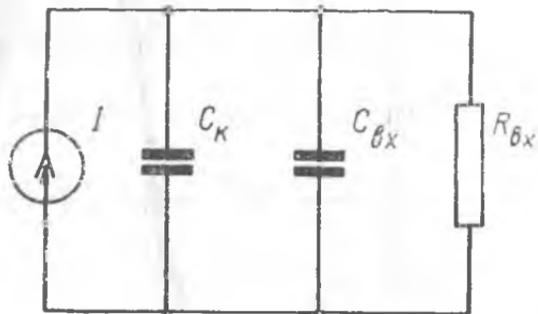


Рис. 2. Эквивалентная схема измерительной головки

$$(C_{вх} + C_K) \frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{R_{вх}} = I. \quad (13)$$

При решении уравнения полагаем, что ток определяется выражением (12) при условии замены z по формуле $z = (t - \tau_0) V$, где $\tau = \frac{l}{v}$. Решая уравнение (13) методом вариации произвольной постоянной, получим

$$= \frac{2R_{вх} qV}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0 \left(\frac{n\pi r}{l} \right)}{I_0 \left(\frac{n\pi r_0}{l} \right)} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi h}{2l}}{1 + \left(n\pi \frac{\tau}{\tau_0} \right)^2} \left\{ \sin \frac{n\pi}{\tau_0} (t - \tau_0) - n\pi \frac{\tau}{\tau_0} \cos n\pi \left(\frac{t - \tau_0}{\tau_0} \right) + (-1)^n n\pi \frac{\tau}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau}} \right\}, \quad (14)$$

$$\tau = R_{вх} (C_K + C_{вх}).$$

Для удобства расчетов целесообразно выражение (14) переписать безразмерных параметрах

$$I = 2q \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\pi\xi)}{I_0(n\pi\xi_0)} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi}{2} \eta}{1 + (n\pi\alpha)^2} \left\{ \sin n\pi(\gamma - 1) - n\pi\alpha \cos n\pi(\gamma - 1) + (-1)^n n\pi\alpha e^{-\frac{\gamma}{\alpha}} \right\}. \quad (15)$$

Здесь $U = \frac{U_c}{U_0}$; $U_0 = \frac{q}{C}$; $\frac{\tau}{\tau_0} = \alpha$; $\frac{t}{\tau_0} = \gamma$; $\frac{h}{l} = \eta$; $\frac{r}{l} = \xi$; $\frac{r_0}{l} = \xi_0$.

