Следует заметить, что приближение Кирхгофа является самой не-


Рис.2. Диаграммы направленности реального линейного приемника, вычисленные в приближении Кирхгофа

благоприятной моделью картины дифракции. Следовательно, полученное соотношение для $R_0$ и $L$ гарантирует правильную форму диаграммы направленности реального линейного приемника.

Литература


I. Махов А.И. Датчики ультразвуковых фазометров. Исследования по акустике, электрофизике и радиоэлектронике. Межвузовский сборник, вып.3, КуАИ, 1975.
2. Харкевич А.А. Теория преобразователей. Избранные труды, т.I, М., " Наука", 1973.
3. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции М., " Мир", 1964.


Г.В. Абрамов, В.В. Прокудин

# О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Важной характеристикой любой радиолокационной цели является ее эффективная поверхность рассеяния (ЭПР), являющаяся мерой способности цели отражать (рассеивать) энергию в направлении приемной антенны радиолокационной станции.

В общем случае поле, рассеянное целью, зависит от ее размеров и формы, а также от вариаций амплитуды и фазы падающей волны на поверхности этой цели. Для того чтобы понятие ЭПР имело смысл, она определяется для стандартного падающего поля. В качестве такого стандартного поля выбирают поле плоской волны.

При определении ЭПР большеразмерных целей в лабораторных условиях возникают большие трудности, связанные с формированием облучающих цель полей, мало отличающихся от плоской волны.

Наиболее распространены два способа получения плоской волны в лабораторных условиях:

I - удаление исследуемой цели на большое расстояние от антенны измерительной установки;

2 - применение линзовых или зеркальных коллиматоров.

При получении плоской волны первым способом необходимое расстояние между антенной и целью оказывается настолько большим, что не может быть реализовано даже в условиях открытых полигонов. Погрешности же изготовления коллиматоров приводят к появлению в поле коллиматора случайных фазовых и амплитудных флуктуаций, что ограничивает размеры коллиматора при заданном допуске на точность его изготовления [I]. Это затрудняет или делает невозможным применение коллиматоров при определении ЭПР большеразмерных целей.

В связи с отмеченными трудностями большой интерес представляет исследование возможных путей использования данных измерений рассеянных полей в ближней зоне для определения ЭПР.

В работе [2] с целью определения ЭПР производилась серия замеров поля, рассеянного целью, в ближней зоне при облучении цели однородным плоским полем. По результатам измерений с помощью двумерного преобразования Фурье вычислялся спектр плоских волн, по которому можно определить поле в любой точке как ближней, так и дальней зоны.

Рассмотрим определение ЭПР по результатам измерений в сферическом поле. Этот случай наиболее интересен так как поле, близкое к сферическому, может быть легко получено в лабораторных условиях. Ограничимся при этом рассмотрением скалярных (акустических) полей.

## Интегральная формула для рассеянного поля

Пусть на акустически абсолютно жесткое тело, ограниченное поверхностью $S$ (рис.I), падает сферическая волна точечного источника $P$ :

$$\Phi_1(M)=\frac{e^{-jkR_{MP}}}{R_{MP}} . \qquad ( I )$$

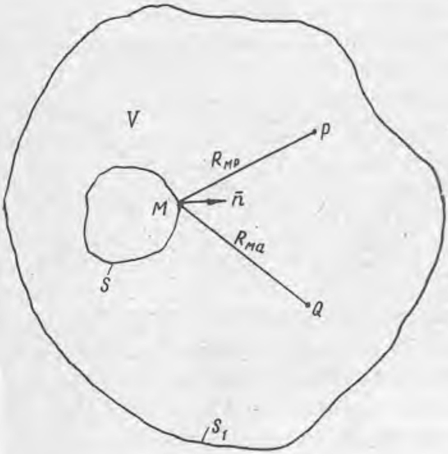


Рис. I

В результате рассеяния первичной волны $\Phi_1$ вокруг тела появится вторичное (рассеянное) поле $\Phi_2$ . Сумма падающего и рассеянного полей в области $V$ пространства вне тела удовлетворяет уравнению

