

### К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ИНТЕГРИРУЮЩИХ КОММУТАТИВНЫХ СХЕМ

Интегрирующие коммутативные преобразователи [1] могут быть использованы для измерения разбаланса индуктивностей  $\Delta L$  при работе с дифференциальными индуктивными датчиками  $L_1 = L_0 - \Delta L$ ;  $L_2 = L_0 + \Delta L$ . Работа таких преобразователей основана на поочередных зарядах и разрядах интегрирующих емкостей  $C_1$  и  $C_2$  (рис. 1) с постепенным уравниванием интегральных значений токов заряда и разряда.

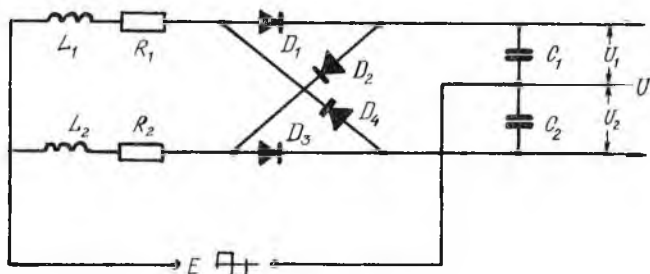


Рис. 1

При питании схемы прямоугольным напряжением длительность заряда и разряда в каждом периоде определяется состоянием коммутирующих элементов, а режимы заряда и разряда - структурой коммутируемых цепей  $L_1 R_1 D_1 C_1$  и  $L_2 R_2 D_3 C_2$  или  $L_1 R_1 D_4 C_2$  и  $L_2 R_2 D_2 C_1$ , напряжением источника питания  $E$  и напряжением на интегрирующих емкостях  $U_1$  и  $U_2$ .

Такой преобразователь является схемой с управляемыми ключевыми элементами, в которых выходной сигнал  $U_1$  и  $U_2$  влияет на процесс управления.

Рассматриваемая схема представляет собой импульсную нелинейную систему с переменными коэффициентами. Теоретический анализ таких цепей весьма сложен. Пренебрегая нелинейностью индуктивностей катушек и емкостей конденсаторов, считаем нелинейными лишь ключевые элементы, сопротивление которых в закрытом состоянии принимаем  $R_{закр} = \infty$ , а в открытом состоянии -  $R_{откр} = R_0$ .

При таком допущении решение задачи классическим методом сводится к системе дифференциальных уравнений, характеристическое уравнение которой записывается в виде бесконечного определителя. Это исключает возможность решения системы с помощью преобразования Лапласа.

В литературе [2] указан метод, позволяющий при операциях с бесконечными определителями перейти к конечным трансцендентным функциям оператора  $\rho$ , т.е. - к  $Z$  - изображению. Однако этот метод применим к системам, в которых параметр меняется либо периодически, либо экспоненциально. В рассматриваемой схеме различные параметры изменяются одновременно по различным законам: индуктивность цепи - периодически, а напряжения  $U_1$  и  $U_2$  - экспоненциально.

Автор другой работы [3], рассматривая дискретные системы с вентилями как квазинепрерывные, предлагает учитывать лишь средние значения токов и напряжений внутри отдельных интервалов времени. Но и эта хорошо разработанная методика применима только для симметричных схем с синусоидальным напряжением питания, в которых выходной сигнал не влияет на управление коммутацией. Следовательно, она не может быть применима для рассматриваемых преобразователей.

Работа схемы (см. рис. 1) на каждом этапе внутри периода описывается дифференциальным уравнением второго порядка. Вид кривых токов в интервале одного из периодов показан на рис. 2.

Составив на основании условия непрерывности токов на  $L_1$  и  $L_2$  рекуррентные соотношения по решениям дифференциальных уравнений в каждом интервале  $\theta_{i(k)}$  и выразив решение каждого уравнения через начальные условия, полученные по решению предыдущего, получим систему разностных уравнений:

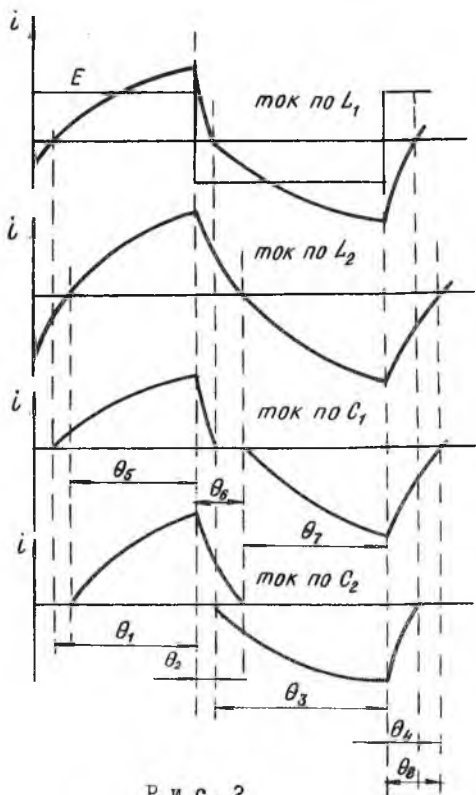
$$U_{1(k)} = U_{1(k-1)} + \frac{1}{R_1 C_1} \left\{ E_1 \left[ \theta_1 + (1 - e^{-\frac{\theta_1}{\tau_1}}) (\theta_2 - \tau_1) \right] - E_2 (\theta_2 - \tau_1 e^{-\frac{\theta_2}{\tau_2} - \tau_1}) \right\} - \frac{1}{R_2 C_1} \left\{ E_7 \left[ \theta_7 + (1 - e^{-\frac{\theta_7}{\tau_7}}) (\theta_8 - \tau_2) \right] - \right.$$

