

Г. П. ВЕЧКАНОВ, Р. А. ВЕЧКАНОВА

## ЧАСТОТНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ В ФАЗОВОМ НУЛЬ-ОРГАНЕ НА ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ГЕНЕРАТОРЕ

Частотные искажения измеряемого сигнала в любом нуль-органе приводят к появлению динамических ошибок. В потенциальных и импульсно-потенциальных нуль-органах за динамическую ошибку обычно принимают величину задержки срабатывания нуль-органа при подаче на один из его входов сигналов определенной формы (линейно-нарастающих, прямоугольных и т. д.).

В этом случае эквивалентную схему нуль-органа можно ставить в виде последовательного соединения элемента задержки и идеального нуль-органа.

Задержка срабатывания является ограниченной характеристикой частотных искажений сигнала в нуль-органе, т. к. определяет только угол наклона линейной части характеристики частотных искажений сигнала и не характеризует искажений формы. Поэтому предлагается рассматривать эквивалентную схему нуль-органа в виде последовательного соединения звена с частотной характеристикой  $W(j\omega)$  и идеального нуль-органа, динамическая погрешность которого равна нулю.

В общем случае в нуль-органе могут происходить и нелинейные искажения измеряемого сигнала. При этом в эквивалентной схеме должен быть включен нелинейный элемент.

В данной работе исследуются частотные искажения в фазовом нуль-органе на параметрическом генераторе, однако предложенная методика может быть применена и для определения частотных характеристик других типов нуль-органов.

Сущность предлагаемой методики состоит в выводе соотношений, связывающих измеряемую и компенсирующую величины таким образом, чтобы при любых изменениях измеряемой величины нуль-орган находился в точке перехода из одного состояния в другое. Такой подход позволяет рассматривать нуль-орган

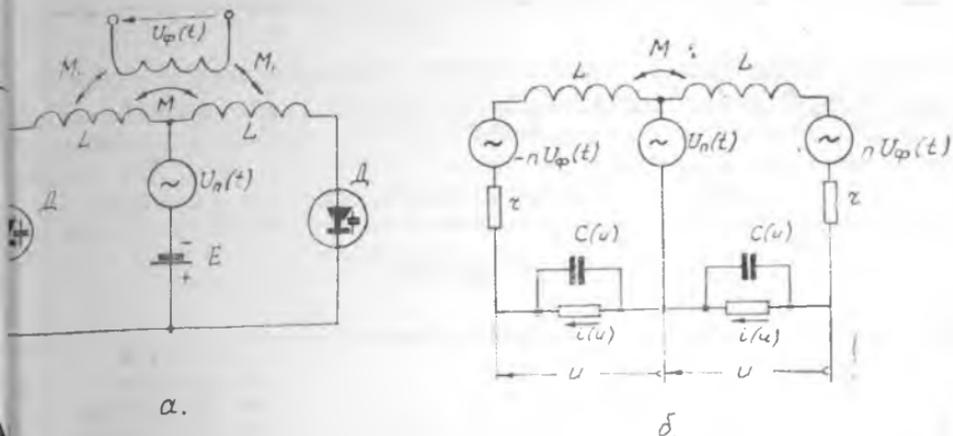


Рис. 1. Электрическая (а) и эквивалентная (б) схемы двухтактного параметрического генератора

логовую систему и, соответственно, применять к нему такие характеристики частотных и нелинейных свойств, которыми обычно пользуются при анализе аналоговых систем.

В качестве фазовых нуль-органов могут применяться как одноконтурные параметрические генераторы, так и параметрические генераторы, выполненные по балансной схеме.

Одноконтурные параметрические генераторы обладают малыми внутренними шумами, но низким быстродействием, т. к. для уменьшения шумов включения [1] необходимо сильно затягивать передний фронт импульса подкачки.

В быстродействующих устройствах следует применять балансную схему (рис. 1), которая хотя и обладает повышенным уровнем внутренних шумов, однако при тщательной балансировке может работать с достаточно крутыми фронтами импульсов подкачки, это уменьшает постоянную задержку сигнала в нулевом плече.