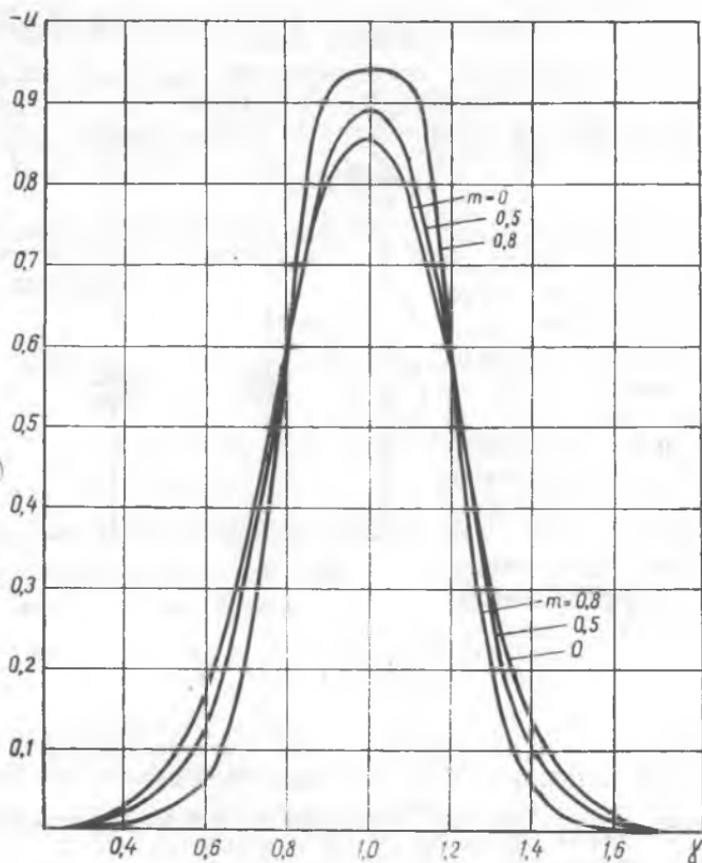


Рис. 3. Форма входного сигнала при различных значениях радиальной координаты пролета

Результаты расчетов по выражению (11) при различных значениях, входящих в него параметров приведены в [2]. Из расчетов следует, что при $r=0$ отношение $\frac{Q}{q}$ сильно зависит от значения безразмерного параметра $\frac{h}{r_0}$. При $\frac{h}{r_0} = 1,0$ отношение $\frac{Q_{\max}}{q}$ достигает почти 0,6; при $\frac{h}{r_0} = 2,0$ отношение $\frac{Q_{\max}}{q}$ превышает 0,8.

Таким образом, при $\frac{h}{r_0} \geq 1,5 \div 2,0$ дальнейшее увеличение h приводит к существенному повышению чувствительности метода. Форма и амплитуда напряжения входного сигнала зависят от радиальной координаты пролета заряженной частицы $m = \frac{r}{r_0}$. Это может привести к появлению погрешности при нахождении истинной величины заряда. Для определения влияния координаты пролета

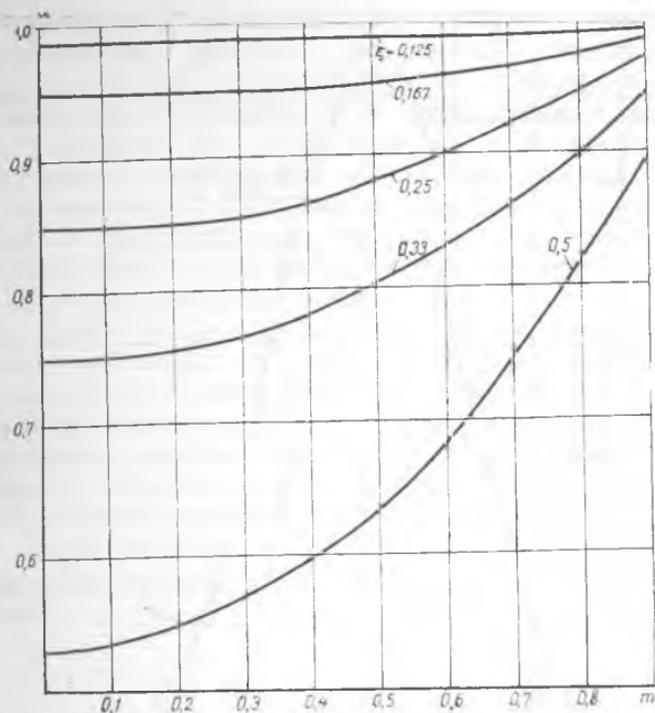


Рис. 4. Зависимость относительной амплитуды входного сигнала от радиальной координаты пролета при различных соотношениях размеров камеры

тицы на форму входного сигнала были произведены расчеты выражения (15) на ЭВМ «Урал-2». Расчеты производились при следующих значениях параметров: $\alpha=100$; $\xi_0=0,25$; $\eta=0,5$ и $m=0$; 5 ; $0,8$. Значение параметра γ изменялось в пределах $(0; 2,0)$ с шагом $0,1$. Результаты расчетов представлены на рис. 3. Из графиков следует, что при большом значении α ($\alpha=100$) независимо от радиальной координаты максимум входного сигнала достигается при прохождении частицы через центр камеры ($\gamma=1$). С увеличением радиальной координаты форма импульса приближается к прямоугольной: вершина уплощается, и сокращается длительность на уровне $0,1$. Одновременно происходит увеличение амплитуды импульса. При определении величины заряда частицы путем измерения амплитуды импульса зависимость амплитуды от радиальной координаты пролета является одним из основных источников погрешности. Снижение этой погрешности может быть достигнуто путем рационального выбора размеров измерительной камеры. Были произведены расчеты для оценки зависимости амплитуды входного сигнала от радиальной координаты частицы при различных соотношениях размеров камеры ($\xi_0=0,5$; $0,33$; $0,25$; $0,167$; $0,125$). Значения остальных параметров были приняты равными: $\eta=0,5$;