$$L(\Phi_1+\Phi_2)=-4\pi\delta(M,P), \qquad (2)$$

где $L=\nabla^2+k^2$ – дифференциальный оператор Гельмгольца, и условию сопряжения на $S$ [3] :

$$\frac{\partial}{\partial n}(\Phi_1+\Phi_2)\Big|_S=0 . \qquad (3)$$

Для определения рассеянного поля в произвольной точке $Q$ области $V$ применим вторую формулу Грина к сумме $\Phi_1+\Phi_2$ и к вспомогательной функции

$$\Phi_Q(M)=\frac{e^{-jkR_{MQ}}}{R_{MQ}} , \qquad (4)$$

удовлетворяющей уравнению

$$L(\Phi_Q)=-4\pi\delta(M,Q). \qquad (5)$$

В результате получим

$$\int\limits_V\Big[(\Phi_1+\Phi_2)L(\Phi_Q)-\Phi_Q L(\Phi_1+\Phi_2)\Big]dV_M=\int\limits_{S+S_1}\Big[\Phi_Q\frac{\partial(\Phi_1+\Phi_2)}{\partial n}-(\Phi_1+\Phi_2)\frac{\partial\Phi_Q}{\partial n}\Big]dS_M .$$

Учитывая (2), (3), (5), а также то, что в соответствии с принципом излучения интеграл по бесконечно удаленной поверхности равен нулю, можно записать:

$$-4\pi\int\limits_V(\Phi_1+\Phi_2)\delta(M,Q)\,dV_M+4\pi\int\limits_V\Phi_Q\,\delta(M,P)\,dV_M=-\int\limits_S(\Phi_1+\Phi_2)\frac{\partial\Phi_Q}{\partial n}dS_M . \qquad (6)$$

Пользуясь фильтрующим свойством $\delta$ – функции и принимая во внимание, что $\Phi_1(Q)=\Phi_Q(P)$ , получаем

$$\Phi_2(Q)=\frac{1}{4\pi}\int\limits_S\big[\Phi_1(M)+\Phi_2(M)\big]\frac{\partial\Phi_Q(M)}{\partial n}dS_M \qquad (7)$$

или, подставляя (I) и ( 4) в (7):

$$\Phi_2(Q)=\frac{1}{4\pi}\int\limits_S\left[\Phi_2(M)+\frac{e^{-jkR_{MP}}}{R_{MP}}\right]\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{-jkR_{MQ}}}{R_{MQ}}\right)dS_M. \qquad (7')$$

В общем случае для расчетов по формуле (7) необходимо точное знание функции $\Phi_2(M)$ на всей поверхности тела $S$. Для частного случая отражающего тела в виде бесконечного экрана $\Phi_2(M)=\Phi_1(M)$ на освещенной стороне $S_0$ и $\Phi_2(M)=-\Phi_1(M)$ на теневой стороне $S_T$.

Для произвольного отражающего тела ( по аналогии с бесконечным экраном) из $\Phi_2(M)$ можно также выделить часть, равную $\pm\Phi_1(M)$ и зависящую от положения точки $M$ на освещенной или теневой стороне тела, но, кроме того, нужно учесть многократные переотражения между элементами поверхности тела, что приводит к появлению в $\Phi_2(M)$ дифракционной добавки. Обозначая эту добавку $\Phi_g(M)$, можно записать:

$$\Phi_2(M)=\pm\Phi_1(M)+\Phi_g(M). \qquad (8)$$

С учетом равенства (8) выражение (7) можно представить в виде

$$\Phi_2(Q)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{S_0}\Phi_1(M)\frac{\partial\Phi_0(M)}{\partial n}dS_M+\frac{1}{4\pi}\int\limits_S\Phi_g(M)\frac{\partial\Phi_0(M)}{\partial n}dS_M. \qquad (9)$$

Первый интеграл в выражении (9), взятый только по освещенной поверхности тела, описывает обычное приближение Кирхгофа; второй интеграл, взятый по всей поверхности тела, учитывает дифракцию на теле.

Точность расчета по формуле (9) целиком зависит от точности определения дифракционной добавки $\Phi_g$, но определение этой величины в общем случае представляет весьма сложную задачу. В частных случаях ее задают такой же, как при дифракции на некоторых эталонных телах, для которых имеются точные решения [4].