В работе [2] показано, что при  $M=L$  дифференциальное уравнение балансного параметрического генератора приводится к виду внешнего одноконтурного параметрического генератора. С учетом проводимостей варикапов дифференциальное уравнение одноконтурного параметрического генератора имеет вид

$$L \frac{d^2 u}{dt^2} + L \frac{dC(u)}{du} \left( \frac{du}{dt} \right)^2 + \left[ rC(u) + L \frac{dI(u)}{du} \right] \frac{du}{dt} + u = \varepsilon(t) \cos 2\omega t + U_c \cos [(\omega t + \varphi_c) + \Phi_a \cos(\nu t + \varphi_\nu)], \quad (1)$$

$\varepsilon(t)$  — огибающая переднего фронта импульса подкачки  $U_n(t)$ ,

$\varphi_c$  — амплитуда и фаза фазирующего сигнала,

$\Phi_a$  — глубина модуляции фазы,

$\nu$  — частота и фаза модулирующей функции.

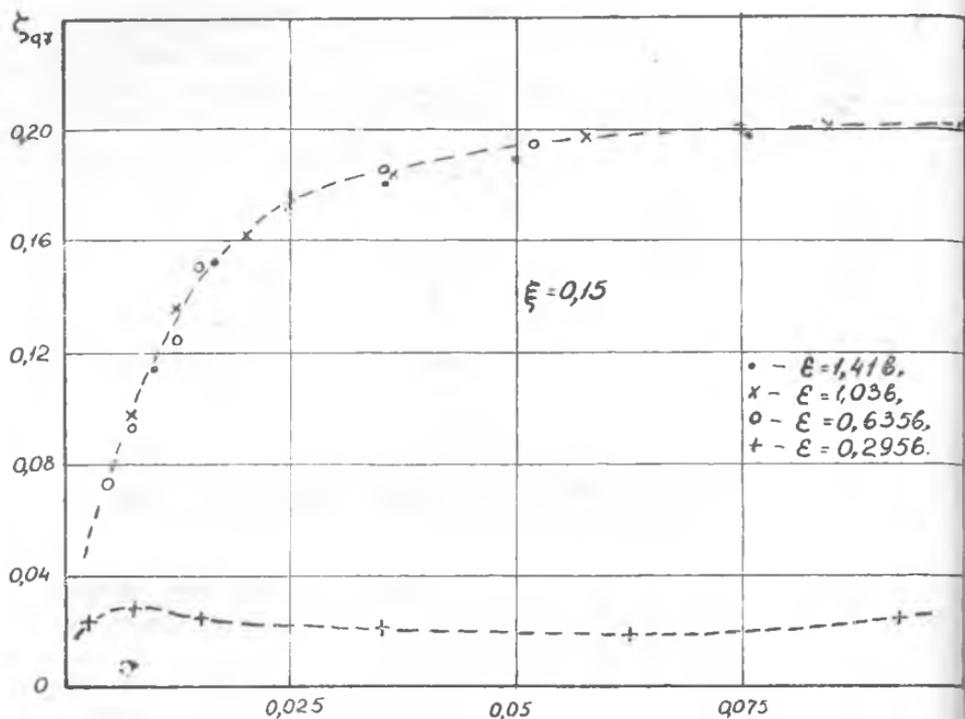


Рис. 2. Результаты экспериментальных измерений полосы пропускания в зависимости от крутизны пропускания  $S$  при  $\xi = 0,15$ .

Уравнение решается методом медленно меняющихся амплитуд. Решение ищется в виде

$$u = A_1 \cos \psi_1 + A_2 \cos \psi_2 = A_1 \cos(2\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

где  $A_1$  и  $\varphi_1$  — амплитуда и фаза подкачки;

$A_2$  и  $\varphi_2$  — медленно меняющиеся амплитуда и фаза гармоники.

Нелинейные функции  $C(u)$  и  $i(u)$  аппроксимируются суммой экспоненциальных функций.