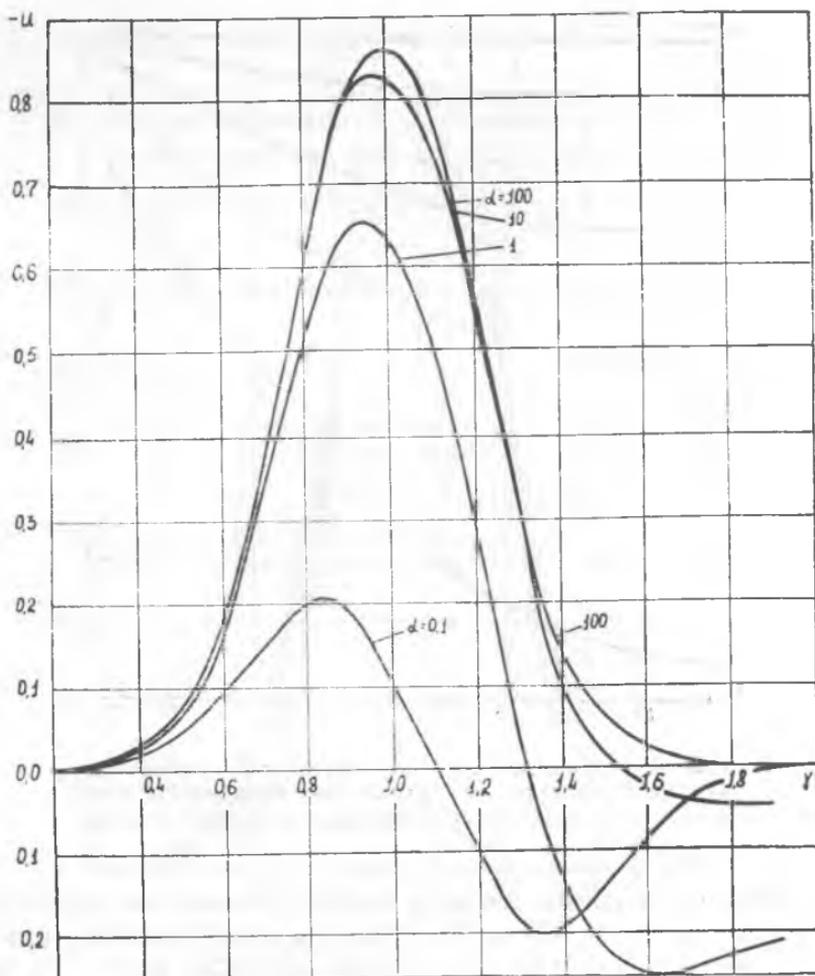


Рис. 5. Зависимость относительной амплитуды входного сигнала от постоянной времени входной цепи.