Однако при определении рассеянных полей в дальней зоне по результатам измерения в ближней зоне нет необходимости задавать точное количество $\Phi_g$. Для исследования способа пересчета ближних полей в дальнюю зону достаточно выявить лишь основные особенности добавки $\Phi_g$, существенные для анализа этого способа.

Найдем интегральное выражение для рассеянного поля, учитывающее дифракцию на теле. Поместив точку $Q$ на поверхность $S$, из выражения (6) находим интегральное уравнение для неизвестной функции $\Phi_2(Q_S)$ в точках на поверхности тела:

$$\Phi_2(Q_S)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_S\left[\Phi_1(M)+\Phi_2(M)\right]\frac{\partial\Phi_0(M)}{\partial n}dS_M+\Phi_1(Q_S). \qquad (10)$$

Используя это интегральное уравнение, рассеянное поле в точке наблюдения $Q$ можно выразить бесконечной суммой:

$$\Phi_2(Q)=\sum_{N=0}^{\infty}\frac{1}{(2\pi)^{N+1}}\underbrace{\int_S\dots\int}_{(N+1)}\Phi_1(M_N)\prod_{k=1}^{N}\left[\frac{\partial\Phi_{M_{k-1}}(M_k)}{\partial n_k}dS_{M_k}\right]\frac{\partial\Phi_Q(M_0)}{\partial n_0}dS_{M_0}. \qquad (11)$$

Формула (11) полностью описывает все свойства рассеянного поля, причем в нее входят только известные функции:

$$\Phi_1(M_N)=\frac{e^{-jkR_{PM_N}}}{R_{PM_N}}; \qquad (12)$$

$$\Phi_Q(M_0)=\frac{e^{-jkR_{QM_0}}}{R_{QM_0}}; \qquad (13)$$

$$\Phi_{M_{k-1}}(M_k)=\frac{e^{-jkR_{M_{k-1}M_k}}}{R_{M_{k-1}M_k}}. \qquad (14)$$

В этих выражениях $R_{PM_N}$ – расстояние между точкой излучения $P$ и произвольной точкой $M_N$ на поверхности тела; $R_{QM_0}$ – расстояние между точкой приема и произвольной точкой $M_0$ на поверхности тела; $R_{M_{k-1}M_k}$ – расстояние по прямой между произвольными точками $M_{k-1}$ и $M_k$ на поверхности тела. Конкретные представления этих расстояний через координаты точек необходимо выбирать в зависимости от вида поверхности, на которой определяется рассеянное поле.

## Определение рассеянных полей в дальней зоне по результатам измерения на плоскости в ближней зоне

При определении рассеянных полей на плоскости целесообразно пользоваться прямоугольной системой координат.

Пусть с исследуемой целью совмещен центр прямоугольной системы координат ( рис.2). Тогда функции (12) – (14) можно записать в виде:

$$\Phi_1(M_N)=\frac{\exp\left[-jk\sqrt{(x_P-x_N)^2+(y_P-y_N)^2+(z_P-z_N)^2}\right]}{\sqrt{(x_P-x_N)^2+(y_P-y_N)^2+(z_Q-z_N)^2}}, \qquad (12')$$

$$\Phi_Q(M_0)=\frac{\exp\left[-jk\sqrt{(x_Q-x_0)^2+(y_Q-y_0)^2+(z_Q-z_0)^2}\right]}{\sqrt{(x_Q-x_0)^2+(y_Q-y_0)^2+(z_Q-z_0)^2}}, \qquad (13')$$

$$\Phi_{M_{K-1}}(M_K)=\frac{exp\left[-jk\sqrt{(x_{K-1}-x_K)^2+(y_{K-1}-y_K)^2+(z_{K-1}-z_K)^2}\right]}{\sqrt{(x_{K-1}-x_K)^2+(y_{K-1}-y_K)^2+(z_{K-1}-z_K)^2}}. \quad (I4')$$

Как видно из равенств ( I2' ) - (I4' ), рассеянное поле является функцией шести координат точек $P$ и $Q$ : $\Phi_2(Q)=\Phi_2(x_P, y_P, z_P, x_Q, y_Q, z_Q)$.