Экспериментальные измерения емкости и тока проводимости варикапа в зависимости от напряжения и последующая аппроксимация полученных зависимостей экспоненциальными рядами показали, что с достаточной степенью точности нелинейные функции  $C(u)$  и  $i(u)$  могут быть представлены в виде:

$$C(u) = C_n + C_1 e^{\beta_1(u+E)} + C_2 e^{\beta_2(u+E)}, \quad i(u) = i_0 e^{\beta_3(u+E)},$$

где  $E$  — напряжение смещения (обычно  $E < 0$ ).

Зависимость  $C(u)$  удобнее представить в виде

$$C(u) = C_0 \{1 + c_1 [e^{\beta_1(u+E)} - 1] + c_2 [e^{\beta_2(u+E)} - 1]\},$$

где  $C_0$  — емкость варикапа при напряжении на нем, равном

$$c_1 = \frac{C_1}{C_0}, \quad c_2 = \frac{C_2}{C_0}.$$

Расчет гармонических составляющих левой части уравнения (1) производится на основе разложения в ряд Фурье экспоненциальных функций (3) от периодического аргумента [3]. Подставляя (2), (3), (4) в (1), после ряда стандартных операций [2, 4], получаем два укороченных линейных уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dA_c}{d\tau} &= aA_c + bA_s + f_1(\tau), \\ \frac{dA_s}{d\tau} &= cA_c + dA_s - f_2(\tau), \end{aligned} \quad (5)$$

$$a = -\sqrt{1 + \xi} \left[ \delta + \frac{\delta_{H_0} - \delta_{H_1}}{1 - I_0 - I_1} \right],$$

$$b = -\frac{\xi + I_0 - I_1}{1 - I_0 - I_1},$$

$$c = \frac{\xi + I_0 + I_1}{1 - I_0 + I_1},$$

$$d = -\sqrt{1 + \xi} \left[ \delta + \frac{\delta_{H_0} + \delta_{H_1}}{1 - I_0 + I_1} \right],$$

$$f_1(\tau) = \frac{(1 + \xi)U_c}{1 - I_0 - I_1} [\sin \varphi_c + \Phi_a \cos(\zeta\tau + \varphi_v) \cos \varphi_c],$$

$$f_2(\tau) = \frac{(1 + \xi)U_c}{1 - I_0 + I_1} [\cos \varphi_c - \Phi_a \cos(\zeta\tau + \varphi_v) \sin \varphi_c],$$

$$A_c = A_2 \cos \varphi_2,$$

$$A_s = A_2 \sin \varphi_2,$$

$\tau = \frac{\omega}{2} t$  — безразмерное время,

$\zeta = \frac{2\nu}{\omega}$  — расстройка частоты модуляции фазы,

$\Omega = \frac{\Omega^2}{\omega^2} - 1$  — расстройка контура,

$\beta = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$  — собственная частота контура.

$$I_0 = (c_1 + c_2) - [c_1 e^{\beta_1 E} I_0(\beta_1 A_1) + c_2 e^{\beta_2 E} I_0(\beta_2 A_1)],$$

$$I_1 = c_1 e^{\beta_1 E} I_1(\beta_1 A_1) + c_2 e^{\beta_2 E} I_1(\beta_2 A_1),$$

$$\delta_{H_0} = i_0 \Omega L \beta_3 I_0(\beta_3 A_1) e^{\beta_3 E},$$

$$\delta_{H_1} = i_0 \Omega L \beta_3 I_1(\beta_3 A_1) e^{\beta_3 E},$$

$x$ ) — модифицированная функция Бесселя  $n$ -го порядка от аргумента  $x$ .

При применении параметрического генератора в качестве нулятана основной интерес представляет исследование процесса; зличения фаз, когда изображающая точка фазирующего сигнала на плоскости переменных  $A_s, A_c$  близка к сепаратрисе. В этом случае можно положить, что в процессе формирования фронта

пульса подкачки амплитуда субгармоники мала, а к моменту устойчивого возбуждения субгармоники амплитуда подкачки установилась.