$\gamma=1,0$; $\alpha=100$. Из графиков рис. 4 следует, что при увеличении отношения длины камеры к ее диаметру погрешность измерения монотонно падает и при $\xi \leq 0,167$ ($h \geq 3r_0$) не превышает 5%

Для выяснения влияния постоянной времени входной цепи усилителя на форму входного сигнала были проведены расчеты по выражению (15) при следующих значениях параметров: $\eta \geq 0,5$; $\xi_0 = 0,25$; $\xi = 0$; $\alpha = 0,1; 1,0; 10; 100$. Значение параметра α в расчетах изменялось в пределах $0 \div 2,0$ с интервалом $\Delta\alpha = 0,1$. Форма сигнала при различных значениях параметра α изображена на рис. 5. Как и следовало ожидать, при малых значениях параметра α сигнал сильно искажается вследствие дифференцирования; при $\alpha = 1,0$ искажение невелико, однако сохраняется значительный отрицательный выброс. При большом динамическом

диапазоне измеряемых сигналов этот выброс ухудшает разрешающую способность прибора и потому нежелателен. Из с. 5 следует, что для обеспечения не искаженного воспроизведения входных сигналов и уменьшения влияния отрицательного выброса на разрешающую способность прибора необходимо принять $\alpha = 10 \div 100$. При реализации схемы это требование эквивалентно требованию обеспечить высокое входное сопротивление. В самом деле, пусть $l = 4,0$ см и $V = 2$ м/сек. Тогда $\tau_0 = 10^{-2}$ сек и при $\alpha = 10$ постоянная времени входной цепи $\tau = 10^{-1}$ сек. Пусть суммарная емкость $C_{вх} + C_{к}$ составляет 10 пф. Тогда необходимая величина входного сопротивления составит 1 Гом. Отсюда следует, что входной каскад усилителя должен быть выполнен на электрометрической лампе или полевом триоде с изолированным затвором. В заключение заметим, что при расстройке индукционного прибора для измерения зарядов частиц важную роль играет снижение уровня собственных шумов усилителя и тем самым рационального выброса полосы пропускания. Для этого необходимо знать спектральный состав измерительных сигналов. Приведем без вывода формулы для разложения напряжения в ряд Фурье

$$U = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{n\pi t}{\tau_0} + B_n \sin \frac{n\pi t}{\tau_0};$$

$$\text{где } A_0 = 2\alpha^3 \left(1 - e^{-\frac{2}{\alpha}}\right) \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{I_0(i\pi\xi)}{I_0(i\pi\xi_0)} \cdot \frac{i\pi \sin \frac{i\pi}{2} \eta}{1 + (i\pi\alpha)^2};$$

$$A_n = 2\alpha \left\{ (-1)^{n+1} n\pi\alpha \frac{I_0(n\pi\xi)}{I_0(n\pi\xi_0)} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi}{2} \eta}{1 + (n\pi\alpha)^2} + \frac{1 - \exp\left(-\frac{2}{\alpha}\right)}{\frac{1}{\alpha} + (n\pi)^2\alpha} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i i\pi\alpha \frac{I_0(i\pi\xi)}{I_0(i\pi\xi_0)} \cdot \frac{\sin i\pi \frac{\eta}{2}}{1 + (i\pi\alpha)^2} \right\};$$

$$B_n = 2\alpha \left\{ (-1)^n \frac{I_0(n\pi\xi)}{I_0(n\pi\xi_0)} \cdot \frac{\sin \frac{n\pi}{2} \eta}{1 + (n\pi\alpha)^2} + \frac{1 - \exp\left(-\frac{2}{\alpha}\right)}{\frac{1}{n\pi\alpha^2} + n\pi} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i i\pi\alpha \frac{I_0(i\pi\xi)}{I_0(i\pi\xi_0)} \cdot \frac{\sin i\pi \frac{\eta}{2}}{1 + (i\pi\alpha)^2} \right\}.$$

ВЫВОДЫ

1. Получены формулы для расчета формы и спектра видеосигнала на входе усилителя прибора для измерения зарядов частиц индукционным методом.

2. Определены оптимальные соотношения для выбора размеров измерительной камеры.

3. Определены параметры входной цепи усилителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. АН СССР, 1948, стр. 650.

2. Красногорская Н. В., Седунов Ю. С. Индукционный метод измерения зарядов отдельных частиц. Изд. АН СССР, серия геофизическая, М., 1961, стр. 775—785.

3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Изд. «Наука», 1968, стр. 307.