При заданном фиксированном расстоянии до плоскости, в которой сканируют точки $P$ и $Q$, $z_P=z_Q$, следовательно, рассеянное поле в этой плоскости является функцией четырех независимых переменных $x_P$, $y_P$, $x_Q$, $y_Q$. Расстояние $z_P=z_Q$ в этом случае можно рассматривать как параметр:

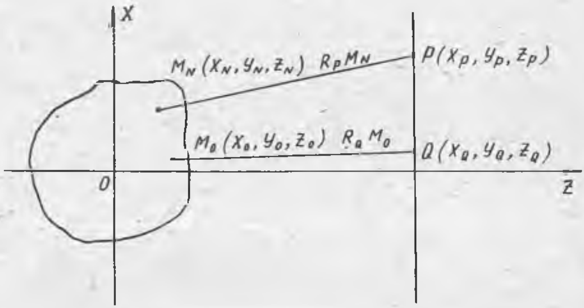


Рис.2

$$\Phi_2(Q)=\Phi_2(x_P, y_P, x_Q, y_Q, z_P).$$

Найдем четырехмерное преобразование Фурье функции $\Phi_2(Q)$ :

$$F_{PQ}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_P)=\iiiint\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_2(x_P, y_P, x_Q, y_Q, z_P)\times$$
$$\times exp\left[-j(\omega_1 x_P+\omega_2 y_P+\omega_3 x_Q+\omega_4 y_Q)\right]dx_P\,dy_P\,dx_Q\,dy_Q. \quad (I5)$$

Подставляя значение $\Phi_2$ из равенства (II), получаем

$$F_{PQ}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_P)=\sum_{N=0}^{\infty}\frac{1}{(2\pi)^{N+1}}\underbrace{\int_S\dots\int}_{(N+1)}\left\{\iiiint\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_1(M_N)\frac{\partial\Phi_Q(M_0)}{\partial n_0}\times\right.$$
$$\left.\times exp\left[-j(\omega_1 x_P+\omega_2 y_P+\omega_3 x_Q+\omega_4 y_Q)\right]\prod_{K=1}^{N}\left[\frac{\partial\Phi_{M_{K-1}}(M_K)}{\partial n_K}dS_{M_K}\right]dS_{M_0}\right\}dx_P\,dy_P\,dx_Q\,dy_Q. \quad (I6)$$

Из (I6) следует, что спектр функции $\Phi_2(x_P, y_P, x_Q, y_Q, z_P)$ определяется спектром произведения функций $\Phi_1\frac{\partial\Phi_Q}{\partial n_0}$, и, так как каждая из этих функций зависит от двух переменных, четырехмерное преобразование Фурье в этом выражении может быть представлено в виде произведения двух двумерных преобразований:

$$G_1(\omega_1,\omega_2,z_p)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_1(M_N)e^{-j(\omega_1 x_p+\omega_2 y_p)}dx_p\,dy_p\;; \tag{I7}$$

$$G_2(\omega_3,\omega_4,z_p)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi_Q(M_0)}{\partial n_0}e^{-j(\omega_3 x_Q+\omega_4 y_Q)}dx_Q\,dy_Q\,. \tag{I8}$$

Рассмотрим $G_1(\omega_1,\omega_2,z_p)$. Подставляя в (I7) $\Phi_1(M_N)$ из (I2'), получаем

$$G_1(\omega_1,\omega_2,z_p)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{exp\left[-jk\sqrt{(x_p-x_N)^2+(y_p-y_N)^2+(z_p-z_N)^2}\right]}{\sqrt{(x_p-x_N)^2+(y_p-y_N)^2+(z_p-z_N)^2}}\times$$

$$\times e^{-j(\omega_1 x_p+\omega_2 y_p)}dx_p\,dy_p\,.$$

Замена переменных $x_p-x_N=\rho\cos\varphi$; $y_p-y_N=\rho\sin\varphi$; $\omega_1=\Omega\cos\psi$, $\omega_2=\Omega\sin\psi$ дает :

$$G_1(\omega_1,\omega_2,z_p)=2\pi e^{-j(\omega_1 x_N+\omega_2 y_N)}\int\limits_0^{\infty}\frac{exp\left[-jk\sqrt{\rho^2+(z_p-z_N)^2}\right]}{\sqrt{\rho^2+(z_p-z_N)^2}}\times J_0(\rho\Omega)\rho\,d\rho\,.$$