Сделанные допущения, справедливые при достаточно крутых фронтах импульсов подкачки, позволяют определить амплитуду как установившийся отклик, а коэффициенты системы дифференциальных уравнений (5) считать постоянными.

Вывод укороченных дифференциальных уравнений для амплитуды и фазы подкачки достаточно громоздкий, но принципиальных затруднений не представляет, поэтому приводится окончательное трансцендентное уравнение для определения установившегося значения  $A_1$ .

$$\sqrt{1+\xi} \left[ \delta(1+\xi_H) + \frac{2\delta H_1}{\beta_3 A_1} \right] A_1 - \sqrt{(1+\xi)^2 \varepsilon^2 - (\xi - 4\xi_H - 3)^2 A_1^2} = 0, \quad (6)$$

где  $\varepsilon$  — амплитуда колебаний на выходе генератора подкачки;

$$\xi_H = c_1 \left[ 2 \frac{I_1(\beta_1 A_1)}{\beta_1 A_1} e^{\beta_1 E} - 1 \right] + c_2 \left[ 2 \frac{I_1(\beta_2 A_1)}{\beta_2 A_1} e^{\beta_2 E} - 1 \right].$$

Для решения системы уравнений (5) используем линейное преобразование:

$$\begin{aligned} A_c &= X + m_1 Y, \\ A_s &= m_2 X + Y, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$m_1 = \frac{b}{\lambda_2 - a}, \quad m_2 = \frac{\lambda_1 - a}{b},$$

$\lambda_{1,2}$  — корни характеристического уравнения невозмущенной системы (5), причем  $\lambda_1 > \lambda_2$ .

Подставляя (7) в (5), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} &= \lambda_1 X + \frac{f_1(\tau) + m_1 f_2(\tau)}{2}, \\ \frac{dY}{d\tau} &= \lambda_2 Y - \frac{f_2(\tau) + m_2 f_1(\tau)}{2}. \end{aligned} \quad (8)$$

При выполнении условия возбуждения ( $bc - ad > 0$ ) в плоскости  $X, Y$  ось  $Y$  является сепаратрисой. Поэтому условием, при котором колебания субгармоники не возрастают, является равенство нулю экспоненциальной составляющей в решении первого уравнения системы (8)

$$\begin{aligned} X_0 + \frac{1}{2}(1+\xi)U_c \left[ \frac{\sin \varphi_c + m_1 \cos \varphi_c}{\lambda_1} - \Phi_a(\cos \varphi_c - m_1 \sin \varphi_c) \times \right. \\ \left. \times \frac{\zeta \sin \varphi_v - \lambda_1 \cos \varphi_v}{\zeta^2 + \lambda_1^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Начальное условие  $X_0$  определяется из решений системы (5) при  $A_1=0$ :

$$X_0 = \frac{1}{2}(1 + \xi)U_c [(G + m_1H) \cos \varphi_c + (G - m_1H) \sin \varphi_c], \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} G &= G_0 + G_1 \cos \varphi_v + G_2 \sin \varphi_v, \\ H &= H_0 - H_1 \cos \varphi_v - H_2 \sin \varphi_v, \\ G_0 &= \frac{\xi}{(1+\xi)\delta^2 + \xi^2}, \quad H_0 = \frac{\delta \sqrt{1+\xi}}{(1+\xi)\delta^2 + \xi^2}, \\ G_1 &= \frac{\Phi_a}{R} [(1+\xi)\delta^2 + \zeta^2 + \xi^2] \delta \sqrt{1+\xi}, \\ H_1 &= \frac{\Phi_a}{R} [(1+\xi)\delta^2 + \xi^2 - \zeta^2] \xi, \\ G_2 &= \frac{\Phi_a}{R} [(1+\xi)\delta^2 - \xi^2 + \zeta^2] \zeta, \\ H_2 &= 2 \frac{\Phi_a}{R} \delta \zeta \xi \sqrt{1+\xi}, \\ R &= [\delta^2(1+\xi) - \xi^2 + \zeta^2]^2 + 4(1+\xi)\delta^2 \xi^2. \end{aligned}$$