$$U_{2(k)} = U_{2(k-1)} + \frac{1}{R_2 C_2} \left\{ E_5 \left[ \theta_5 + (1 - e^{-\frac{\theta_5}{\tau_5}}) (\theta_6 - \tau_2) \right] - E_6 (\theta_6 - \tau_2 e^{-\frac{\theta_6}{\tau_2} - \tau_2}) \right\} - \frac{E_8 (\theta_8 + \tau_2 e^{-\frac{\theta_8}{\tau_2} - \tau_2})}{R_1 C_2} \left\{ E_3 \left[ \theta_3 + (1 - e^{-\frac{\theta_3}{\tau_3}}) (\theta_4 - \tau_1) \right] - \right.$$

$$\theta_{4(k)} = \tau_1 \left\{ \ln E_4 - \ln \left[ E_4 + E_5 - \frac{E_2 E_3 \exp\left(-\frac{T}{2\tau_2}\right)}{E_1 - E_1 \exp\left[\frac{1}{\tau_2} \left(\frac{T}{2} - \theta_{4(k-1)}\right)\right] + E_2} \right] - E_4 (\theta_4 + \tau_1 e^{-\frac{\theta_4}{\tau_1} \tau_1}) \right\};$$

$$\theta_{8(k)} = \tau_2 \left\{ \ln E_8 - \ln \left[ E_8 + E_7 - \frac{E_6 E_7 \exp\left(-\frac{T}{2\tau_1}\right)}{E_5 - E_5 \exp\left[\frac{1}{\tau_1} \left(\frac{T}{2} - \theta_{8(k-1)}\right)\right] + E_6} \right] \right\};$$

где  $E_1 - E_8$  - соответствующие алгебраические суммы ЭДС источника  $E$ , опорных напряжений ключевых элементов  $E_{01} - E_{04}$  и напряжений  $U_1$  и  $U_2$  на емкостях  $C_1$  и  $C_2$ .



Р и с. 2

Решение системы находим в виде:

$$U_{1(\kappa)} = \alpha_1 + \beta_1 e^{-\gamma_1 \kappa}; \quad \theta_{4(\kappa)} = \alpha_3 + \beta_3 e^{-\gamma_3 \kappa};$$

$$U_{2(\kappa)} = \alpha_2 + \beta_2 e^{-\gamma_2 \kappa}; \quad \theta_{8(\kappa)} = \alpha_4 + \beta_4 e^{-\gamma_4 \kappa}.$$

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  выражаются из начальных условий при  $\kappa = 0$ , из режима динамического равновесия при  $\kappa = \infty$  и по значениям искомых величин в конце первого периода при  $\kappa = 1$ :

$$\alpha_1 = U_1; \quad \alpha_2 = U_2; \quad \alpha_3 = \theta_4; \quad \alpha_4 = \theta_8;$$

$$\beta_1 = -U_1; \quad \beta_2 = -U_2; \quad \beta_3 = -\theta_4; \quad \beta_4 = -\theta_8,$$

где

$$\gamma_1 = \ln U_1 - \ln \left[ U_1 - a_1 a_3 \frac{T^2}{4} \left( 1 - \frac{E - E_{03}}{E + E_{03}} \right)^2 \frac{E - E_{02}}{E + E_{02}} - a_1 a_2 \frac{T^2}{4} \frac{E - E_{01}}{E + E_{01}} \right].$$

Здесь

$$a_1 = \frac{1}{R_1 C_1 \tau_0}; \quad a_2 = \frac{2E + E_{01}}{1 - \varepsilon}; \quad a_3 = \frac{2E - E_{02}}{1 + \varepsilon}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}.$$

Аналогичные выражения можно получить для

$$\gamma_2 = F_{\gamma_2}(U_2; E; E_{01}; E_{03}; E_{04}; R_2; C_2; \tau_0; T; \varepsilon);$$

$$\gamma_3 = F_{\gamma_3}(U_1; E; E_{02}; E_{03}; E_{04}; R_1; C_2; \tau_0; T; \varepsilon).$$