После новой замены переменной $u=\dfrac{\sqrt{\rho^2+(z_p-z_N)^2}}{(z_p-z_N)}$ получаем

$$G_1(\omega_1,\omega_2,z_p)=2\pi(z_p-z_N)e^{-j(\omega_1 x_N+\omega_2 y_N)}\int\limits_1^{\infty}exp\left[-jk(z_p-z_N)u\right]J_0\left[\Omega(z_p-z_N)\sqrt{u^2-1}\right]du=$$

$$=2\pi\frac{exp\left\{-j\left[\omega_1 x_N+\omega_2 y_N+(z_p-z_N)\sqrt{k^2-\omega_1^2-\omega_2^2}\right]\right\}}{j\sqrt{k^2-\omega_1^2-\omega_2^2}}\,. \tag{I9}$$

Аналогично для $G_2(\omega_3,\omega_4,z_p)$ можно получить выражение

$$G_2(\omega_3,\omega_4,z_p)=2\pi\frac{exp\left(-jz_p\sqrt{k^2-\omega_3^2-\omega_4^2}\right)}{j\sqrt{k^2-\omega_3^2-\omega_4^2}}\times$$

$$\times\frac{\partial}{\partial n_0}\left\{exp\left[-j\left(\omega_3 x_0+\omega_4 y_0-z_0\sqrt{k^2-\omega_3^2-\omega_4^2}\right)\right]\right\}. \tag{20}$$

С учетом формул (I9) и (20) выражение (I6) можно переписать в виде

$$F_{PQ}(\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,z_p)=-(2\pi)^2\frac{exp\left[-jz_p\left(\sqrt{k^2-\omega_1^2-\omega_2^2}+\sqrt{k^2-\omega_3^2-\omega_4^2}\right)\right]}{\sqrt{(k^2-\omega_1^2-\omega_2^2)(k^2-\omega_3^2-\omega_4^2)}}\times$$

$$\times\sum_{N=0}^{\infty}\frac{1}{(2\pi)^{N+1}}\underbrace{\int\limits_S\ldots\int\limits_S}_{(N+1)}e^{-j\left(\omega_1 x_N+\omega_2 y_N-z_N\sqrt{k^2-\omega_1^2-\omega_2^2}\right)}\times \tag{2I}$$

$$\times\frac{\partial}{\partial n_0}\left[e^{-j\left(\omega_3 x_0+\omega_4 y_0-z_0\sqrt{k^2-\omega_3^2-\omega_4^2}\right)}\right]\prod_{K=1}^{N}\left[\frac{\partial\Phi_{M_{K-1}}(M_K)}{\partial n_K}dS_{M_K}\right]dS_{M_0}\,.$$

Из (21) следует, что отношение спектров рассеянного поля в двух плоскостях, расположенных от начала координат на расстоянии $z_p$ и $z_p'$, равно:

$$K_{pq}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_p, z_p') = \frac{F_{pq}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_p')}{F_{pq}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_p)} =$$

$$= e^{j(z_p' - z_p)(\sqrt{k^2-\omega_1^2-\omega_2^2} + \sqrt{k^2-\omega_3^2-\omega_4^2})} . \qquad (22)$$

Таким образом, если измерено рассеянное поле в плоскости на расстоянии $z_p$ от объекта, то рассеянное поле в плоскости на расстоянии $z_p'$ может быть найдено из обратного преобразования Фурье функции $F_{pq}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_p') = F_{pq}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_p) K_{pq}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_p' - z_p)$:

$$\Phi_s(x_p', y_p', x_q', y_q', z_p') = \frac{1}{(2\pi)^4} \iiiint_{-\infty}^{\infty} F_{pq}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, z_p') \times$$
$$\times e^{j(\omega_1 x_p' + \omega_2 y_p' + \omega_3 x_q' + \omega_4 y_q')} d\omega_1\, d\omega_2\, d\omega_3\, d\omega_4 . \qquad (23)$$

Если необходимо определить лишь диаграмму рассеяния, соответствующую облучению цели плоскими волнами различных направлений, то достаточно определить только спектр рассеянного поля.