Из выражения (9) с учетом (10) получаем:

$$-\operatorname{tg} \varphi_c = \frac{a_0 + a_c \cos \varphi_v + a_s \sin \varphi_v}{b_0 - b_c \cos \varphi_v - b_s \sin \varphi_v}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= G_0 + m_1 H_0 + \frac{m_1}{\lambda_1}, \quad b_0 = H_0 - m_1 G_0 + \frac{1}{\lambda_1}, \\ a_c &= G_1 - m_1 H_1 + \frac{\lambda_1 \Phi_a}{\lambda_1^2 + \zeta^2}, \quad b_c = H_1 + m_1 G_1 + \frac{m_1 \lambda_1 \Phi_a}{\zeta^2 + \lambda_1^2}, \\ a_s &= G_2 - m_1 H_2 - \frac{\zeta \Phi_a}{\lambda_1^2 + \zeta^2}, \quad b_s = H_2 + m_1 G_2 - \frac{m_1 \zeta \Phi_a}{\zeta^2 + \lambda_1^2}. \end{aligned}$$

Полученное выражение (11) связывает компенсирующую  $\varphi_c$  и измеряемую величины и показывает, какую фазу компенсирующего сигнала необходимо выбрать, чтобы при заданных параметрах  $\Phi_a$ ,  $\xi$  и  $\varphi_v$  измеряемого сигнала параметрический генератор находился в точке перехода из одного состояния в другое.

Из выражения (11) при  $\Phi_a=0$  получаем

$$\operatorname{tg} \varphi_{c0} = -\frac{a_0}{b_0}. \quad (12)$$

Исключим постоянную составляющую фазы  $\varphi_c$  из выражения (11):

$$\operatorname{tg}(\varphi_c - \varphi_{c0}) = \operatorname{tg} \Delta \varphi_c \simeq \Delta \varphi_c = \frac{\operatorname{tg} \varphi_c - \operatorname{tg} \varphi_{c0}}{1 + \operatorname{tg} \varphi_c \cdot \operatorname{tg} \varphi_{c0}}. \quad (13)$$

ставляя (11) и (12) в (13) и учитывая, что глубина модуля-  
 фазы  $\Phi_a$  мала, для переменной составляющей фазы  $\varphi_c$  полу-  
 м следующее выражение:

$$\Delta\varphi_c \approx - \frac{(a_c b_0 + a_0 b_c) \cos \varphi_v + (a_s b_0 + a_0 b_s) \sin \varphi_v}{a_0^2 + b_0^2} \quad (14)$$

ражение (14) позволяет определить амплитудную  $\Lambda(\zeta)$   $\delta b$   
 фазовую  $\varphi(\zeta)$  характеристики частотных искажений в фазовом  
 ль-органе на параметрическом генераторе.

$$\Lambda(\zeta) = 20 \lg \frac{\sqrt{(a_c b_0 + a_0 b_c)^2 + (a_s b_0 + a_0 b_s)^2}}{\Phi_a (a_0^2 + b_0^2)} \delta b, \quad (15)$$

$$\varphi(\zeta) = - \operatorname{arctg} \frac{a_s b_0 + a_0 b_s}{a_c b_0 + a_0 b_c} \quad (16)$$

Полученные теоретические результаты были проверены экспе-  
 риментально. В исследованном параметрическом генераторе ис-  
 пользовались варикапы типа Д 901 Е, параметры которых вычис-  
 лялись по экспериментально измеренным характеристикам  
 $C(u)$  и  $i(u)$ :  $C_0 = 93 \cdot 10^{-12}$  Ф;