Величины  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $\theta_4$ ,  $\theta_8$  для режима динамического равновесия связаны условием

$$\int_0^{\theta_1} \frac{E - E_{01} - U_1}{R_1} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}) dt + \theta_2 I_1 - \int_0^{\theta_2} \frac{E + E_{01} + U_1}{R_1} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}) dt = \int_0^{\theta_7} \frac{E - E_{02} + U_1}{R_2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}) dt + \theta_8 I_1 - \int_0^{\theta_8} \frac{E + E_{02} - U_1}{R_2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}) dt.$$

Учитывая это, систему уравнений для режима динамического равновесия (режима измерения) запишем в виде:

$$\begin{cases} a_1 \left( \frac{T}{2} - \theta_4 \right)^2 (E_1 - U_1)^2 (E_6 + U_2)(E_8 - U_1) = a_2 \left[ \frac{T}{2} (E_6 + U_2) - \left( \frac{T}{2} - \theta_8 \right) (E_5 - U_2) \right]^2 (E_7 + U_1)(E_2 + U_1); \\ a_1' \left( \frac{T}{2} - \theta_8 \right)^2 (E_5 - U_2)^2 (E_2 + U_1)(E_4 - U_2) = a_2' \left[ \frac{T}{2} (E_2 + U_1) - \left( \frac{T}{2} - \theta_4 \right) (E_1 - U_1) \right]^2 (E_3 - U_2)(E_6 - U_2); \\ \theta_4 [(E_2 + U_1)(E_4 - U_2) - (E_1 - U_1)(E_3 + U_2)] = \frac{T}{2} (E_3 + U_2)(E_2 - E_1 - 2U_1); \\ \theta_8 [(E_6 + U_2)(E_8 - U_1) - (E_5 - U_2)(E_7 + U_1)] = \frac{T}{2} (E_7 + U_1)(E_6 - E_5 - 2U_2). \end{cases}$$

Решение этой системы численным методом не представляет особых трудностей.

Кроме того, для схем с высокой добротностью  $\frac{\tau_0}{T} > 1$  можно получить аналитическое решение для частных случаев:

$$E_{0_{1+4}} = U_0; \quad E_{0_1} = E_{0_2} = U_0; \quad E_{0_3} = E_{0_2} = E_{0_4} = U_0 \quad \text{и др.}$$

Полученные выражения для аналитического решения частных случаев и данные расчета на ЭЦМ нескольких вариантов схем с различными параметрами для различных режимов работы были использованы при подборе выражений, аппроксимирующих общие аналитические решения системы уравнений (1). Так, напряжение на накопительной емкости  $C_1$

$$U_1 = \left( \varepsilon + \frac{E_{01} - E_{02} - E_{03} + E_{04}}{E} \right) \frac{E(E - E_{01} - E_{02})}{E + \sum_i E_{0i}} \left[ \frac{E - U_2}{2E} + \frac{\tau_0}{T} \left( \frac{E}{U_2} - 1 \right) \right] \frac{e^{-\frac{T}{2\tau_0}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau_0}}},$$

интервал времени (угол коммутации)

$$\theta_0 = \frac{T}{4} (1 - \sqrt{\varepsilon}) \left[ \frac{E - E_{02}}{E - E_{01}} (1 - e^{-\frac{T}{2\tau_0}}) - \frac{\sum_4 E_{0i}}{E + \sum_1 E_{0i}} \frac{E_{02} + E_{01}}{E} \right].$$

Получены формулы и для других величин, характеризующих работу схемы.

Напряжение на конденсаторе в конце каждого периода

$$U_{i(\kappa)} = U_i (1 - e^{-\beta i \kappa})$$

или при переходе от дискретной переменной к непрерывной

$$U_c = U_i (1 - e^{-\frac{t}{\tau'}}),$$

где  $\tau' = RC$  — постоянная времени эквивалентной цепи  $RC$ , питаемой постоянным напряжением  $U_i$ .

Величина  $\tau'$  определяет время заряда интегрирующей емкости, т.е. время второго переходного режима схемы, режима установления выходного напряжения:

$$\tau' = \frac{1}{\beta_1} T = \frac{T}{\ln U_i - \ln \left\{ U_i - a_2 \frac{T^2}{4} \left[ \left( 1 - \frac{E - E_{02}}{E + E_{02}} \right)^2 \frac{E - E_{02}}{E + E_{02}} - \frac{E - E_{01}}{E - E_{01}} \right] \right\}}$$

Результаты расчета характеристик интегрирующих коммутативных измерительных преобразователей по аппроксимирующим выражениям отличаются от результатов их расчета численным методом на 4-5%, а от данных эксперимента — на 18 - 25%.

## Л и т е р а т у р а

1. Болтянский А.А., Толстоногова М.Г., Кондоров А.А. Интегрирующие коммутативные преобразователи. "Измерительная техника", 1975, № 7.
2. Тафт В.А. Электрические цепи с переменными параметрами. М., "Энергия", 1968.
3. Булгаков А.А. Исследование квазинепрерывных систем. М., "Наука", 1973.