В самом деле, пусть точки излучения и приема удалены на такое расстояние, что в пределах цели поле можно считать локально плоским. Тогда функции $\Phi_1(M_N)$ и $\Phi_q(M_0)$ можно записать в виде:

$$\Phi_1(M_N) = A_1 e^{-j(k_{px} x_N + k_{py} y_N + k_{pz} z_N)} ; \qquad (24)$$

$$\Phi_q(M_0) = A_2 e^{-j(k_{qx} x_0 + k_{qy} y_0 + k_{qz} z_0)} . \qquad (25)$$

Выражения (24) и (25) эквивалентны плоским волнам с волновыми векторами $\bar{k}_p$ и $\bar{k}_q$, имеющими проекции на оси координат соответственно $k_{px}, k_{py}, k_{pz}$ и $k_{qx}, k_{qy}, k_{qz}$, причем:

$$\left.\begin{aligned} k_{px}^2 + k_{py}^2 + k_{pz}^2 = k^2 , \\ k_{qx}^2 + k_{qy}^2 + k_{qz}^2 = k^2 . \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Для проекций на ось $z$ получаем:

$$\left.\begin{aligned} k_{pz} = \pm\sqrt{k^2 - k_{px}^2 - k_{py}^2} , \\ k_{qz} = \pm\sqrt{k^2 - k_{qx}^2 - k_{qy}^2} . \end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

В выражениях (27) выберем знак минус для волны, распространяющейся в отрицательном направлении оси $z$. Подставляя (24) и (25) в (11), при $A_1 = A_2 = 1$ с учетом (27) получаем

$$\Phi_2(\bar{k}_p, \bar{k}_a) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{N-1}} \int_{S}^{(N+1)} \!\!\dots\! \int e^{-j\left(k_{px} x_N + k_{py} y_N - z_N \sqrt{k^2 - k_{px}^2 - k_{py}^2}\right)} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial n_0} \left[ e^{-j\left(k_{ax} x_0 + k_{ay} y_0 - z_0 \sqrt{k^2 - k_{ax}^2 - k_{ay}^2}\right)} \right] \prod_{k=1}^{N} \left[ \frac{\partial \Phi_{M_{k-1}}(M_k)}{\partial n_k} dS_{M_k} \right] dS_{M_0}. \quad (28)$$

Выражение (28) представляет собой диаграмму рассеяния цели, причем направления облучения и приема определяются волновыми векторами $\bar{k}_p$ и $\bar{k}_a$.

Сравнивая (28) и (21), находим, что

$$\Phi_2(\bar{k}_p, \bar{k}_a) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{(k^2 - k_{px}^2 - k_{py}^2)(k^2 - k_{ax}^2 - k_{ay}^2)} \times$$
$$\times e^{j z_p \left(\sqrt{k^2 - k_{px}^2 - k_{py}^2} + \sqrt{k^2 - k_{ax}^2 - k_{ay}^2}\right)} F_{pa}(k_{px}, k_{py}, k_{ax}, k_{ay}, z_p), \quad (29)$$

где $F_{pa}(k_{px}, k_{py}, k_{ax}, k_{ay}, z_p)$ определяется выражением (15) при

$$\omega_1 = k_{px},\ \omega_2 = k_{py},\ \omega_3 = k_{ax},\ \omega_4 = k_{ay}.$$

Таким образом, из выражения (29) следует, что для определения диаграммы рассеяния произвольной цели в общем случае необходимо выполнить четырехмерное преобразование Фурье рассеянного поля, измеренного на плоскости в ближней зоне.

## Литература


1. Майзельс Е.Н., Торгованов В.А. Измерение характеристик рассеяния радиолокационных целей. Под ред. М.А. Колосова. М., " Советское радио", 1972.
2. *Edwards J.L., Ryan C.E., Storey W.J. – Measurement of bistatic near-zone radar cross-section., Int. IEEE/AP-S Symp. Program and Dig., Atlanta, Ga, 1974." New York, N. V, 1974.*
3. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М., " Наука", главная редакция физ.-мат. литературы, 1974.
4. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М., " Советское радио", 1962.