$$c_1 = 0,67; \quad c_2 = 0,185; \quad \beta_1 = 0,255; \quad \beta_2 = 5,158;$$

$$i_0 = 0,138 \cdot 10^{-10} \text{ а}; \quad \beta_3 = 30,9.$$

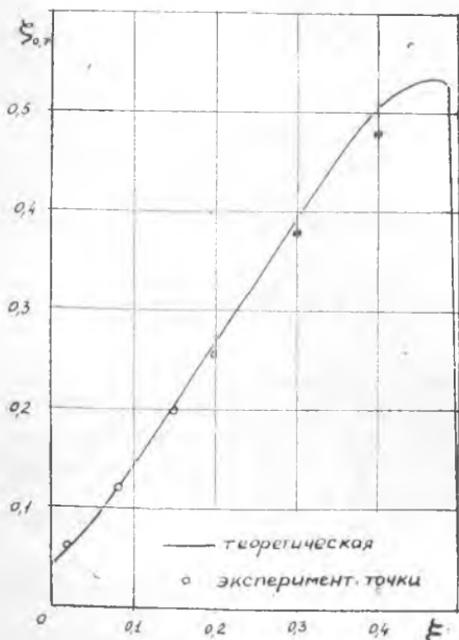


Рис. 3. Зависимость полосы пропус-  
 кания  $\zeta_{0,7}$  от расстройки  $\xi$  при  $\varepsilon = 1$

Экспериментальная проверка про-  
 изводилась на частоте подкач-  
 ки, равной 5 Мгц, при  $\Phi_a = 0,1$   
 рад;  $\delta = 0,03$ ;  $E = 0$ . Результаты  
 экспериментальных измерений по-  
 лосы пропускания  $\zeta_{0,7}$  фазового  
 нуль-органа в зависимости от от-  
 носительной крутизны  $S$  фронта  
 импульса подкачки (рис. 2) пока-  
 зывают, что при одинаковых  $S$   
 полоса пропускания не зависит  
 от амплитуды подкачки.

$$S = \frac{\varepsilon_{\max}}{f_n}$$

где  $\varepsilon_{\max}^1$  — максимальная кру-  
 тизна фронта импульса подкачки;  
 $f_n$  — частота подкачки. Исключение составляет область  
 амплитуд подкачки, соответствую-  
 щих непосредственной близости  
 к границе срыва субгармониче-  
 ских колебаний, где полоса  
 пропускания резко сужается.

В соответствии со сделанными при выводе формул (15) и (16) допущениями теоретические результаты следует сравнивать с результатами экспериментальных измерений, полученными при максимально возможной величине  $S$ . Величина  $S$  ограничивается появлением шумов включения, ухудшающих чувствительность нуля-органа.

На рис. 3 представлен график теоретической зависимости полосы пропускания  $\xi_{07}$  от расстройки контура параметрического генератора относительно половины частоты подкачки, который достаточно хорошо совпадает с результатами экспериментальных измерений.

## ВЫВОДЫ

1. Описание динамических свойств нуля-органа амплитудно-и фазочастотными характеристиками дает полную картину частотных искажений измеряемой величины и в зависимости от характера измеряемой величины позволяет предъявлять конкретные требования к нуля-органу.

2. Предложенная методика позволяет достаточно просто реализовать экспериментальное измерение частотных характеристик нуля-органов.

3. Полоса пропускания фазового нуля-органа на параметрическом генераторе, исследованного в работе, возрастает с увеличением крутизны фронта импульса подкачки и стремится к некоторому предельному значению, которое достаточно хорошо совпадает с результатами теоретических исследований.

4. Полоса пропускания возрастает также при увеличении расстройки контура параметрического генератора, что позволяет в широких пределах изменять полосу пропускания фазового нуля-органа в зависимости от характера измеряемой величины.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вечканов Г. П., Вечканова Р. А. Шумы включения и собственные шумы в одноконтурном параметрическом генераторе. Сб. статей «Методы анализа аналого-цифровых автоматических систем и их элементов». Труды МАИ, вып. 200, Москва, 1970.

2. Ершов В. Н., Рассохин Г. И., Яновский Е. А. Емкостные параметроны. Изд-во ВЦ АН СССР, Москва, 1966.

3. Бруевич А. Н., Евтянов С. И. Аппроксимация нелинейных характеристик и спектры при гармоническом воздействии. «Советское радио», 1965.

4. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. «Советское радио», 1966.